Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 9-5

(заполняется секретарём)

Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом α=60° к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время t_0=2 секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?

2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.

Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2.

2. Шарик массой m_1, скользивший по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2, который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

1) Найти отношение масс $\dfrac{m_2}{m_1}$.

2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарику, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

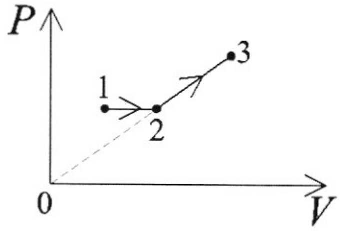
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся υ_1= 1/2 моль одноатомного идеального газа при температуре T_1=200 К и υ_2=1/3 моль другого одноатомного газа при температуре T_2=300 К. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.

2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1.

5. Объем идеального газа увеличивается в n=2 раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в n=2 раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V.



1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?

2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

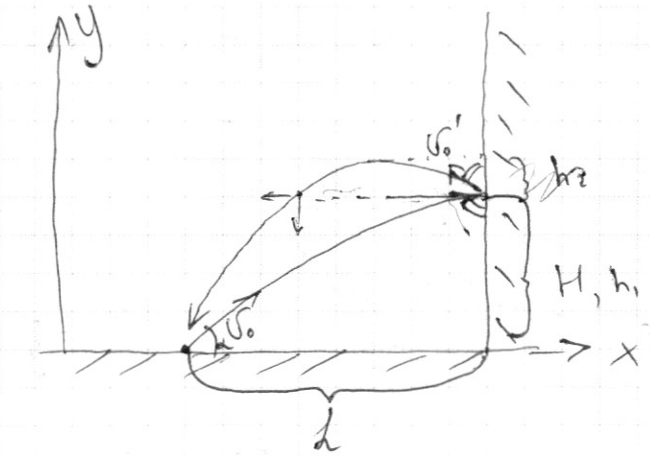
Задача 1

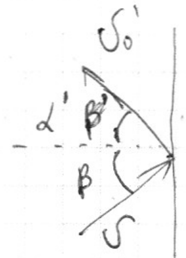
$t_0 = 2c$

$\alpha = 60°$

h

H





так как удар упругий, то:

$v_0' = v$ и $\alpha' = \beta$, где v и β скорость мяча, и угол вектора скорости

мяч вернулся на то же место, из этого:

$s = 0$

$v_x t_1 - v_x t_2 = 0 \quad (t_1 + t_2 = t_0 = 2c)$

$v_x(t_1 - t_2) = 0 \Rightarrow t_1 = t_2 = t \div 2 = 2c \div 2 = 1c$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2\cos^2\alpha + v_0^2\sin^2\alpha - 5} = \sqrt{v_0^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) - 5} = v_0'$

$v_y = v_0\sin\alpha t - gt^2/2 = v_0\sin\alpha - 5$; $v_y^2 = (v_0\sin\alpha)^2 + 25 - 10v_0\sin\alpha$

$v = \sqrt{v_0^2\cos^2\alpha + v_0^2\sin^2\alpha - 5 + 25 - 10v_0\sin\alpha} = \sqrt{v_0^2 - 10v_0\sin\alpha + 20} = v_0'$

если разложить $\bar{v}$ и $\bar{v}'$ на ox и oy, то

$\bar{v}_x = \bar{v}_x'$ и $\bar{v}_y = -\bar{v}_y'$ то есть:

$v_0'\sin\alpha' = -(v_0\sin\alpha - gt) = gt - v_0\sin\alpha = 10 - v_0\sin\alpha$ $\quad \cancel{m_1v_1 = +m_1\frac{v_1}{2} + m_2v_2}$

$h_1 = v_0\sin\alpha\, t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = v_0\sin\alpha - 5$

$h_2 = v_0'\sin\alpha'\, t_2 - (gt_2^2) \div 2 = gt_1 - v_0\sin\alpha - 5 = 5\cancel{10} - v_0\sin\alpha$ $\quad \cancel{m_2v_2 = \frac{m_1v_1}{2}}$

где h_2 - высота, на которую поднимется мяч, после удара. По условию задачи через t_2 h_2 будет < 0, то:

