

# Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 1-013

(заполняется секретарём)

## Вариант 10-03

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли, на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом  $\alpha=30^\circ$  к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время  $t_0=1,5$  секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии  $L$  от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту  $H$  от поверхности земли до места удара мяча о стену. Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

2. Шарик массой  $m_1$ , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой  $m_2$ , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой  $m_1$  начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 3 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс  $\frac{m_2}{m_1}$ .
- 2) Найти отношение скорости шарика массой  $m_2$ , после столкновения к скорости шарика массой  $m_1$  до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 2 раза больше его начальной скорости.

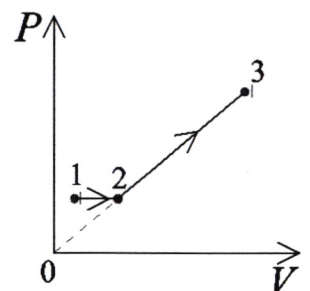
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся  $\nu_1=1/3$  моль одноатомного идеального газа при температуре  $T_1=300 \text{ К}$  и  $\nu_2=1/5$  моль другого одноатомного идеального газа при температуре  $T_2=500 \text{ К}$ . Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой  $T_2$ .

5. Объем идеального газа увеличивается в  $n=3$  раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в  $n=3$  раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$t_0 = 1,5 \text{ с}$$

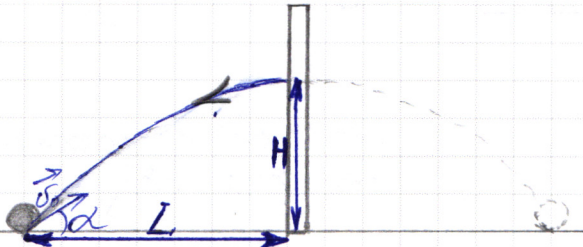
удар упругий

1)  $L$  - ?

2)  $H$  - ?

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Решение.



По условию задачи известно, что после упругого удара о стену мяч упал на то же место, где лежал вначале.

Это означает, что в максимальной точке мяч имел только лишь горизонтальную скорость, которая после упругого столкновения изменила свой вектор.

Другими словами, если отразить траекторию мяча после столкновения, то  $H = h_{\text{max}}$ , а  $L = \frac{1}{2} S$ , причем все остальные величины сохраняются - задача сводится к упрощенному виду.

Итак:

$$v_0 \sin \alpha = \frac{g t_0}{2}$$

$$S_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1) L = \frac{\left(\frac{g t_0}{2 \sin \alpha}\right)^2 \sin 2\alpha}{2g} = \frac{g t_0^2 \sin \alpha}{8 \sin^2 \alpha} = \frac{g t_0^2 2 \sin \alpha \cos \alpha}{8 \sin^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$L = \frac{g t_0^2 \operatorname{ctg} \alpha}{4} = \frac{10 \cdot 2,25 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \cdot 11,25 \sqrt{3} = 5,625 \sqrt{3} \text{ (м)}$$

$$h_{\text{max}} = H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \Rightarrow$$

$$2) H = \left(\frac{g t_0}{2}\right)^2 \frac{1}{2g} = \frac{g^2 t_0^2}{8g} = \frac{g t_0^2}{8} \Rightarrow$$

$$H = \frac{g t_0^2}{8} = \frac{5}{4} \cdot 2,25 = \frac{5}{4} \cdot \frac{9}{4} = \frac{45}{16} = \frac{45}{16} \text{ (м)}$$

Ответ: 1)  $L = \frac{g t_0^2 \operatorname{ctg} \alpha}{4} = 5,625 \sqrt{3} \text{ м}$ ; 2)  $H = \frac{g t_0^2}{8} = \frac{45}{16} \text{ м}$ .

