

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 13-004

(заполняется секретарём)

Вариант 10-03

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли, на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=1,5$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 3 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 , после столкновения к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарика, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 2 раза больше его начальной скорости.

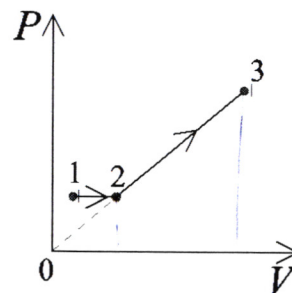
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/3$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=300 \text{ К}$ и $\nu_2=1/5$ моль другого одноатомного идеального газа при температуре $T_2=500 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

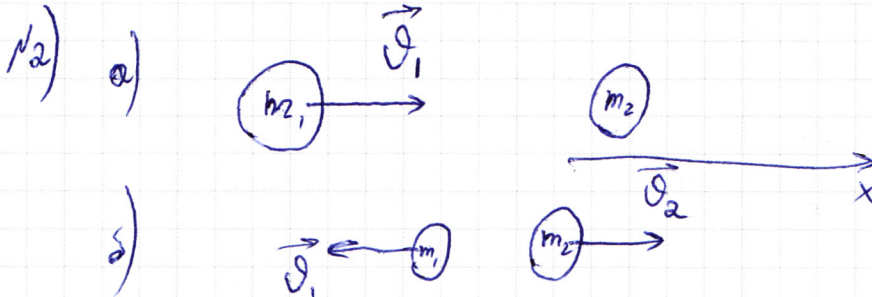
- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_2 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=3$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=3$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Запишем ЗСД по оси x:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2^0 = m_2 v_2 - m_1 \frac{v_1}{3}$$

$$\frac{4}{3} m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3m_2}{4m_1}$$

Запишем ЗСЭ:

$$\frac{m_1 (v_1)^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 \left(\frac{v_1}{3}\right)^2}{2}$$

$$m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2 + m_1 \frac{v_1^2}{9}$$

$$\frac{8}{9} m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{9m_2}{8m_1}}$$

приравняем

$$\frac{3m_2}{4m_1} = \sqrt{\frac{9m_2}{8m_1}}$$

имеем право возвести в квадрат т.к. массы > 0

$$\frac{9m_2^2}{16m_1^2} = \frac{9m_2}{8m_1}$$

~~$m_1 = m_2$~~
 ~~$m_1 = m_2$~~
 ~~$m_1 = m_2$~~

$$\frac{m_2}{2m_1} = 1$$

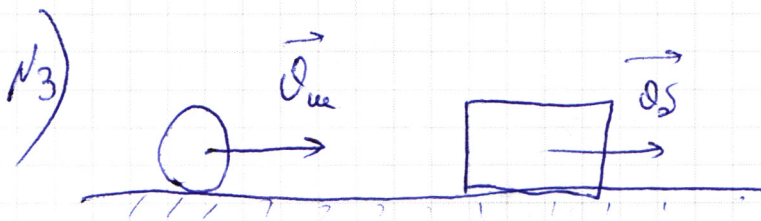
$$m_2 = 2m_1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 2$$

поэтому это отношение $\frac{v_1}{v_2}$:

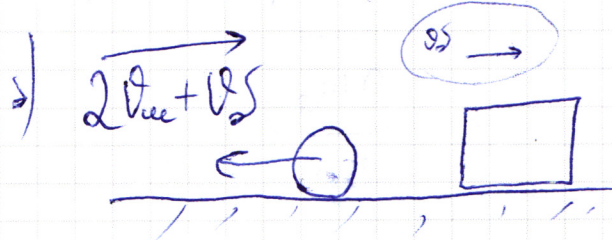
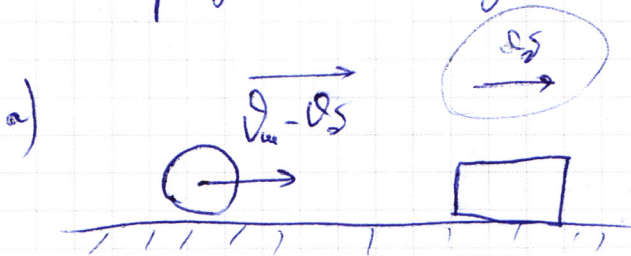
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3m_2}{4m_1} = \frac{3 \cdot 2m_1}{4m_1} = 1,5$$

Ответ: $\frac{m_2}{m_1} = 2$; $\frac{v_1}{v_2} = 1,5$



Система отсчета
относительно поверхности.