$h_1 + h_2 = 0$

но мяч вернулся в первоначальное положение

$$H_{max} = \frac{V_0'^2 \sin^2\alpha'}{2g} = \frac{100 - 200V_0\sin\alpha + (V_0\sin\alpha)^2}{2g}$$

$$t_{падения} = \frac{2V_0\sin\alpha'}{g} = \frac{2(10 - V_0\sin\alpha)}{\cancel{2}g} = \frac{2(10 - V_0\sin\alpha)}{g} = 1c\,g$$

~~$V_0\sin\alpha = -90$~~ время падения после удара, оно же $t_2 = 1c$, $t_{падения}$

$10 - V_0\sin\alpha = 5$

$V_0\sin\alpha = 5$

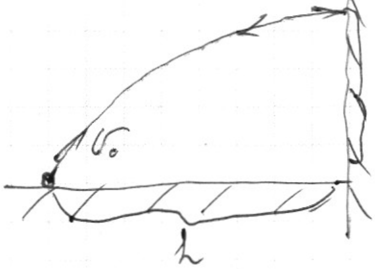
$$t'_{падения} + \frac{V_0\sin\alpha - gt}{g} = 1c$$

$$\cancel{2}\ \cancel{2V_0}\ \frac{2(10 - V_0\sin\alpha)}{g} + \frac{V_0\sin\alpha - g}{g} = 1c$$

$\cancel{2V}\ 20 - 2V_0\sin\alpha + V_0\sin\alpha - g10 = 10$

$-V_0\sin\alpha = 0$

таким образом, т.к. мяч вернулся на прежнее расстояние, то $\angle\beta$ в момент удара: $\beta = 0°$, то есть:



траектория мяча.

по-этому

$$t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 1c$$

$$H = \frac{t^2 \times g}{2} = \frac{1 \cdot 10}{2} = 5м$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9 - 5

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$H = H_{max}$

$H = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = 5м$

$V_0 = \sqrt{\frac{H_{max} \times 2g}{\sin^2\alpha}} = \sqrt{\frac{5 \times 20}{0,75}} = 10 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \approx \frac{20}{1,75} \approx 12 \frac{м}{с}$

$L = V_0 \cos\alpha\, t = 12\frac{м}{с} \times \cos 60° \times 1с = 6м$

можно утверждать так, ибо мяч вернулся в на прежнее расстояние. в ином случае (как было предположено изначально), расстояние было бы другое.

Задача 4

по уравнению Менделеева-Клапейрона:

$PV = \nu RT$, т.к. $V = const$, то:

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} = \frac{\frac{1}{2} моль \times 200K}{\frac{1}{3} моль \times 300K} = \frac{100}{100} = 1$, то есть, давления P_1 и P_2 в двух сосудах одинаковое, из этого следует, что после открытия крана, в них давления не изменятся.

2) 1 к 1.

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача №3

так как масса бруска много больше массы шарика, то их соотношением можно принебречь. тогда:

ж скорость шарика по модулю будет равнятся сумме скостей шарика и бруска (по модулю) по закону сохр. импульса

Пусть: начальная скорость шарика по модулю равна x, тогда после удра $4x$

ж' скорость бруска $= y$.

$x + y = 4x$

$y = 3x$

Ответ: скорость бруска в 3 раза больше скорости шарика.

Задача 5 так как дан идеальный газ

$PV = \nu RT$. $\nu = const$.

сначала V увеличился в 2 раза, тогда и T увеличилось в 2 раза. (изобарический процесс)

потом V увеличился в 2 раза, по прямо пропорционально P. так как на графике прямая, на которой находится отрезок изменения V и P, проходит через начало координат, то k, коефициент пропорциональности ($V = kP$), равен 1, ~~ибо~~ то есть $V = P$. из этого P тоже увеличилось в 2 раза

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

в итоге T увеличилась на в $2\times2\times2 = 6$ раз, по сравнению с первоначальной.

$A = P\Delta V$ работа газа

$$\frac{P\Delta V}{2\times 2P\Delta V} = \frac{1}{2\times 2} = \frac{1}{4}$$

работа по изобаре в 4 раза меньшая, чем р. работа при прямопропорциональной зависимости ~~V~~ P от V.

$A_1 = P_1 \Delta V_1$ работа по д изобаре.

$A_2 = P_2 \Delta V_2$ работа при $P = kV$, $k = 1$.