№2. Дано:  $F_{тр} = 0$

○  $m_1$  ( $\vec{v}_{01}$ )

⊙  $m_2$  ( $v_{02} = 0$ )

упругий удар

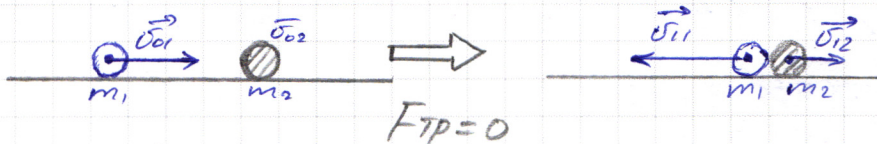
○  $m_1$  ( $|\vec{v}_{11}| = \frac{1}{3} |\vec{v}_{01}|$ )

1)  $\frac{m_2}{m_1} = ?$

2)  $\frac{v_{12}}{v_{01}} = ?$

Решение.

Пусть  $v_0$  - начальные скорости шариков  
 $v_2$  - конечные, сразу после столкновения,  
а  $v_{k1}$  и  $v_{k2}$  - скорости первого и второго шаров.



Запишем законы сохранения для данных тел:

ЗСД:  $m_1 v_{01} = m_2 v_{12} - m_1 v_{11}$

ЗСЭ:  $\frac{m_1 v_{01}^2}{2} = \frac{m_1 v_{11}^2}{2} + \frac{m_2 v_{12}^2}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} m_1 v_{01} = m_2 v_{12} - \frac{1}{3} m_1 v_{01} \\ m_1 v_{01}^2 = m_1 \frac{v_{01}^2}{9} + m_2 v_{12}^2 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{3} m_1 v_{01} = m_2 v_{12} & (1) \\ \frac{8}{9} m_1 v_{01}^2 = m_2 v_{12}^2 & (2) \end{cases}$

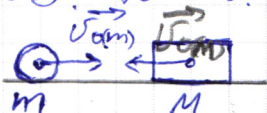
$\Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{3} m_1 v_{01} = m_2 \frac{2v_{01}}{3} & (3) \\ v_{12} = \frac{2v_{01}}{3} \end{cases}$

(2) : (1)  $\frac{8 \cdot 3}{9 \cdot 4} v_{01} = v_{12} \Rightarrow \frac{v_{12}}{v_{01}} = \frac{2}{3}$

(3)  $4 m_1 v_{01} = 2 m_2 v_{01} \Rightarrow 2 m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2$

Ответ: 1)  $\frac{m_2}{m_1} = 2$ ; 2)  $\frac{v_{12}}{v_{01}} = \frac{2}{3}$ .

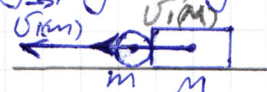
№3. Дано:



$M \gg m$

$v_{0(m)}$ ,  $v_{0(M)}$ ,  $F_{тр} = 0$

упругий удар



$v_{1(m)} = 2 v_{0(m)}$

$\frac{v_{0(m)}}{v_{0(M)}} = ?$

брусок  
или

Решение.

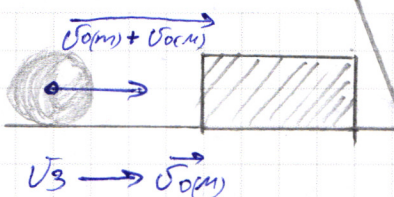
Пусть скорость шарика  $v_k(m)$ , где  $k$  - скорость в данное время, а скорость бруска  $v_k(M)$ .

Так как удар упругий, а по условию масса бруска много больше массы шарика, то по ЗСД наименьшая потеря скорости бруска при столкновении ведет к огромной прибавке к скорости шарика.

А т.к. скорость шарика увеличилась лишь вдвое, то изменением скорости бруска можно пренебречь.

Решим задачу относительно с.о., где покоится (т.е. при упругом столкновении служит как стенка).

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Тогда после упругого удара о брусок шарик приобретает ~~двойную~~ <sup>не двойной - одинаковой</sup> скорость.

Другими словами, скорость шарика станет равна  $(\leftarrow) 1 \cdot (v_{0(m)} + v_{0(m)})$ .

Вернемся к земной с.о.

Здесь брусок после упругого удара полетит за шариком со все той же  $v_{0(m)}$ , при этом за шариком относительно него (т.е. убежит) со скоростью  $1 \cdot (v_{0(m)} + v_{0(m)})$ , а значит

$v_{1(m)}$  относительно Земли равна  $v_{0(m)} + 3v_{0(m)}$ .

А еще по условию  $v_{1(m)} = 2v_{0(m)}$

Т.е.  $2v_{0(m)} + 3v_{0(m)} = 2v_{0(m)} \Rightarrow 3v_{0(m)} = 0$

Это значит, что брусок все время покоился, т.е. имел нулевую скорость.

Тогда  $\frac{v_{0(m)}}{v_{0(m)}} = \frac{v_{0(m)}}{0} = +\infty$ .

Ответ:  $+\infty$ .

ошибка!

правильное решение дальше

4. Дано:

$V_1 = V_2$

$\nu_1 = 1/3 \text{ моль}$   
 $\epsilon_1 = 3$   
 $T_1 = 300 \text{ К}$

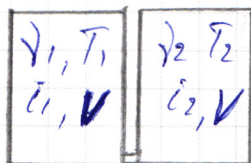
$\nu_2 = 1/5 \text{ моль}$   
 $\epsilon_2 = 3$   
 $T_2 = 600 \text{ К}$

1)  $T_{\text{конечное}} - ?$

2)  $\frac{P_{\text{конеч.}}}{P_{\text{из}}}$  - ?

увеличились

решение.



Так как газы идеаль-  
ные, то применим  
формулу М-К:

$PV = \nu RT$

1)  $P_1 V = \nu_1 R T_1$ ;  
2)  $P_2 V = \nu_2 R T_2$ ;

По закону Дальтона общее давление газов в сосуде равно сумме парциаль-  
ных давлений. А так как для каждого  
газа после открытия перегородки объемы  
все еще, то имеем: 3)  $\frac{P_1 + P_2}{2} \cdot 2V = (\nu_1 + \nu_2) R T_{\text{кон.}}$

$$P_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V}, \quad P_2 = \frac{\nu_2 R T_2}{V}, \quad \text{тогда}$$

$$\frac{\nu_1 R T_1 + \nu_2 R T_2}{V} = (\nu_1 + \nu_2) R T_{\text{кон.}} \Rightarrow$$

$$1) T_{\text{кон.}} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{1/3 \cdot 300 + 1/5 \cdot 500}{1/3 + 1/5} = \frac{200}{8/15} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\text{кон.}} = 25 \cdot 15 = 125 + 250 = 375 \text{ (K)}$$

$$2) \frac{P_{\text{конеч.}}}{P_{02}} = \frac{P_1 + P_2}{2 P_2} = \frac{\frac{\nu_1 R T_1 + \nu_2 R T_2}{V}}{2 \frac{\nu_2 R T_2}{V}} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{2 \nu_2 T_2} = \frac{200}{200} = 1.$$

Ответ: 1)  $T_{\text{кон.}} = 375 \text{ K} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}$ ; 2)  $\frac{P_{\text{конеч.}}}{P_{02}} = 1 = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{2 \nu_2 T_2}$ .

№5. Дано:

$$V_0;$$

↓ изобара

$$V_1 = 3V_0$$

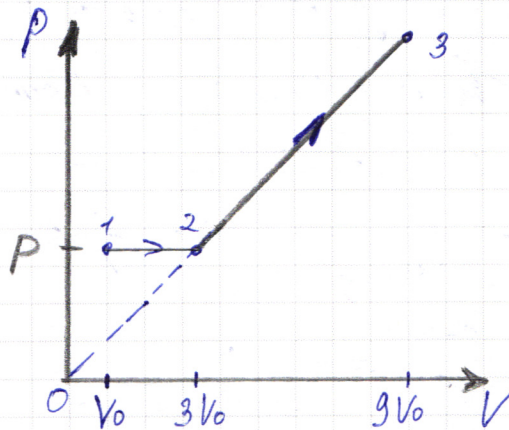
↓  $P \sim V$

$$V_2 = 3V_1 = 9V_0$$

$$1) \frac{T_2}{T_0} = ?$$

$$2) \frac{A_1}{A_2} = ?$$

Решение.