перейдем в систему отсчета, связанную с брусом:



т.к. масса бруска
много раз больше массы
шарика, то изменение
скорости у бруска можно
пренебречь.

$$v_a = v_{ш} - v_{б} \quad v' = -2v_{ш} \text{ по условию}$$

$$v_{б} = v_a - v' + v_{б}$$

$v_a = v_{б}$ поскольку, по предположению, не взаимодействует

$$v_{ш} - v_{б} = (-2v_{ш} + v_{б}) = 0$$

$$v_{ш} - v_{б} + 2v_{ш} - v_{б} = 0$$

$$3v_{ш} = 2v_{б}$$

$$\frac{v_{ш}}{v_{б}} = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{v_{ш}}{v_{б}} = \frac{2}{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$J_1 = \frac{1}{3}$ $J_2 = \frac{1}{5}$ $V_{\text{первой части}} - V_1$
 $i = 3$ $i = 3$ $V_{\text{второй части}} - V_2$
 $T_1 = 300\text{K}$ $T_2 = 500\text{K}$ $V_{\text{общий}} - V$

$V_1 = V_2 = \frac{1}{2} V$

$$(J_1 + J_2) R T = J_1 R T_1 + J_2 R T_2$$

$$T = \frac{J_1 T_1 + J_2 T_2}{J_1 + J_2} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 300 + \frac{1}{5} \cdot 500}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{15 \cdot 200}{8} = 15 \cdot 25 = 375\text{K}$$

$T = 375\text{K}$

давление в равновесии каждой части равно давлению, следовательно:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{J_1 R T_1}{V_1} = \frac{J_2 R T_2}{V_2}$$

$$\frac{2 J_1 T_1}{V} = \frac{2 J_2 T_2}{V}$$

P' - давление в равновесии

$$P_2 = \frac{2 J_2 T_2 R}{V}$$

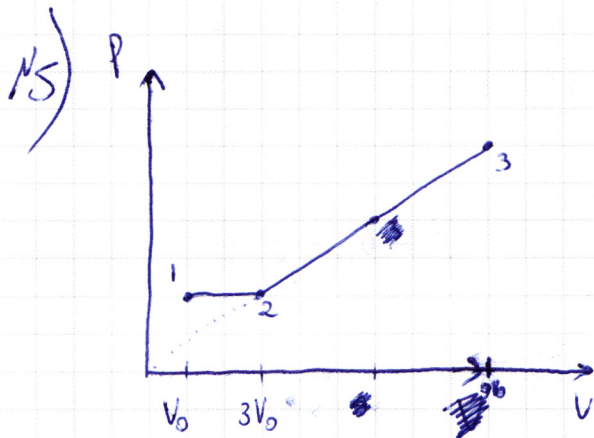
$$T_1 J_1 = J_2 T_2 \Rightarrow J_1 T_1 + J_2 T_2 = 2 J_1 T_1$$

$$P' = \frac{(J_1 + J_2) R T}{V} = \frac{(J_1 + J_2) R (J_1 T_1 + J_2 T_2)}{(J_1 + J_2) V} = \frac{(J_1 T_1 + J_2 T_2) R}{V} = \frac{2 J_1 T_1 R}{V}$$

$P' = P_2$ $\left(\frac{P'}{P_2} = 1 \right)$

Дано: $T = 375 \text{ K}$

$$\frac{P_1}{P_2} = 1$$



$$V_1 = V_0$$

$$V_2 = 3V_0$$

$$V_3 = 9V_0$$

Рассмотрим процесс 12:

из уравнения Клапейрона с $p = \text{const}$ получим:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{V_0}{T_1} = \frac{3V_0}{T_2}$$

$$3T_1 = T_2$$

Рассмотрим процесс 23:

$$P_2 = \alpha V_2$$

$$P_3 = \alpha V_3$$

Запишем уравнение Клапейрона:

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3}$$

$$\frac{\alpha V_2^2}{T_2} = \frac{\alpha V_3^2}{T_3}$$

$$\frac{9V_0^2}{T_2} = \frac{9 \cdot 9V_0^2}{T_3}$$

$$9T_2 = T_3$$

$$9 \cdot 3T_1 = T_3$$

$$T_3 = 27T_1$$

$$\frac{T_3}{T_1} = 27$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$A_{12} = S_{\text{под шариком}} = \rho_1 \cdot 2V_0$$

$$A_{23} = S_{\text{под шариком}} = \frac{1}{2}(\rho_3 - \rho_2) \cdot (V_3 - V_2) = \frac{1}{2}(\rho_3 - \rho_2) \cdot 6V_0 = 3V_0 \cdot (\rho_3 - \rho_2)$$

$$\frac{\rho_3}{V_3} = \frac{\rho_2}{V_2}$$

$$\frac{\rho_3}{3V_0} = \frac{\rho_2}{3V_0}$$

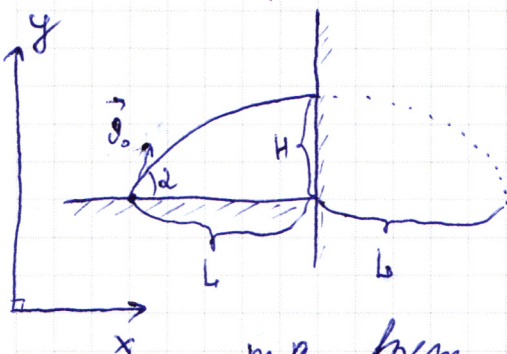
$$\rho_3 = 3\rho_2$$

$$\rho_3 - \rho_2 = 3\rho_2 - \rho_2 = 2\rho_2 = 2\rho_1 \quad \text{вместо } (\rho_3 - \rho_2)$$

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{\rho_1 \cdot 2V_0}{3V_0 \cdot (2\rho_1)} = \frac{1}{3}$$

Ответ: $\frac{T_3}{T_1} = 27$; $\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{1}{3}$

14) удар о стену абсолютно упругий \Rightarrow мы можем предположить траекторию без изменения:



т.к. мы придем в ту же точку, то мы можем сказать, что в стену он бьет под углом 90° , то есть $v_x = v_0 \cos \alpha$
 $v_y = 0$

т.е. высота на которой случился удар = H_{max} .

расстояние по x: $S_x = 2L = V_0 \cos \alpha t_0$

расстояние по y: $S_y = H = V_0 \sin \alpha \frac{t_0}{2} - \frac{g t_0^2}{8}$

законимее изменение скорости по y:

$$0 = V_0 \sin \alpha - g \frac{t_0}{2}$$

t_0 - время без высоты

$\frac{t_0}{2}$ время высоты до верхней точки.

$$2V_0 \sin \alpha = g t_0$$

$$V_y \text{ в } h_{\max} = 0$$

$$\boxed{V_0 \sin \alpha = \frac{g t_0}{2}}$$

$$V_0 = \frac{g t_0}{2 \sin \alpha} = \frac{210 \cdot 1,5}{2} = 15 \text{ (м/с)}$$

находим это в расчётах по y:

$$H = V_0 \sin \alpha \frac{t_0}{2} - \frac{g t_0^2}{8} = \frac{g t_0^2}{4} - \frac{g t_0^2}{8} = \frac{g t_0^2}{8}$$

$$H = \frac{10 \cdot 1,5^2}{8} = \frac{5 \cdot 9}{4 \cdot 4} = \frac{45}{16} = 2,8125 \text{ (м)} \approx 2,81 \text{ (м)}$$

находим L:

$$L = \frac{V_0 \cos \alpha t_0}{2} = \frac{15 \cdot \sqrt{3} \cdot 1,5}{2 \cdot 2} = 5,625 \sqrt{3} \approx 5,625 \cdot 1,7 \approx 9,5625 \approx 9,6 \text{ (м)}$$

Ответ: $H \approx 2,81 \text{ (м)}$; $L \approx 9,6 \text{ м}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

