Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 111-СС-1

(заполняется секретарём)

Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом α=60° к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время t_0=2 секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?

2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.

Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2.

2. Шарик массой m_1, скользивший по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2, который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.

2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарику, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

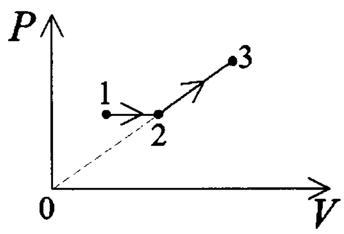
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся υ_1= 1/2 моль одноатомного идеального газа при температуре T_1=200 К и υ_2=1/3 моль другого одноатомного газа при температуре T_2=300 К. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.

2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1.

5. Объем идеального газа увеличивается в n=2 раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в n=2 раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V.



1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?

2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

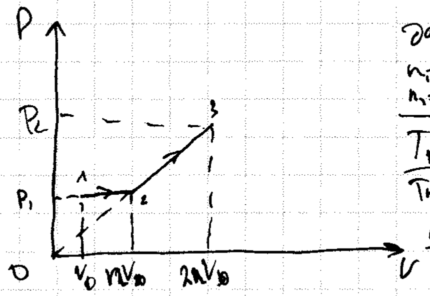
14-001

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



Дано: $n=2$, $n_1=2$

$\frac{T_к}{T_н}$ - ?

$\frac{A_{12}}{A_{23}}$ - ?

Решение:

1) $P_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{P_1V_1}{\nu R}$ (1)

2: $P_2V_2 = \nu RT_2$

$P_1 n V_1 = \nu RT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{nP_1V_1}{\nu R}$ (2)

2-3 - процесс, оду проходящий через начало координат:

$pV = \nu RT$

$pV = kV^2$, видим, что зависимость температуры от объема квадратичная:

$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2 = \frac{T_3}{T_2}$ (3)

Подставим (1) в (2): $T_2 = nT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{n}$

$\cancel{\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2 = \frac{nT_3}{T_2}}$ $\quad 2nV_1 = V_3$ $\quad \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^2 = \frac{nT_3}{T_2}$

$\left(\frac{2nV_1}{V_1}\right)^2 = \frac{nT_3}{T_2}$

$4n^2 = n\frac{T_3}{T_2}$ $\quad |:n$, $n>0$

$\cancel{\frac{T_3}{T_1} = 4n = \frac{T_3}{T_2} = 4\cdot 2 = 8.}$ $\quad \frac{T_3}{T_1} = 4n = 8.$

$\frac{1}{2}P_2V_3 - \frac{1}{2}P_1V_2 = \frac{1}{2}(P_2V_3 - P_1V_2) =$

$= \frac{1}{2}(2P_1 2nV_1 - P_1nV_1) = \frac{1}{2}(3P_1V_1n) =$

$= \frac{3}{2}P_1V_1n$ (2)

2) $A_{12} = P_1(V_2 - V_1) = P_1V_1(n-1)$ (1)

$A_{23} = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(V_3 - V_2) = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)(2nV_1 - nV_1)$, т.к. в условии сказано, что в 2-3 процессе давление прямопропорционально объему, то $P_2 = 2P_1$, получаем:

$A_{23} = \frac{1}{2}(2P_1 - P_1)(V_1(2n-n)) = \frac{1}{2}P_1V_1n$

$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{P_1V_1(n-1)}{\frac{1}{2}P_1V_1n} = \frac{2(n-1)}{n} = \frac{2n-2}{n} = 2 - \frac{2}{n} = 2 - \frac{2}{2} = 2 - 1 = 1.$?

$A_{23} = \frac{P_1+P_2}{2}(2nV_0 - nV_0) = \frac{1}{2}(P_1+P_2)(V_0(2n-n)) = \frac{1}{2}P_1(n+1)V_1n = \frac{1}{2}n(n+1)P_1V_1$

$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{P_1V_1(n-1)}{\frac{1}{2}n(n+1)P_1V_1} = \frac{2n-2}{n^2+n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. ?

$\frac{P_1V_1(n-1)}{\frac{3}{2}P_1V_1n} = \frac{2(n-1)}{3n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№3

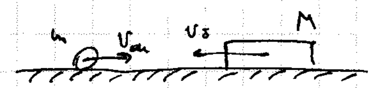
Дано:

$M \gg m$

$V_1 = 4V_0$

$\frac{V_ш}{V_б}$ — ?

