

# Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 06-018

(заполняется секретарём)

## Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом  $\alpha=60^\circ$  к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время  $t_0=2$  секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии  $L$  от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту  $H$  от поверхности земли до места удара мяча о стену. Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

2. Шарик массой  $m_1$ , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой  $m_2$ , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой  $m_1$  начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс  $\frac{m_2}{m_1}$ .
- 2) Найти отношение скорости шарика массой  $m_2$  к скорости шарика массой  $m_1$  до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

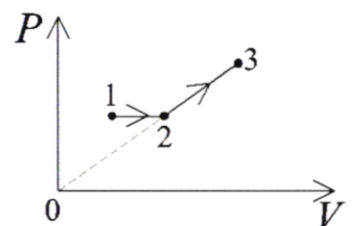
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся  $\nu_1=1/2$  моль одноатомного идеального газа при температуре  $T_1=200 \text{ К}$  и  $\nu_2=1/3$  моль другого одноатомного газа при температуре  $T_2=300 \text{ К}$ . Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой  $T_1$ .

5. Объем идеального газа увеличивается в  $n=2$  раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в  $n=2$  раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1.

Дано:

$$\alpha = 60^\circ$$

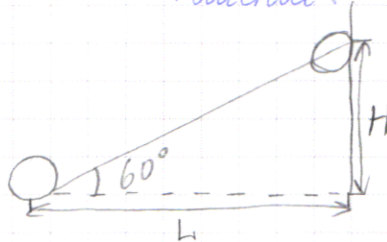
$$t_0 = 2c$$

Найти:

$$L - ?$$

$$H - ?$$

Решение:



$$\frac{L}{H} = \operatorname{ctg} 60^\circ$$

$$\operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{L}{H} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow H = \sqrt{3} \cdot L$$

$$H = \frac{g t^2}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20 \text{ м}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \cdot L = 20, \Rightarrow L = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ м}$$

~2.

Дано:

$m_1$  - масса 1 шарика

$m_2$  - масса 2 шарика

$v_1$  - скорость 1 шарика

$v_2$  - скорость 2 шарика

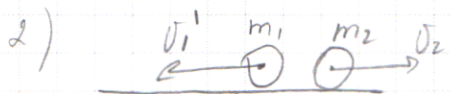
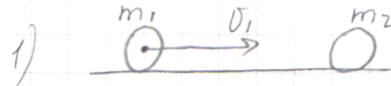
$$v_1' = \frac{v_1}{2}$$

Найти:

$$\frac{m_2}{m_1} - ?$$

$$\frac{v_2'}{v_1} - ?$$

Решение:



В первом случае второй шарик покоился,  $\Rightarrow v_2 = 0$

$$\frac{m_1 v_1'^2}{2} = \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

$$2m_1 v_1'^2 = 2m_2 v_2'^2, \Rightarrow$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1'^2}{v_2'^2}, \Rightarrow \text{т.к. } v_1' = \frac{v_1}{2}, \Rightarrow v_1'^2 = \frac{v_1^2}{4}$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1^2}{\frac{4}{v_2'^2}} = \frac{v_1^2}{4v_2'^2} \quad \text{v2}$$

$$\frac{v_2'}{v_1} = \frac{v_2'}{\frac{v_1}{2}} = \frac{2v_2'}{v_1}$$

v3.

Дано:

$m$  - масса шарика

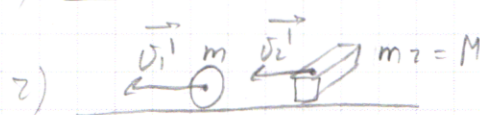
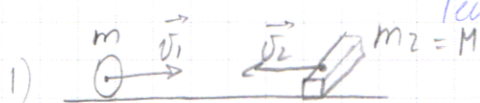
$M$  - масса бруска

$v_1$  - скорость шарика

$v_2$  - скорость бруска

$\frac{v_1}{v_2} = ?$

Решение:



$$M \gg m ; \quad v_1' = 4v_1$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$2m_1 v_1^2 = 2m_2 v_2^2, \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{2m_2}{2m_1} \Rightarrow$$

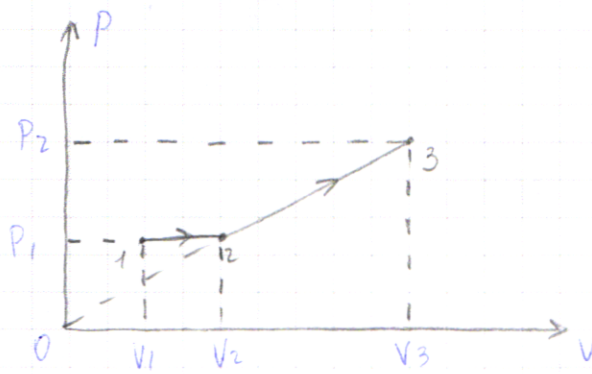
$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{M}{m}}$$

$v_1'$  - скорость после удара;

$$v_1' = 4v_1$$

$$\frac{m v_1'^2}{2} = \frac{M v_2'^2}{2}, \Rightarrow \frac{v_1'^2}{v_2'^2} = \sqrt{\frac{M}{m}}, \Rightarrow$$

~~$$\left( \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1'}{v_2'} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{4v_1}{v_2'} \Rightarrow v_2 = \frac{v_2'}{4} \right)$$~~



№5.

При переходе из (1)1 в (1)2  
объем увеличивается в 2 раза,  $\Rightarrow$   
 $V_2 = 2V_1$

При переходе из (1)2 в (1)3  
объем увеличивается еще в 2  
раза,  $\Rightarrow V_3 = 2V_2 = 4V_1$

Работа на участке 1-2 равна:  $A = P_1 \Delta V$ ,  $\Rightarrow$

$$A = P_1(V_2 - V_1), \text{ т.к. } V_2 = 2V_1, \Rightarrow A = P_1(2V_1 - V_1) = P_1V_1$$

2-3 - изотермический процесс:  $T = \text{const}$

$$\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = \frac{P_1 \Delta V}{P_{2-3} \Delta V} = \frac{P_1 V_1}{\Delta P \Delta V}$$

$$\Delta V = V_3 - V_2 = 2V_2 - V_2 = V_2$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 2P_1 - P_1 = P_1, \Rightarrow$$

$$\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = \frac{P_1 V_1}{P_1 V_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{2V_1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \Rightarrow \text{т.к. } V_2 = 2V_1, \text{ то } \frac{V_1}{T_1} = \frac{2V_1}{T_2}, \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_1}{2V_1} = \frac{1}{2}$$

Ответ:  $\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = \frac{1}{2}$ ;  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2}$

№4.

Дано:

$$V_1 = \frac{1}{2} \text{ моль}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

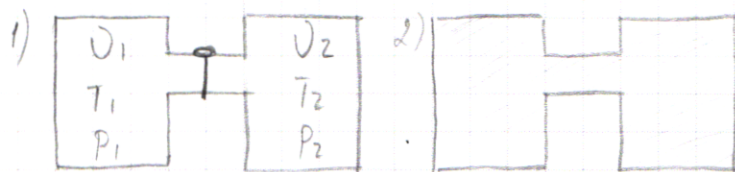
$$T_1 = 200 \text{ К}$$

$$T_2 = 300 \text{ К}$$

$T = ?$

$\frac{P_k}{P_n} = ?$

Решение:



1) Кран закрыт  
2) Кран открыт

По  $\int$  Менделеева-Клапейрона:

$$PV = \nu R T, \Rightarrow \text{для (1): } P_1 V_1 = \nu_1 R T_1; \text{ для (2): } P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$P_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V_1}; P_2 = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2}; \nu_1 = \nu_2$$

$$P_1 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 8,31; P_2 = \frac{1}{3} \cdot 300 \cdot 8,31 \Rightarrow P_1 = P_2$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ Три открывании крана газа шипяют, температура после установления теплового равновесия равна  $T = 250\text{K}$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

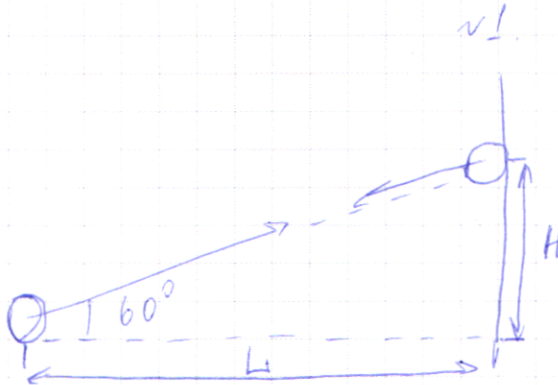
Страница №       
(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4 (продол.)

$$P_1 = P_2, \Rightarrow v_{RT1} = v_{RT2}$$

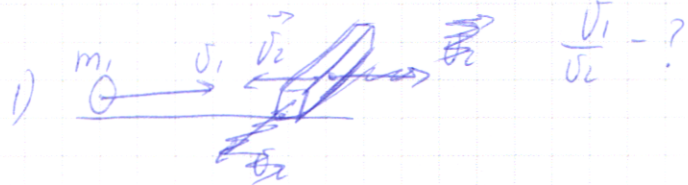
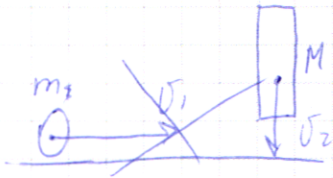


$$\frac{H}{L} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$H = \sqrt{3} L$$

$$h = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot 2^2}{2} = 20 \text{ м}$$

$$L = \frac{H}{\sqrt{3}}$$



2)  $v_1' = 4v_1$

$v_1'$  - скорость шарика после столкновения

$M$  - масса бруска;  $m$  - масса шарика

$$M \gg m; \quad \frac{mv_1^2}{2} = \frac{Mv_2^2}{2} \Rightarrow 2mv_1^2 = 2Mv_2^2, \Rightarrow$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{2M}{2m} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{M}{m}};$$

$$\frac{mv_1'^2}{2} = \frac{Mv_2'^2}{2} \Rightarrow 2mv_1'^2 = 2Mv_2'^2, \Rightarrow \frac{v_1'^2}{v_2'^2} = \frac{2M}{2m} \Rightarrow \frac{v_1'}{v_2'} = \sqrt{\frac{M}{m}} \Rightarrow$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1'}{v_2'}$$

$$v_1' = 4v_1, \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{4v_1}{v_2'} \Rightarrow v_2' = 4v_2$$

√5.

$$\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} \geq \frac{P \Delta V}{P_2 v_{2-3}} \geq \frac{P_1 v_1}{P_2 v_{2-3}} \geq \frac{P v_1}{P_2 v_2} = \frac{P_1 v_1}{P_2 v_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} \geq \frac{v_1}{2v_1} = \frac{1}{2}$$

$$v_3 = 2v_2$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 \Rightarrow \text{т.к. } P_2 = 2P_1, \Rightarrow \Delta P = P_1$$

$$\Delta V = v_3 - v_2 = 2v_2 - v_2 = v_2, \Rightarrow$$

$$\textcircled{2} \frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} \Rightarrow \text{т.к. } v_2 = 2v_1, \Rightarrow$$

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{2v_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{2v_1}{v_1} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2}$$

√2.

2)  $v_2$  - после столкновения, к  $v_1$  - до столкновения

$$\frac{v_2'}{v_1'} = ?$$

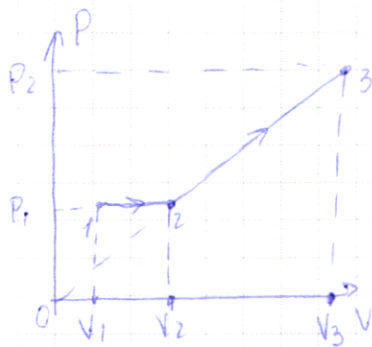
$$\theta \rightarrow 0$$

$$\overleftarrow{v_1'} \quad \overrightarrow{v_2'}$$

$$v_1' = \frac{v_1}{2}, \Rightarrow v_1 = 2v_1'$$

$$v_2 = 0; v_2'$$

~ 5.



При переходе из (1) в (2) объем увеличивается в 2 раза,  $\Rightarrow V_2 = 2V_1$

При переходе из (2) в (3) объем увеличивается еще в 2 раза,  $\Rightarrow$

$$V_3 = 4V_1 = 2V_2$$

Работа на участке 1-2 равна:  $A = P \Delta V, \Rightarrow$

$$A = P(V_2 - V_1) = P(2V_1 - V_1) = PV_1$$

Работа на участке 2-3 равна:

$$A = (P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = (P_2 - P_1)(2V_1 - V_1) = P_2V_1 - P_1V_1$$

2-3 - изотермический процесс:  $T = const$

~ 4.

Дано:

$$V_1 = \frac{1}{2} \text{ моль}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$T_1 = 200 \text{ K}$$

$$T_2 = 300 \text{ K}$$

$T = ?$

$$\frac{P_k}{P_n} = ?$$

Решение:

По г. Менделеева - Клапейрона:

$$PV = \nu R T, \Rightarrow$$

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1, \text{ а } P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$\text{Т.к. } \nu_1 = \nu_2, \Rightarrow$$

~~$P_1$  После открытия крана:~~

$$P_1 V_1 = P_2 V_2, \Rightarrow P_1 = P_2, \Rightarrow$$

$$\nu_1 R T_1 = \nu_2 R T_2$$

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1, \Rightarrow P_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V_1}$$

$$P_2 = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2} \Rightarrow P_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{200 \cdot 8,31}{\frac{1}{2}}$$

$$P_1 = \frac{100 \cdot 8,31}{\frac{1}{2}}; \quad P_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{300 \cdot 8,31}{\frac{1}{3}} = \frac{100 \cdot 8,31}{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow P_1 = P_2$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

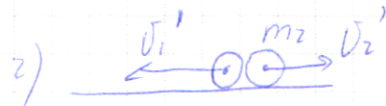
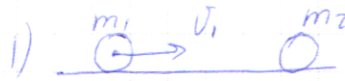
$$m_1, m_2, v_1, v_2$$

$$v_1' = \frac{v_1}{2}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = ?$$

$$\frac{v_2}{v_1} = ?$$

Решение:



$$v_1' = \frac{v_1}{2}$$

Второй шарик покатился,  $\Rightarrow$  его скорость равна 0.

$$\frac{m_1 v_1'^2}{2} = \frac{m_2 v_2'^2}{2}, \Rightarrow$$

$$2m_1 v_1'^2 = 2m_2 v_2'^2, \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{2v_1'^2}{2v_2'^2} \Rightarrow$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1'^2}{v_2'^2} = \frac{\frac{v_1^2}{4}}{v_2'^2} = \frac{v_1^2}{4v_2'^2}$$

$$v_2' = v_1, \Rightarrow v_2'^2 = v_1^2, \Rightarrow$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1^2}{4v_1^2} = \frac{1}{4}, \Rightarrow m_1 = 4m_2$$

(До столкновения:  $\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$ )

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{2m_1}{2m_2}, \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{\frac{m_1}{4}}} = \sqrt{4} = 2$$

$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2$