14

$$J_1 = \frac{1}{3}$$

$$J_2 = \frac{1}{5}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 25 \\ \times 15 \\ \hline 125 \\ 25 \\ \hline 375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \cdot 8 \\ 16 \overline{) 125} \\ \underline{40} \\ 125 \\ \underline{25} \\ 675 \end{array}$$

$$T = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) R = \frac{1}{3} \cdot 300 R + \frac{1}{5} \cdot 500 R$$

$$T = \frac{200}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{15 \cdot 200}{8} = 15 \cdot 25 = 375 \text{ K}$$

$$P_1 = \frac{J_1 R T_1}{V_1} = \frac{J_2 R T_2}{V_2} \quad \text{так как } V_1 = V_2 = \frac{1}{2} V$$

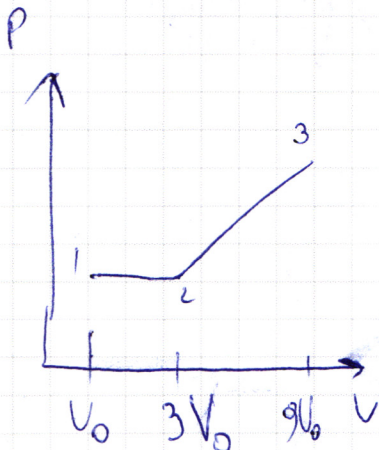
$$\frac{2 J_1 R T_1}{V} = \frac{2 J_2 R T_2}{V}$$

$$J_1 T_1 = J_2 T_2$$

$$\frac{P_1}{P} = 1$$

$$P = \frac{(J_1 + J_2) R \cdot T}{V} = \frac{(J_1 T_1 + J_2 T_2) \cancel{(J_1 + J_2) R}}{\cancel{(J_1 + J_2)} V} = \frac{(J_1 T_1 + J_2 T_2) R}{V}$$

15



$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

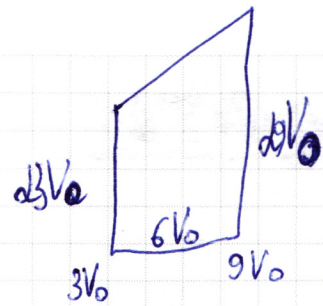
~~$$\frac{V_0}{T_1} = \frac{3V_0}{T_2}$$~~

$$3T_1 = T_2$$

$$\frac{P_2}{V_2} = \frac{P_3}{V_3}$$

$$P_2 = 2V_2$$

$$P_3 = 2V_3$$



$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3}$$

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{P_0 \cdot 2V_0}{\frac{1}{2}(2V_3 - 2V_2)}$$

$$\frac{dV_2^2}{T_2} = \frac{dV_3^2}{T_3}$$

$$A_{23} = \frac{1}{2} 6V_0 \cdot (P_3 - P_2) = \frac{1}{2} 6V_0 \cdot 6dV_0 = 9dV_0 - 3dV_0 = 6dV_0$$

$$\frac{(3V_0)^2}{T_2} = \frac{(9V_0)^2}{T_3}$$

$$\frac{9V_0^2}{T_2} = \frac{81V_0^2}{T_3}$$

$$T_2 = T_3$$

$$\frac{P_2}{V_2} = \frac{P_3}{V_3}$$

$$\frac{P_2}{3V_0} = \frac{P_3}{9V_0}$$

$$3P_2 = P_3$$

$$T_3 = 27T_1$$

$$\frac{T_3}{T_1} = 27$$

$$A_{12} = \frac{P_1 = P_2 \cdot 2V_0}{\frac{1}{2} 6V_0 \cdot (3P_2 - P_2)} = \frac{P_2 \cdot 2V_0}{3V_0 \cdot 2P_2} = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{\frac{9m_2}{8m_1}} = \frac{3m_2}{4m_1}$$

