Теория вероятностей — Листок 3: Схема Бернулли

1. В классе 16 человек. На входе в школу имеются два гардероба. Школьники равновероятно раздеваются либо в одном, либо в другом. Найдите вероятность того, что в правом гардеробе школьники этого класса заняли вдвое больше мест, чем в левом.

2. Вероятность того, что изделие окажется бракованным, равна 0.005. Запишите выражение для вычисления вероятности того, что из 10000 наугад взятых изделий окажется браковынными не более 40.

3. По каналу связи передаются сообщения из 0 и 1. Вероятность правильной передачи знака — 0.6. Чтобы повысить эффективность передачи сообщений, каждый знак повторяют 5 раз. Последовательности принятых знаков отвечает знак, составляющий в ней большинство. Найдите вероятность того, что среди k таким способом переданных знаков по крайней мере m переданы верно.

4. Движением частицы по целым точкам прямой управляет схема Бернулли с вероятностью успеха p: а именно, если в данном испытании успех, то частица из своего положения переходит в правую соседнюю точку; в противном случае она переходит в левую соседнюю точку. Найдите вероятность того, что за n шагов частица из точки 0 перейдет в точку m.

5. Дано множество $\mathcal{R}_n = \{1, 2, \ldots, n\}$. Производится n испытаний Бернулли с вероятностью успеха p. Если в i-ом испытании успех, то элемент i кладется в строящееся случайное множество A. Иначе не кладется. В итоге образуется $A \subseteq \mathcal{R}_n$. Аналогично (как бы забыв про A) можно построить множество B. Найдите вероятность того, что $A \cap B = \emptyset$.

6. Как в предыдущей задаче, строим m случайных множеств $A_1, \ldots, A_m \subseteq \mathcal{R}_n$. Найдите вероятность того, что $A_1 \cap \ldots \cap A_m = \emptyset$.

7. Как в предыдущей задаче, строим m случайных множеств $A_1, \ldots, A_m \subseteq \mathcal{R}_n$. Также дано число $k \leqslant n$. Найдите вероятность того, что $|A_1 \cup \ldots \cup A_m| = k$.

8. Как в предыдущей задаче, строим m случайных множеств $A_1, \ldots, A_m \subseteq \mathcal{R}_n$. Также дано число $r \in \{2, \ldots, m\}$. Найдите вероятность того, что пустым является пересечение каждых r множеств.

9. Как в предыдущей задаче, строим три случайных множества $A, B, C \subseteq \mathcal{R}_n$. Найдите вероятность того, что $A \cap B \subseteq C \subseteq A \cup B$. Если заменить множества n-мерными векторами из 0 и 1, то что станет означать свойство, вероятность которого мы ищем?

10. Какова вероятность того, что случайный граф с n вершинами и вероятностью ребра p является простым циклом?

11. Какова вероятность того, что случайный граф с n вершинами и вероятностью ребра p является деревом?

12. Какова вероятность того, что случайный граф с $n \leqslant 5$ вершинами и вероятностью ребра p содержит треугольник?