$P_2 = 2P_1$

$\Delta V_1 = V_2 - V_1$, $V_2 = 2V_1 \Rightarrow \Delta V_1 = 2V_1$

$\Delta V_2 = V_3 - V_2$, $V_2 = 2V_2 \Rightarrow \Delta V_2 = 2V_2$

$\Rightarrow$ ~~$\Delta V_2 = 4$~~ $\Delta V_2 = 2V$

$\Delta V_2 = 2\Delta V_1$

т. к. $P_2 = 2P_1$ и $\Delta V_2 = 2\Delta V_1$

$$\frac{P_1\Delta V_1}{P_2\Delta V_2} = \frac{P_1 \cancel{V_1} \Delta V_1}{2\times 2\times P_1\Delta V_1} = \frac{1}{4}$$

по изобаре :

$A_1 = P_0V = PV_1$

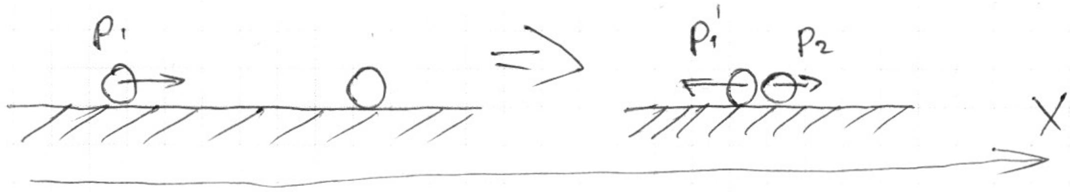
вторая работа

$A_2 = \cancel{PV_3 - 2PV_2 = PV} = 2PV_3 - PV_2 = 4PV_2 - PV_2 = 3PV_2 =$

$= 6PV_1$

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{PV_1}{6PV_1} = \frac{1}{6}$ работа в 6 раз большая.

Задача 2



за законом сохранения импульса:

$p_1 + 0 = p_1' + p_2$

$p_1 = m_1 v_1$; $p_1' = m_1 v_1'$; $p_2 = m_2 v_2$

т.к. $v_1' = 2 v_1$

$m_1 v_1 = \frac{m_1 v_1}{2} + m_2 v_2$

$\frac{m_1 v_1}{2} = m_2 v_2 \Rightarrow \frac{m_1 v_1}{2 m_2 v_2} = 1$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-5

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

$\cos 30^\circ = \sqrt{1-\frac{1}{2}^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt3}{2} = \sin 60^\circ$

$t_з = 2\sqrt{\frac{2H}{g}} = 2c = 2t_n$. $1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$; $\frac{2H}{g} = 1$; $H = \frac{1\times 10}{2} = \frac{10}{2} = 5$ м

$H = \frac{t^2 \times g}{2} = \frac{1 c \times 10 \frac{м}{c^2}}{2} = \cancel{20}$ м 5 м

$H_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 60^\circ}{20}$ $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt3}{2}$; $\sin^2 60^\circ = \frac{3}{4} = 0{,}75$

$v_0 = \sqrt{\frac{120\times 20}{0{,}75 \sin^2 60^\circ}} = \frac{\sqrt{200}}{\sin 60^\circ} = \frac{20}{0{,}5\sqrt3} = \frac{40}{\sqrt3} = \frac{40\sqrt3}{3} =$

$H_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

$L = v_0 \cos\alpha\, t$

$v_0 = \sqrt{\frac{H_{max} 2g}{\sin^2\alpha}} = \sqrt{\frac{5 м \times 20}{0{,}75}} = \sqrt{\frac{100}{0{,}75}} = 10 \div \frac{\sqrt3}{2} = \frac{10\times 2}{\sqrt3} = \frac{20\sqrt3}{3}$

PV

P_1V_1

$PV - 4PV$

$3PV$

$8\times 2 = 16$

$\frac{10}{1{,}7} = \frac{100}{17{,}5}$

$1{,}5\times 2 = 3$; $1{,}5n \times \frac{2}{n} = 3$; $1{,}5n = \frac{2}{n}$

$1{,}5n^2 = 2$; $n = \sqrt{\frac{2}{1{,}5}} = \sqrt{\frac{0{,}4}{0{,}3}}$

$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{2} \div \frac{\sqrt3}{2} = \frac{1\times 2}{2\sqrt3} = \frac{1}{\sqrt3}$