$$m_{ice} v_{ice} + m_{ice} v_{ice} = m_{ice} 2v_{ice}$$

$$m_{ice} v_{ice} = -m_{ice} 2v_{ice}$$

$$\frac{9m_2}{8m_1} = \frac{9m_2}{16m_1} \cdot 2 \Rightarrow \frac{m_2}{2m_1}$$

$$m_2 = 2m_1$$

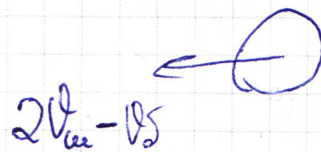
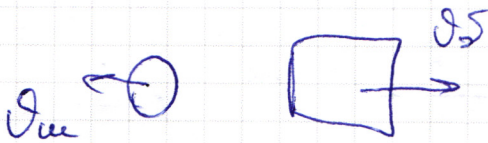
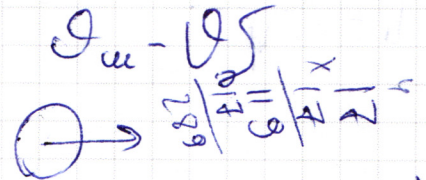
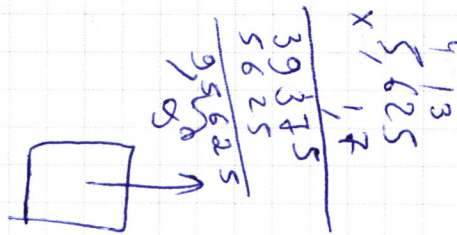
$$3v_{ice} - 2v_2 =$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2m_1}{m_1} = 2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3m_2}{4m_1} = \frac{3 \cdot 2m_1}{4m_1} = 1,5$$

$$2v_{ice} + v_2 = 2v_{ice}$$

13



$$v_{ice} - 2v_2 = -2v_{ice}$$

$$v_{ice} - v_2 = -2v_{ice}$$

$$2v_{ice} - v_2 =$$

$$2v_{ice} - v_2 =$$

$$\frac{15 \cdot 1,5}{2 \cdot 2} - \frac{10}{8} \cdot 1,5^2 = 15 \cdot \frac{1,5}{4} - \frac{15}{8} \cdot \frac{15 \cdot 1,5}{8}$$

$$\frac{22,5}{25} \cdot 4 = 3,6$$

$$v_{ice} - 2v_2 = -2v_{ice}$$

$$+2v_2 = +3v_{ice}$$

$$\frac{v_{ice}}{v_2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{5625}{17} \cdot \frac{5625}{17}$$

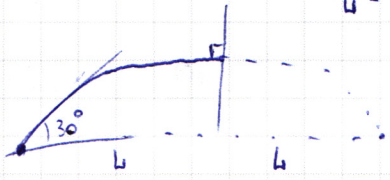
$$v_{ice} - v_2 = -2v_{ice} + v_2$$

$$v_{ice} - 2v_2 = v_{ice}$$

$v_{ice} = v_2 - v_2 + 2v_2 = v_2$ черновик чистовик
 $3v_{ice} = 2v_2$ $\frac{v_{ice}}{v_2} = \frac{2}{3}$ (Поставьте галочку в нужном поле)

РАБОТА

1) $\frac{45}{32} \sqrt{\frac{16}{70}}$ $\frac{5625}{16} \sqrt{\frac{16}{25}}$



$$L = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\frac{56}{128}$$

$$v_0 = 2L/t$$

$$2L = v_0 \cos \alpha t$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{gt_0}{2}$$

$$2v_0 \sin \alpha = gt_0$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{gt_0}{2}$$

$$L = \frac{15 \cdot \sqrt{3} \cdot 1.5}{4} = \frac{22.5\sqrt{3}}{4} = v_0 \sin \alpha t$$

$$v_0 = gt_0 = 15 \text{ м/с}$$

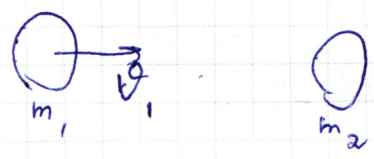
$$H = v_0 \sin \alpha \frac{t_0}{2} - \frac{gt_0^2}{8}$$

$$H = \frac{v_0 \sin \alpha t_0}{2} - \frac{v_0 \sin \alpha t_0}{4}$$

$$H = \frac{v_0 \sin \alpha t_0}{4}$$

$$H = \frac{gt_0^2}{8} = \frac{5 \cdot 1.5^2}{8} = \frac{5 \cdot 9}{4 \cdot 2} = \frac{45}{8} = 5.625 \text{ м}$$

2)



$$H = \frac{15 \cdot 1.5}{2} - \frac{5 \cdot 1.5^2}{4}$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 + m_1 \frac{v_1}{3}$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 v_1^2}{9 \cdot 2} \cdot 2$$

$$\frac{4}{3} m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$m_1 v_1^2 \left(1 - \frac{1}{9}\right) = m_2 v_2^2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3m_2}{4m_1}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{9m_2}{8m_1}}$$