Решение:



Т.к. ~~в момент удара возникает упругая~~ удар центральный и в момент удара возникает огромная сила реакции опоры, трение также отсутствует, то импульс системы сохраняется;

Перейдем в СО бруска:

$V_ш = V_0 + V_б$

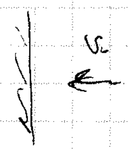
После удара скорость шарика увеличивается.

Перейдем в СО поверхности:

$V_ш = V_0 + 2V_б$

$4V_0 = V_0 + 2V_б$

$3V_0 = 2V_б \Rightarrow \frac{V_ш}{V_б} = \frac{2}{3}$;



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

14-001

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:
$\alpha = 60°$
$t_0 = 2с$

L - ?
H - ?

Решение:

1. Очевидно, что если мяч приземлится в ту же точку, то в момент удара о стену он имел скорость $\perp$ стене (горизонтальную скорость).

$2L = V_0 \cos\alpha \, t_0 \Rightarrow L = V_0\cos\alpha \frac{t_0}{2}$ (1)

В верхней точке вертикальная составляющая скорости $V_y = 0$, т.к. мяч приземлится в ту же точку:

$V_y = V_0 - g\frac{t_0}{2} \Leftrightarrow 0 = V_0 - g\frac{t_0}{2} \Rightarrow V_0 = g\frac{t_0}{2}$ (2), т.к. t_0 - время всего полета, а из симметрии движения следует, что $t_{до\ удара} = t_{после\ удара} = \frac{t_0}{2}$.

Подставим (2) в (1):

$L = \frac{gt_0}{2}\cos\alpha\frac{t_0}{2} = \frac{gt_0^2}{4}\cos\alpha = \frac{10 м/с^2 \cdot 4с^2}{4}\cdot\frac{1}{2} = 5 м.$

$H = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ (3)

Подставим (2) в (3):

$H = \frac{g^2 t_0^2 \sin^2\alpha}{4\cdot 2g} = \frac{gt_0^2}{8}\cdot\sin^2\alpha = \frac{10 м/с^2\cdot 4с^2}{8}\cdot\frac{3}{4} = \frac{30}{8} м = \frac{15}{4} м = 3,75 м.$

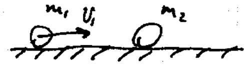
Ответ: $L = 5 м$; $3,75 м = H$

№2

Дано:
m_1
m_2
$V_2 = 2V_1$

$\frac{m_2}{m_1}$ - ?
$\frac{V_2'}{V_1}$ - ?

Решение:



1) ЗСИ:
$m_1V_1 = m_2V_2' - m_1V_2 \Rightarrow V_2' = \frac{3m_1V_1}{m_2}$ (1)

2) ЗСЭ:
$\frac{m_1V_1^2}{2} = \frac{m_2V_2'^2}{2} + \frac{m_1V_1^2}{8}$

$\frac{3m_1V_1^2}{8} = \frac{m_2V_2'^2}{2}$ (2)

Подставим (1) в (2):

$$\frac{3 m_1 v_1^2}{2} = \frac{9 m_2 \cdot m_1^2 \cdot v_1^2}{m_2^2}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{9 m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{6}. \quad (3)$$

3) $\frac{v_2'}{v_1}$ — ?

Подставим (3) в (1):

$$v_2' = 3v_1 \cdot \frac{1}{6} \Rightarrow v_2' = \frac{1}{2} v_1 \Rightarrow 2v_2' = v_1.$$

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{6}$; $2v_2' = v_1$

№ 4

Дано:

$\nu_1 = \frac{1}{2}$ моль

$\nu_2 = \frac{1}{3}$ моль

$T_1 = 200K$

$T_2 = 300K$

T — ?

$\frac{p_к}{p_1}$ — ?

Решение:

1) $\nu_1 C_v T_1 + \nu_2 C_v T_2 = (\nu_1 + \nu_2) C_v T \quad (1)$

$C_v = const$, т.к. газ одноатомный идеальный, а сосуд теплоизолирован.

Из (1): $$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{6(100+100)}{5} K = 240K.$$

2) Т.к. смесь газов занимает весь сосуд, то объем смеси газов $2V$

ур-ие Менд-Клап:

I. $2p_к V = (\nu_1 + \nu_2) RT \Rightarrow p_к = \frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{2V} \quad (2)$

II. $p_1 V = \nu_1 R T_1 \Rightarrow p_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V} \quad (3)$

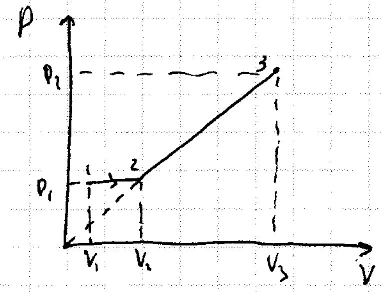
Разделим (2):(3)

$$\frac{p_к}{p_1} = \frac{\frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{2V}}{\frac{\nu_1 R T_1}{V}} = \frac{(\nu_1+\nu_2)T}{2\nu_1 T_1} = \frac{5 \cdot 240}{6 \cdot 200} = 1.$$

Ответ: $T = 240K$; $\frac{p_к}{p_1} = 1$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



Дано:
$n_1 = 2$
$n_2 = 2$
$n_1 = n_2 = n$

$\frac{T_к}{T_н}$ - ?