$\sqrt3 \approx 1{,}75$

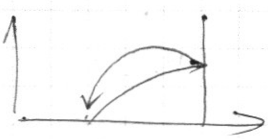
$200 : 175 = 1{,}52$

$L = v_0 \cos 60 \times 2/c = \sqrt{\frac{H_{max} 2g \cdot \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}} = \sqrt{\frac{5\times 20\times 1}{3}} = \sqrt{\frac{100}{\sqrt3}} = \frac{10}{\sqrt3}$

$L = \frac{10\sqrt3}{3}$ м

$H = 5$ м

$\frac{g(t_1^2 + t_2^2)}{2} = v_0 \sin\alpha\, t_1$



$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$ if $D > 0$

$v_y = \frac{v_0 \sin\alpha - gt}{g}$

$h = v_0 \sin\alpha\, t_1 - \frac{gt_1^2}{2}$

$\frac{10\times 2^2 - 2 t_1 t_2}{\sin 2} = v_0 \sin\alpha\, t_1$

$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $t_1 + t_2 = 2c$

$10 - t_1 t_2 = v_0 \sin\alpha\, t_1$

$h = \frac{t_2^2 g}{2}$; $\frac{t_2^2 g}{2} = v_0 \sin\alpha\, t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$

$t_1 + t_2 = t$

$t_1 = t_2$

$VP = \nu RT$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} =$

$P_0V_0 - 2V_0 2P_0$

$4V_0P_0 - P_0V_0 = 3P_0V_0$

$3P_2V_2$

P_2V_1

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

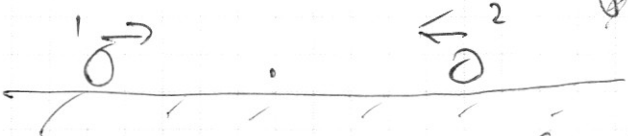
(Нумеровать только чистовики)

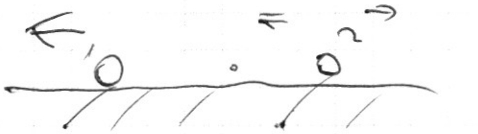
$tg = \frac{sin}{cos}$ $ctg = \frac{cos}{sin}$

Задача 2

$(\upsilon_0 \sin\gamma - 5) + (\upsilon_0 \sin\alpha - 5) = 0$

$(\upsilon_0 ctg\alpha \cos\alpha - 5) = \upsilon_0 \sin\alpha - 5$





$m_2 \upsilon_2 - m_1 \upsilon_1 = \frac{\upsilon_1}{2}(m_1 + m_2)$

$\Sigma p = const$ ~~$m_2 \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} - m_1 = \frac{m_1+m_2}{2}$~~

I В: $p_1' = p_2$

II В: $p_1' = p_2$

$m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2 = const$

$\upsilon_0 ctg\alpha \cos\alpha \overset{-5}{=} -(\upsilon_0 \sin\alpha - 5)$

I В: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{2}{1}$

$p_1 < p_2$

$p_1 + p_2 = p$

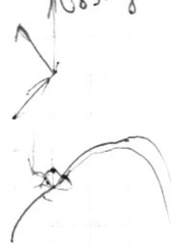
$m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 = -m_1 \upsilon_1 \times 0{,}5 \pm m_2 \upsilon_2'$ $\upsilon_0 \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{2} - 5 = -(\upsilon_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 5)$

II В: $p_2 - p_1 = p$

I вариант: после удара оба в разные стороны

$\upsilon_0 \sin\gamma = \upsilon_0 \alpha$

II вариант: оба в одну сторону



если В I: ~~$\upsilon_1 = \upsilon_2'$~~ ~~и~~ $\upsilon_2 = \upsilon_1'$

$p_1 = p_2'$ $p_2 = p_1'$

I В: $p_1 + p_1 = p_1' + p_2'$

$\upsilon_y t - gt = x$

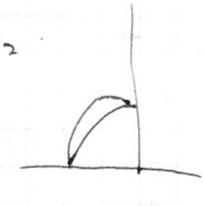
$p_1 + p_2 = p_1 + p_2$

$p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$

$m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2 = -m_1 \upsilon_1' + m_2 \upsilon_2'$

$m_1 \upsilon_1$

$\upsilon_1' = \upsilon_1 \times 0{,}5$



$\upsilon_0 \sin\alpha - gt$

$\upsilon_x t_1 - \upsilon_x t_2 = 0$

$h_1 = \upsilon_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2} = (\upsilon_0 \sin\alpha - 5)$ м

