

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 15-026

(заполняется секретарём)

Вариант 10-03

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли, на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=1,5$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 3 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 , после столкновения к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарика, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 2 раза больше его начальной скорости.

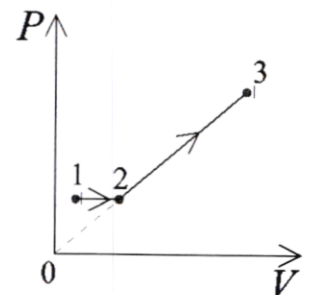
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/3$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=300 \text{ К}$ и $\nu_2=1/5$ моль другого одноатомного идеального газа при температуре $T_2=500 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_2 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=3$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=3$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

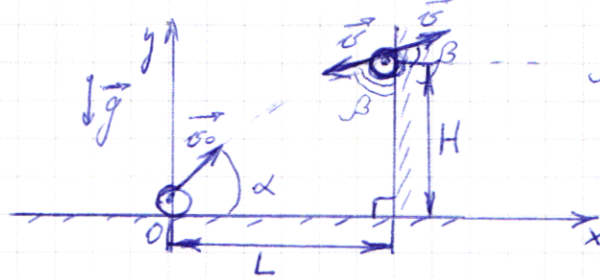


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① Дано:
 $\alpha = 30^\circ$
 $t_0 = 1,5 \text{ с}$
 $x_0 = x$
 $y_0 = y$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $L = ?$
 $H = ?$

Решение:

Тело — м.т. CO связано с Землей.



β — угол, под которым ударился мячик о стенку.

\vec{v} — скорость, с которой ударился мячик о стенку.

Т.к. удар упругий, то ^{модуль} скорости, с которой мячик отлетит от стенки будет равен ^{модулю} скорости, с которой он об неё ударится, т.е. v , и угол, под которым мячик отскочит от стенки будет равен углу, под которым он об неё ударится, т.е. β .

$x = x_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$; где $t = \frac{t_0}{2}$ — время полёта мячика в одну сторону.

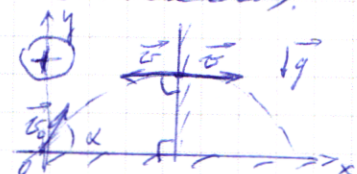
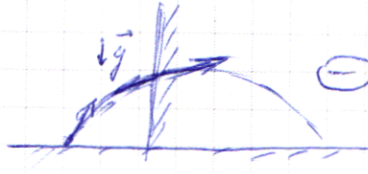
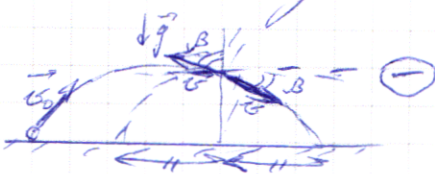
$$y = y_0 + \vec{v}_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$L = 0 + v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t; \quad H = 0 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}; \quad - \text{ур-я,}$$

$$L = v_0 \cos \alpha \frac{t_0}{2}; \quad (1) H = v_0 \sin \alpha \frac{t_0}{2} - \frac{g (\frac{t_0}{2})^2}{2}; \quad \text{для I половины пути мяча,}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t; \quad 0_x: v \cdot \cos \beta = v_0 \cos \alpha \Rightarrow \alpha = \beta = 30^\circ$$

Чтобы мячик вернулся в ту же точку, где начал вращение угол столкновения со стенкой должен составлять 90° , т.е. мячик должен достичь максимальной высоты коэф. ёмса, т.е. $\beta = 0^\circ$, $\cos \beta = 1$. (т.к. общий путь должен быть равным пути, который бы прошёл мячик без столкновения со стенкой).



Итак, $H = 0 = H = v \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}$, — ур-е для II половины пути
 $H = \frac{g t^2}{2} = \frac{g (\frac{t_0}{2})^2}{2}; \quad (*)$

$$H = \frac{10 \frac{\mu\text{с}}{\text{с}^2} \cdot (1,5\text{с})^2}{2} = 2,8125 \mu$$

$$\text{Из (1): } H = v_0 \sin \alpha \frac{t_0}{2} - \frac{g \left(\frac{t_0}{2}\right)^2}{2}, \quad \text{H} (*)$$

$$2H = v_0 \sin \alpha \frac{t_0}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{2H}{\sin \alpha \cdot t_0}; \quad v_0 = \frac{4 \cdot 2,8125 \mu}{\sin 30^\circ \cdot 1,5\text{с}} = 1,885 \frac{\mu}{\text{с}}$$

$$\begin{array}{r} 0,45 \\ \times 0,45 \\ \hline + 3,75 \\ \hline 5,25 \\ \hline 0,5625 \\ \times 12 \\ \hline 29125 \end{array}$$

$$\text{Из (2): } L = v_0 \cdot \cos \alpha \frac{t_0}{2}; \quad L = 1,885 \frac{\mu}{\text{с}} \cdot \cos 30^\circ \frac{1,5\text{с}}{2} = 1,2016875 \mu$$

$$\begin{array}{r} \times 1,5 \\ 1,885 \\ \hline 75 \\ + 120 \\ \hline 120 \\ + 120 \\ \hline 15 \\ \hline 2,8275 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 2,8275 \\ 0425 \\ \hline 141375 \\ + 56550 \\ \hline 113100 \\ \hline 1,2016875 \end{array}$$

Ответ: 1) $L = 1,2016875 \mu$;

2) $H = 2,8125 \mu$.

② Дано:

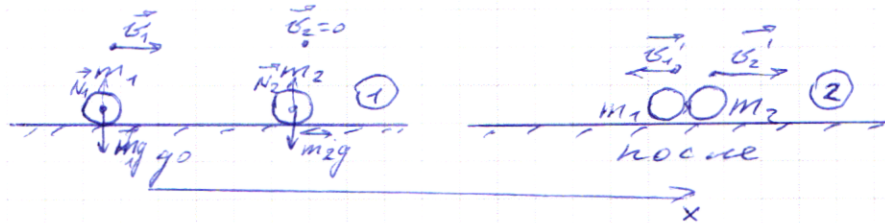
$$\begin{array}{l} m_1 \\ m_2 \\ v_1' = \frac{1}{3} v_1 \\ v_2 = 0 \end{array}$$

1) $\frac{m_2}{m_1} \cdot ?$

2) $\frac{v_2'}{v_1}$

Решение:

Тела — ш.т. со свяжем с Землей (ИСО)



v_1' — скорость шарика m_1 после столкновения,

v_1 — скорости шарика m_1 до столкновения,

$v_2 = 0$ — скорости шарика m_2 до столкновения,

v_2' — скорости шарика m_2 после столкновения.

По ЗСИ: $p_2 - p_1 = F \cdot \Delta t$,

$$\Delta x \cdot (m_1 v_1' + m_2 v_2') - (m_1 v_1 + m_2 v_2) = 0,$$

$$p_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

(1) ~~$\tau(x)$: 464~~

③ Дано:

$$u_1 = 2v_1 \\ M \gg m$$

$$\frac{v_1}{v_2} = ?$$

Решение

v_1 — скорость шарика до столкновения,
векция,

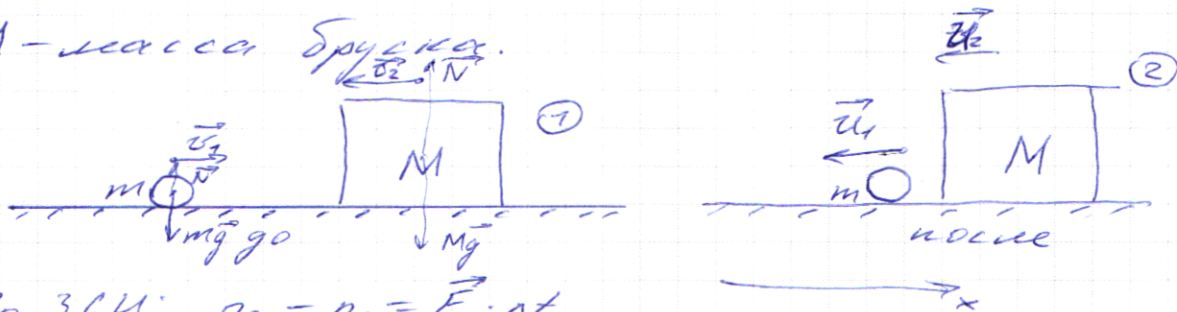
v_2 — скорость бруска до столкновения,
векция,

u_1 — скорость шарика после столкновения,
векция,

u_2 — скорость бруска после столкновения,

m — масса шарика,

M — масса бруска.



По ЗСИ: $p_2 - p_1 = F \cdot \Delta t$,

$$m \cdot \vec{u}_1 + M \vec{u}_2 - (m \vec{v}_1 + M \vec{v}_2) = F \cdot \Delta t$$

$$Ox: -m u_1 + M u_2 - m v_1 + M v_2 = 0,$$

$$m 2 v_1 + m v_1 = M (u_2 + v_2),$$

$$3m v_1 = M (u_2 + v_2)$$

$$u_2 = v_2 - v_1, \text{ т.к. } u_1 = 2v_1.$$

$$3m v_1 = M (v_2 - v_1 + v_2),$$

$$3m v_1 = 2M v_2 - M v_1,$$

$$v_1 (3m + M) = 2M v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{2M}{3m + M}$$

$$\frac{v_1}{v_2} (3m + M) = 2M \Rightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{2M}{3m + M}}$$

Ответ: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{2M}{3m + M}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2') - (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2) = \vec{F} \cdot \Delta t.$$

$$Ox: (m_1 v_1' + m_2 v_2') - (m_1 v_1 + 0) = 0,$$

$$- m_1 v_1' + m_2 v_2' - m_1 v_1 = 0,$$

$$m_1 (v_1 + v_1') = m_2 v_2',$$

$$m_1 (v_1 + \frac{1}{3} v_1) = m_2 v_2',$$

$$m_1 \cdot \frac{4}{3} v_1 = m_2 v_2' \quad | : m_1$$

$$\frac{4}{3} v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2' \Rightarrow \boxed{\frac{m_2}{m_1} = \frac{4 v_1}{3 v_2'}} \quad (1)$$

$$m_1 \frac{4}{3} v_1 = m_2 v_2' \quad | : v_1$$

$$m_1 \frac{4}{3} = m_2 \frac{v_2'}{v_1} \Rightarrow \boxed{\frac{v_2'}{v_1} = \frac{4 m_1}{3 m_2}} \quad (3)$$

$$\Delta v = v_2' = v_1 - v_1' = v_1 - \frac{1}{3} v_1 = \frac{2}{3} v_1 \quad (2)$$

$$(2) \rightarrow (1): \frac{m_2}{m_1} = \frac{4 \cdot \frac{2}{3} v_1}{3 \cdot \frac{2}{3} v_1} = 2. \quad (4)$$

$$(4) \rightarrow (3): \frac{v_2'}{v_1} = \frac{24 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{2}{3}.$$

Проверка: $4 m_1 v_1 = 3 m_2 v_2'$, значит $m_2 v_2' = 4k$

$$m_1 v_1 = 3k,$$

где k - коэффициент пропорциональности.

$$\begin{cases} m_2 v_2' = 4k \\ m_1 v_1 = 3k \end{cases}$$

Подставим:

$$\frac{m_2 v_2'}{m_1 v_1} = \frac{4}{3} \quad 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \quad \text{— верно.}$$

$$\text{Ответ: 1) } \frac{m_2}{m_1} = 2; \quad 2) \frac{v_2'}{v_1} = \frac{2}{3}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

④ Дано:

$$V_1 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$V_2 = \frac{1}{5} \text{ моль}$$

$$T_2 = 500 \text{ К}$$

1) T - ?

2) $\frac{p}{p_2}$ - ?

Решение:

T - температура смеси газов,
 p - давление в смеси газов.

$$p = p_1 + p_2$$

по 2-му закону Ньютона:

$$p_1 = n_1 k T_1 = \frac{N_1}{V} k T_1$$

$$p_2 = \frac{N_2}{V} k T_2$$

$$V = \frac{m}{M} = \frac{V}{V_m} \Rightarrow V = V \cdot V_m;$$

$$p = \frac{N_1 k T_1 + N_2 k T_2}{V V_m} = \frac{k}{V_m} \frac{k (T_1 N_1 + N_2 T_2)}{V V_m}$$

$$\frac{p}{p_2} = N_1 + \frac{k (T_1 N_1 + N_2 T_2) \cdot N_2 k T_2 \cdot V V_m}{V V_m \cdot N_2 k T_2} = \frac{T_1 N_1 + N_2 T_2}{N_2 T_2} =$$

$$= \frac{T_1 N_1}{T_2 N_2} + 1 = \frac{T_1 V_1}{T_2 V_2} + 1; \quad (N = \frac{m}{M} \cdot N_A = V N_A \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1 N_A}{V_2 N_A})$$

$$\frac{p}{p_2} = \frac{300 \text{ К}}{500 \text{ К}} \cdot \frac{\frac{1}{3} \text{ моль}}{\frac{1}{5} \text{ моль}} + 1 = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} + 1 = 2.$$

Ответ: 2) $\frac{p}{p_2} = 2.$

⑤ Дано:

$$n_1 = 3$$

$$n_2 = 3$$

1) $\frac{T_k}{T_0}$ - ?

2) $\frac{A_1}{A_2}$ - ?

Решение:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \text{ (до и после изобарического процесса), где}$$

V_1 - объём и.г. до изобар. процесса,
 T_1 - температура газа до изоб. проц.

V_2 - объём и.г. до и после изоб. проц.,

T_2 - тем-р и.г. после изоб. проц.

Т.к. $V_2 = 3V_1$, то $T_2 = \frac{1}{3} T_1$; $p = \text{const}$

$$\frac{P_2}{V_2} = \frac{P_3}{V_3}, \text{ где } P_2 - \text{давление и др. до процесса}$$

прямо пропорц. зависимости,

V_2 - объём газа до процесса - " -

P_3 - давление и др. после - " -

V_3 - объём и др. после - " -

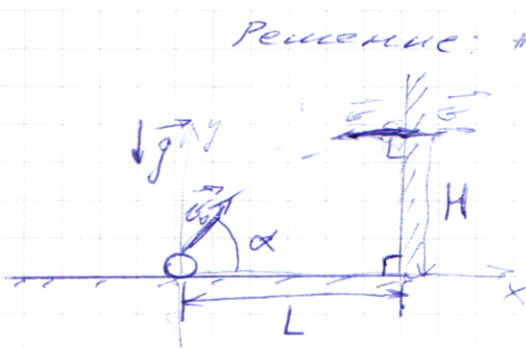
$$\text{т.к. } V_3 = 3V_2, \text{ то } P_3 = \frac{1}{3} P_2; \quad \cancel{F = const}$$

$$\text{Итак, } \begin{cases} \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{3V_1}{\frac{1}{3}T_1} \\ \frac{P_2}{V_2} = \frac{P_3}{V_3} = \frac{\frac{1}{3}P_2}{3V_2} = \frac{1}{9} \frac{P_2}{V_1} \end{cases}$$

$$kT = \frac{pV}{N}, \text{ где } k = 1,38 \cdot 10^{-23}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① Дано:
 $\alpha = 30^\circ$
 $t_0 = 1,5 \text{ с}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $x_0 = x$
 L-?
 H-?



Решение: $H = H_0 + 0 + \frac{gt^2}{2}$

$$H = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot (1,5)^2}{2} = 11,25 \text{ м}$$

$$L = v_0 \cos \alpha t$$

$$0_x: v = v_0 \cos \alpha$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$L = x = v_0 \cos \alpha t; \Rightarrow v_0 \cos \alpha \cdot \frac{t_0}{2}$$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$H = y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{t_0}{2} - \frac{gt^2}{2}$$

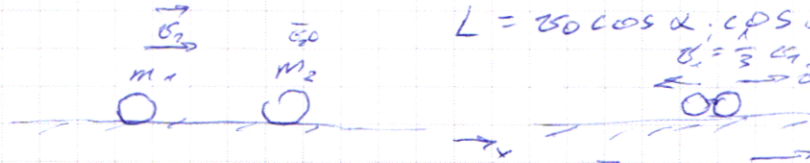
$$t = t_0 / 2$$

$$x_2 = L - v_0 \cos \alpha$$

$$0 = x_2 = L - v_0 \cos \alpha \cdot \cos 60^\circ \cdot \frac{t_0}{2}$$

$$L = v_0 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \frac{t_0}{2} = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{t_0}{2} \quad (\cos \beta = 1, \beta = 0)$$

②



По ЗСИ: $m_1 v_1 + 0 = m_2 v_2 + m_1 v_1$

$$0_x: m_1 v_1 = -m_1 \frac{1}{3} v_1 + m_2 v_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = ?$$

$$\frac{H}{L} = \frac{gt}{2}$$

$$m_1 (v_1 + \frac{1}{3} v_1) = m_2 v_2$$

$$\frac{H}{L} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$m_1 \cdot \frac{4}{3} v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow m_1 \cdot \frac{4}{3} v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{4 v_1}{3 v_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{4 m_1}{3 m_2}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{3 v_2}{4 v_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1 \cdot 4}{m_2 \cdot 3} \quad | \quad 3 m_2 v_2 = 4 m_1 v_1$$

③



$$0_x: m v - M u = -2 m v - M u'$$

$$3 m v = M (2 u + u')$$

$$① \quad 0 = H - v \cdot \cos \beta \cdot \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0 \cos \alpha}{\cos \beta} \cdot 10 \cdot (0,45)^2 = \underline{\underline{3,3125 \text{ м}}}$$

$$H = v \cdot \cos \beta \cdot \frac{gt^2}{2}$$

$$H = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}}{\sin \alpha}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,45 \\ 0,45 \\ + 3,45 \\ \hline 5,25 \\ \times 0,5625 \\ \hline 2,953125 \\ \hline 3,3125 \end{array} \quad 2H = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$v_0 = \frac{2H}{\cos \alpha \cdot t} = \frac{6,625}{0,45} = 14,722 \text{ м/с}$$

$$v_3 = 1,7$$

4.

$$L = v_0 \cos \alpha \cdot t = 14,722 \cdot 0,45 = 6,625 \text{ м}$$

$$v = v_0 \cos \alpha \quad \text{из } H = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{(v_0 \cos \alpha)^2 - (v_0 \cos \alpha)^2}{2g}$$

$$0 = v_0 \cdot \sin \alpha = \frac{gt^2}{2}$$

$$v_y: v \cdot \sin \beta = v_0 \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

$$v = \frac{v_0 \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}}{\sin \beta}$$

$$v = v_0 \cos \alpha$$

$$v = \frac{v_0 \cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$0 = L - v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$v \cdot t = v_0 \cdot \cos \alpha \quad L = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{t_0}{2}$$

$$v = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$v = \sqrt{v \cdot \cos \beta^2 + v \cdot \sin \beta^2} = \sqrt{\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} + \left(\frac{v_0 \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}}{\sin \beta} \right)^2}$$

$$0 = L = v \cdot \cos \beta \cdot \frac{t_0}{2}, \quad L = v \cos \beta \cdot \frac{t_0}{2} = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{t_0}{2}$$

$$0 = v \cdot \cos \beta$$

$$v = \sqrt{\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta}} = \sqrt{\frac{v_0^2}{\cos^2 \beta} \cdot 1} = \frac{v_0}{\cos \beta}$$

$$v = \frac{v_0}{\cos \beta} = \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{\cos \beta} \quad v = v_0$$

$$v_0 \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta}} = \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}} = \frac{1}{\cos \alpha \sin \alpha}$$

$$v = \frac{v_0 \cos \alpha \sin \alpha \sqrt{2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}$$

$$= \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha + \frac{gt^2}{2} - 2v_0 \sin \alpha \frac{gt^2}{2}}$$

$$v_0^2 + \frac{gt^2}{2} - 2v_0 \sin \alpha \frac{gt^2}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$L = v \cdot \cos \beta t = v_0 \cdot \cos \alpha t$$

$$H = v \cdot \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

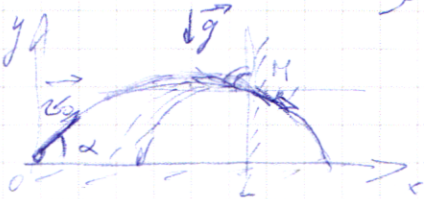
$$v \sin \beta = v_0 \sin \alpha$$

$$v = \sqrt{(v \cdot \cos \beta)^2 + (v \cdot \sin \beta)^2} = \sqrt{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha + v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha} = v_0$$

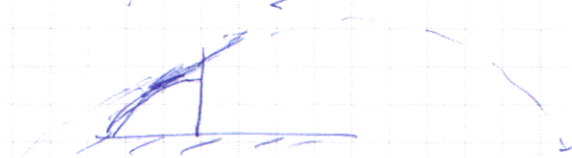
$$v = v_0 = \frac{v_0 \cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$\frac{M u_2^2}{2} + \frac{m u_1^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2}$$

$$M u_2^2 + m u_1^2 = m v_1^2 + M v_2^2$$



$$v \cdot \sin \beta = v_0 \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$



$$v = v_0$$

$$-v_0 \cdot \cos \alpha = -v \cdot \cos \beta$$

$$L = v_0 \cdot \cos \alpha t$$

$$H = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$p_2 - p_1 = \int F dt$$

$$m_1 \frac{1}{3} v_1 + \frac{2}{3} v_1$$

$$p \cdot m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 - (m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2) = 0, \quad M u_2^2 + m v_1^2 = m v_1^2 + M v_2^2$$

$$Ox: -m_1 v_1' + m_2 v_2' - m_1 v_1 = 0,$$

$$3m v_1^2 = M (v_2^2 - u_2^2)$$

$$3m v_1^2 = M v_2^2 - M u_2^2$$

$$p = k \cdot m_1 (v_1 + \frac{1}{3} v_1) = m_2 v_2$$

$$\frac{4 v_1}{3 \cdot \frac{2}{3} v_1} = 2$$

$$\frac{p \cdot N}{k} = k T = \frac{p \Delta v}{N} = \frac{2}{3} v_1$$

$$\frac{4 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{2}{3}$$

$$v_2' = 2x \quad m_2 = 2y$$

$$v_1 = 3x \quad m_1 = y$$

$$m_1 \cdot 4 v_1 = m_2 \cdot 3 v_2$$

$$\frac{4 v_1}{3 v_2}, \quad v_2'$$

$$y \cdot 4 \cdot 3x = 2y \cdot 3 \cdot 2x$$

$$N = \frac{m}{\int dt} \cdot N_A = \frac{v \cdot c}{\frac{v \cdot c}{\text{моль}}}$$

$$m_2 v_2' = 4$$

$$m_1 v_1 = 3$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)