$\frac{A_{12}}{A_{23}}$ - ?

Решение:

1) I: Менд-Клап:

$$P_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{P_1V_1}{\nu R} \quad (1)$$

II:

$$P_2V_2 = \nu RT_2$$

$$P_1 nV_1 = \nu RT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{nP_1V_1}{\nu R} \quad (2)$$

2-3 – процесс проходящий через начало координат:

Введем коэф. пропорциональности k:

$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ pV = kV^2 \end{cases} \Rightarrow kV^2 = \nu RT$$, откуда видно, что зависимость температуры от объема квадратичная на участке 2-3:

$$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2 = \frac{T_3}{T_2} \quad (3)$$

Подставим (1) в (2): $T_2 = nT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{n}$

По условию: $2nV_1 = V_3$

$$\frac{T_к}{T_н} = \frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^2 = \frac{nT_3}{T_2}$$

$$\frac{T_к}{T_н} = \left(\frac{2nV_1}{V_1}\right)^2 = \frac{nT_3}{T_2}$$

$$\frac{T_к}{T_н} = 4n$$; Подставим n:

$$\frac{T_к}{T_н} = 4 \cdot 2 = 8.$$

2) $A_{12} = P_1(V_2 - V_1) = P_1V_1(n-1) \quad (4)$

$A_{23} = \frac{1}{2}(P_2V_3 - P_1V_2) = \frac{1}{2}(2P_1 2nV_1 - P_1nV_1) = \frac{1}{2}(3nP_1V_1) \quad (5)$

Разделим (4):(5):

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{P_1V_1(n-1)}{\frac{3}{2}P_1V_1 n} = \frac{2(n-1)}{3n};$$

Подставим n:

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{2(n-1)}{3\cdot 2} = \frac{2\cdot 1}{6} = \frac{1}{3}.$$

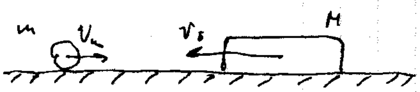
Ответ: $\frac{T_K}{T_H} = 8$; $\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{1}{3}$

№3

Дано:
$M \gg m$
$V_ш = 4V_0$

$\frac{V_ш}{V_б}$ - ?

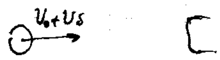
Решение:



Т.к. скорость шарика ⊥ грани бруска, в момент удара возникает огромная сила реакции опоры, и в отсутствии трения импульс системы сохраняется. Причем брусок движется в том же направлении, практически не меняя скорости $M \gg m$.

Перейдем в СО бруска:

$V_ш = V_0 + V_б$



После удара скорость шарика увеличивается:

Перейдем обратно в СО поверхности:

$V_ш = V_0 + 2V_б$

$4V_0 = V_0 + 2V_б$

$3V_0 = 2V_б \Rightarrow$ $\cancel{\frac{V_ш}{\cdot}}$ $\frac{V_ш}{V_б} = \frac{2}{3}$.

Ответ: $\frac{2}{3} = \frac{V_ш}{V_б}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:
$\alpha = 60^\circ$
$t_0 = 2c$
$L - ?$
$H - ?$

Решение:

$1^?$ $L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$, очевидно, если мяч упал в ту же точку, то на верху он имел только горизонтальную скорость.

$L = V_0 \cos\alpha \frac{t_0}{2}$ (1)

$L = \frac{g t_0^2}{4}\cos\alpha = \frac{10 \cdot 4 \cdot 1}{4 \cdot 2} = 5.$

На верху: $V_y = V_0 - g\frac{t_0}{2} \Rightarrow V_y = 0$; $V_0 = g\frac{t_0}{2}$ (2)

(2) в (1)

$L = g t_0^2 \cos\alpha = 10 м/с^2 \cdot 4с^2 \cdot \frac{1}{2} = 20 м.$

$H = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{g^2 t^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{g t^2 \sin^2\alpha}{2} =$

$= \frac{10 м/с^2 \cdot 4с^2 \cdot 3}{8} = 15 м.$

V_2? $V_y = V_0 - g\frac{t_0}{2} \Rightarrow V_0 = \frac{g t_0}{2}$. (2)

(2) в (1):

$L = \frac{g t_0}{2}\cos\alpha \frac{t_0}{2} = \frac{g t_0^2}{4}\cos\alpha = \frac{10 м/с^2 \cdot 4с^2}{4} \cdot \frac{1}{2} = 10 м.$ 5м.