$$2) T_1 = 3T_0$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 9 \Leftrightarrow \frac{T_2}{3T_0} = 9 \Rightarrow \frac{T_2}{T_0} = 27.$$

$$1-2: P = \text{const} \Rightarrow \frac{V}{T} = \text{const}$$

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1} = \frac{3V_0}{T_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_0} = 3$$

$$2-3: P = \text{const} \cdot V$$

$$PV = \nu RT \Leftrightarrow$$

$$\text{const} V^2 = \nu RT \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{V^2}{\text{const}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T \sim V^2 \Rightarrow$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2^2}{V_1^2} = \frac{81V_0^2}{9V_0^2} = 9.$$

$$3) A_1 = p \Delta V_1 = 2pV_0$$

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Leftrightarrow \frac{p V_0}{T_0} = \frac{p_2 \cdot 9V_0}{27T_0} \Leftrightarrow p = \frac{1}{3} p_2 \Rightarrow p_2 = 3p.$$

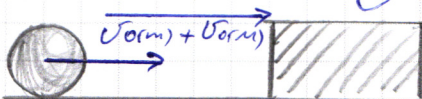
$$A_2 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) \Delta V_2 = \frac{1}{2}(p + 3p) 6V_0 = 12pV_0.$$

$$4) \frac{A_1}{A_2} = \frac{2pV_0}{12pV_0} = \frac{1}{6}.$$

Ответ: 1)  $\frac{T_2}{T_0} = 27$ ; 2)  $\frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{6}$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(Продолжение задачи БЗ)



Тогда после упругого удара о брусок шарик меняет вектор скорости.

Другими словами, скорость шарика станет равна  $(\leftarrow) 1(v_{0(m)} + v_{0(M)})$

Вернемся к земной с.о.:

Здесь брусок после упругого удара поменяет за шариком со все той же  $v_{0(M)}$ , при этом шарик относительно него («убегает») со скоростью  $1(v_{0(m)} + v_{0(M)})$ , а значит его  $v_{1(m)}$  относительно Земли равна  $v_{0(m)} + 2v_{0(M)}$

А еще по условию известно, что  $v_{1(m)} = 2v_{0(m)}$

$$\text{Тогда } 2v_{0(m)} = v_{0(m)} + 2v_{0(M)} \Rightarrow v_{0(m)} = 2v_{0(M)}$$

$$\text{А значит, } \frac{v_{0(m)}}{v_{0(M)}} = 2.$$

Ответ:  $\textcircled{2}$ .



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$m U_{0(m)} - M U_{0(m)} = -m U_{1(m)} + M U_{1(m)}$$

$$M(U_{1(m)} - U_{0(m)}) = -m U_{1(m)} - m U_{0(m)}$$

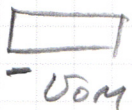
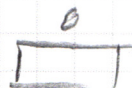
$$2 U_{0(m)} + U_{0(m)} \quad U_{0(m)}$$

$$- 2 U_{0(m)} - U_{0(m)}$$

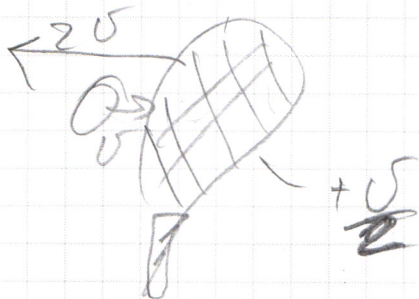
$$\text{○} \quad U_{0(m)} + U_{0(m)}$$

$$- 2(U_{0(m)} + U_{0(m)})$$

$$- 2 U_{0(m)} - U_{0(m)}$$



б)



$$\text{○} \quad \frac{1}{2}$$

$$\frac{8}{100} \cdot \frac{25}{25} = \frac{200}{100} = 2.00$$

$$P_{U_1} = U R_1$$

$$P_{U_2} = U R_2$$

$$2 P_{2U} = (U_1 + U_2) R_{375}$$

$$P_2 = \frac{(U_1 + U_2) R_{375}}{2U} \quad (P_1 + P_2) \quad U_2 = U R_3$$

$$\frac{2 U R_1 + 2 U R_2}{2U} = \frac{2 U R_1 + 2 U R_2}{2U} = \frac{2}{3} R_3$$





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



1-013

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

13. По идее, если удар упругий



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)