$\upsilon_x (t_1 - t_2) = 0$

$h_2 = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y t^2} \sin\gamma$

$l = \upsilon_0 \cos\alpha t$ $\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha$

$\gamma = 90° - \beta$

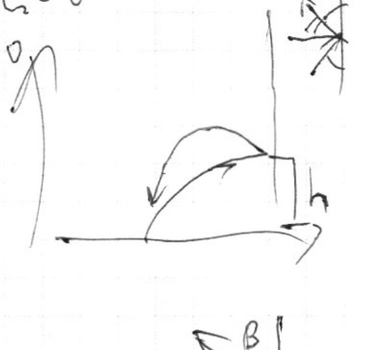
$L_2 = \upsilon_0' \cos\gamma =$

~~$tg\beta = \sqrt{\upsilon_x^2}$~~

$P = \frac{\nu RT}{V}$

$\upsilon_0 \cos\alpha = \upsilon_0' \sin\alpha$

$= \upsilon_0' \sin\alpha$



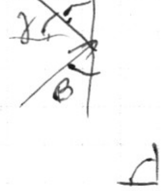
$\upsilon_0 = tg\alpha\, \upsilon_0'$

$h_2 = \upsilon_0' \cos\gamma - \frac{gt^2}{2}$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} = \frac{0{,}3 \times 400}{0{,}9 \times 300} = \frac{400}{100} \approx 1$

$\boxed{P = \frac{3 m V}{2}}$

$h_2 = (\upsilon_0 \sin\gamma - 5)$ м



$PV = \nu RT$, $V = const$

$\frac{3mV}{2} = \frac{\nu RT}{V}$

$\gamma = 90° - \alpha$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1' v_1' + m_2' v_0'$

$p_1 + 0 = \frac{p_1}{2} + p_2$

$p_2 = \frac{p_1}{2}$

$m_2 v_2 = \frac{m_1 v_1}{2}$

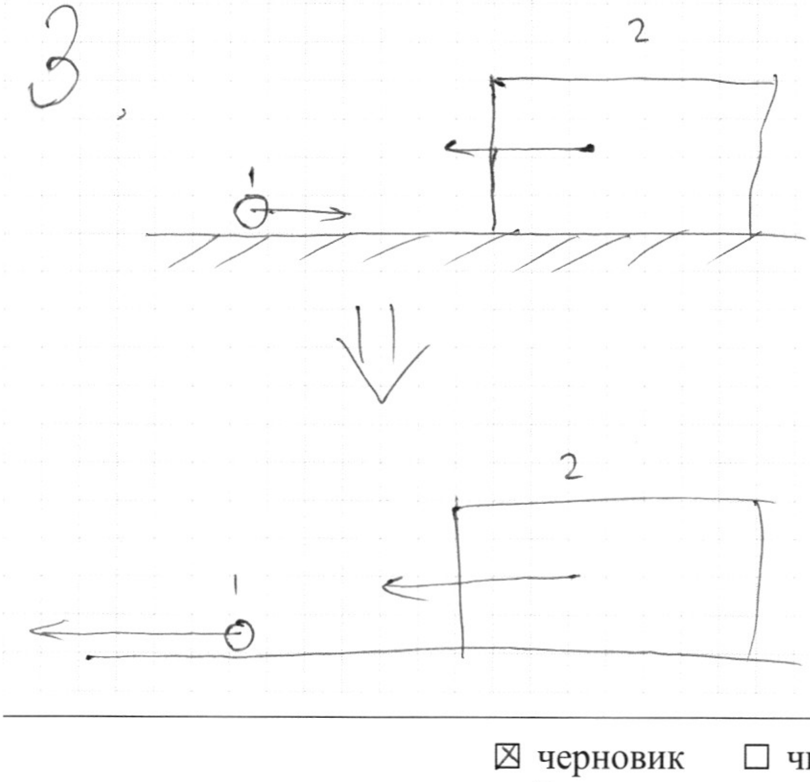
v_2' в 2 р. м. v_1

$m_1 v_1 = \frac{m_1 v_1}{2} + \frac{m_2 v_1}{2}$

$2m_1 = m_1 + m_2$

$m_1 = m_2$

3.



$\cancel{-p_1 + p_2 = p_1' + p_2'}$