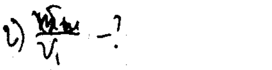
$H = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{g^2 t_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{4 \cdot 2g} = \frac{g t_0^2 \sin^2\alpha}{8} = \frac{10 м/с^2 \cdot 4с^2 \cdot (\sqrt{3})^2}{8 \cdot 4} = \frac{15}{4} м =$

$= 3,75 м.$

№2.

Дано:
m_1 $V_2 = 2V_1$
m_2
$\frac{m_2}{m_1} - ?$
$\frac{V_{2н}}{V_1} - ?$

Решение:



1)

ЗСИ:
$m_1 V_1 = m_2 V_2 - m_1 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{3 m_1 V_1}{m_2}$ (1)

ЗСЭ:
$\frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{m_2 V_2^2}{2} + \frac{m_1 V_1^2}{8}$

$\frac{3 m_1 V_1^2}{8} = \frac{m_2 V_2^2}{2}$ (2)

(1) в (2):

$\frac{3 m_1 V_1^2}{2} = \frac{m_2 \cdot 9 m_1^2 V_1^2}{m_2^2}$

$\frac{3}{2} = \frac{9 m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}.$

2) $\frac{V_{2н}}{V_1}$ - ?

$V_{2н} = 3V_1 \frac{m_1}{m_2}$

$V_{2н} = 3V_1 \cdot \frac{1}{6}$; $V_2 = \frac{1}{2}V_1$

$2V_{2н} = V_1$

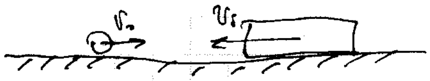
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№3

Дано:
$M >> m$
$V_1 = 4V_0$
$\frac{V_{ш}}{V_б} - ?$

Решение.



Лаб СО: $-V_б$

Т.к. $M >> m$ то брусок не изменяет свою скорости:

$mV_ш + MV_б = 4mV_ш + MV_б'$

$5mV_ш = -MV_б + MV_б'$

$\frac{V_0}{V_б} = \frac{2}{5}$.

Перейдем в СО бруска:

$V_ш = V_0 + V_б$

$V_- = \cancel{V_ш} - V_б$

~~СО лаб.~~ $\cancel{mV_0 + MV_б = 4mV_0 + MV_б}$

$\cancel{V_0 = 2V_б - V_ш}$ Со лаб: $V_0 = V_ш - 2V_б$

$V_0 + V_б = 4V_0$; $V_б = 3V_ш \Rightarrow \frac{V_б}{V_ш} = 3$.

Перейдем в СО бруска:

$V_ш = V_0 + V_б$;

Вернемся шарик ударяется.

Перейдем в СО с Землей:

$V_- = V_0 + 2V_б$

$4V_0 = V_0 + 2V$

$3V_0 = 2V_б$

$V_0 = \frac{2}{3}V_б$

№4

Дано:
$\nu_1 = \frac{1}{2}$ моль
$\nu_2 = 1/3$ моль
$T_1 = 200K$
$T_2 = 300K$
$T - ?$
$\frac{P_к}{P_1} - ?$

Решение.

1) $\nu_1 C_V T_1 + \nu_2 C_V T_2 = (\nu_1 + \nu_2) C_V T$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = 240K.$$

2) $2P_к V = (\nu_1 + \nu_2) RT \Rightarrow P_к = \frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{2V}$

$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1 \Rightarrow P_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V_1}$

$\cancel{\frac{P}{P_1} = \frac{\frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{2V}}{\frac{\nu_1 RT}{V}}}$ $\cancel{\frac{\nu_1+\nu_2}{2\nu_1} = \frac{5}{6}}$

$\frac{6(100+100)}{5} =$

$\frac{6 \cdot 200}{5} = 240K.$

$V_1 = V_2 = V.$

$$\frac{P}{P_1} = \frac{\frac{(\nu_1+\nu_2)RT}{2V}}{\frac{\nu_1 RT_1}{V}} = \frac{(\nu_1+\nu_2)T}{2\nu_1 T} = \frac{\frac{5}{6}\cdot 240}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot 200} = \frac{5 \cdot 240}{6 \cdot 200} = 1.$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА