

# Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 1-003

(заполняется секретарём)

## Вариант 10-03

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли, на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом  $\alpha=30^\circ$  к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время  $t_0=1,5$  секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии  $L$  от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту  $H$  от поверхности земли до места удара мяча о стену.  
Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

2. Шарик массой  $m_1$ , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой  $m_2$ , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой  $m_1$  начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 3 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс  $\frac{m_2}{m_1}$ .
- 2) Найти отношение скорости шарика массой  $m_2$ , после столкновения к скорости шарика массой  $m_1$  до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 2 раза больше его начальной скорости.

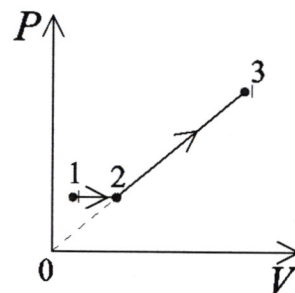
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся  $\nu_1=1/3$  моль одноатомного идеального газа при температуре  $T_1=300 \text{ К}$  и  $\nu_2=1/5$  моль другого одноатомного идеального газа при температуре  $T_2=500 \text{ К}$ . Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой  $T_2$ .

5. Объем идеального газа увеличивается в  $n=3$  раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в  $n=3$  раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .

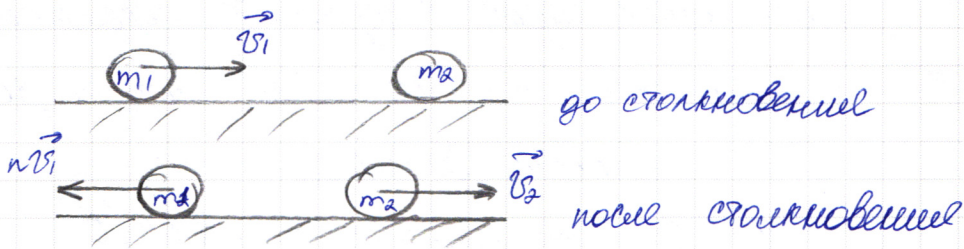
- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$n=2$   
Дано:  
 $m_1, m_2;$   
 $n=3.$   
1)  $\frac{m_2}{m_1} - ?$   
2)  $\frac{v_2}{v_1} - ?$

Решение:



$$m_1 \vec{v}_1 = m_2 \vec{v}_2 + m_1 n \vec{v}_1 \quad \rightarrow K$$

- закон сохранения импульсов в векторной форме.

В проекции на  $Ox$  получим:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_1 n v_1; \Leftrightarrow m_1 v_1 (1+n) = m_2 v_2; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m_1 v_1 \left(1 + \frac{1}{3}\right) = m_2 v_2; \Leftrightarrow \frac{4}{3} m_1 v_1 = m_2 v_2; \Leftrightarrow \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1} = \frac{4}{3}.$$

По закону сохранения энергии получим:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2 \cdot 9} + \frac{m_2 v_2^2}{2}; \Leftrightarrow m_1 v_1^2 = \frac{1}{9} m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{9} m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2; \Leftrightarrow \frac{8}{9} m_1 v_1 \cdot v_1 = m_2 v_2 \cdot v_2; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} \cdot \frac{8}{9}; \Leftrightarrow \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1} = \frac{8}{9}; \Leftrightarrow \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{3}; \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{3}; \Leftrightarrow \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3}; \Leftrightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2.$$

Ответ:  $\frac{m_2}{m_1} = 2, \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{3}.$

№4

Дано:

$$V_1 = V_2 = V$$

$$\nu_1 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{5} \text{ моль}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$i_1 = i_2 = 3$$

$\Theta$  ?

$$\frac{P}{P_2} \text{ ?}$$

Решение:

В результате смешивания газов установившееся тепловой баланс, т.е. н.о., один из газов отдал теплоту, а другой газ получил теплоту, и этот процесс происходит за счёт того, что внутренняя энергия идеальных газов в результате перемешивания изменилась, а значения мол. можно записать ур-е теплового баланса:

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2; \Leftrightarrow \Delta U_1 = \Delta U_2; \Leftrightarrow \frac{i_1}{2} \nu_1 R (\Theta - T_1) = \frac{i_2}{2} \nu_2 R (T_2 - \Theta); \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{3}{2} \nu_1 R (\Theta - T_1) = \frac{3}{2} \nu_2 R (T_2 - \Theta); \Leftrightarrow \nu_1 (\Theta - T_1) = \nu_2 (T_2 - \Theta); \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \Theta (\nu_1 + \nu_2) = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2; \Leftrightarrow \Theta = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \\ &= \frac{\frac{1}{3} \cdot 300 + \frac{1}{5} \cdot 500}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{100 + 100}{\frac{8}{15}} = \frac{15 \cdot 200}{8} = 325 \text{ (K)} \end{aligned}$$

По закону Давидова:

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 \\ \text{из уравнения Менделеева - Клапейрона получим} \\ P_1 V &= \nu_1 R T_1; \quad P_2 V = \nu_2 R T_2; \Rightarrow P_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V}; \quad P_2 = \frac{\nu_2 R T_2}{V} \\ \text{Тогда} \quad \frac{P}{P_2} &= \frac{P_1 + P_2}{P_2} = \frac{P_1}{P_2} + 1 = \frac{\frac{\nu_1 R T_1}{V}}{\frac{\nu_2 R T_2}{V}} + 1 = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} + 1 = \frac{\frac{1}{3} \cdot 300}{\frac{1}{5} \cdot 500} + 1 = \\ &= \frac{100}{100} + 1 = 1 + 1 = 2. \end{aligned}$$

Ответ:  $\Theta = 325 \text{ K}; \quad \frac{P}{P_2} = 2.$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

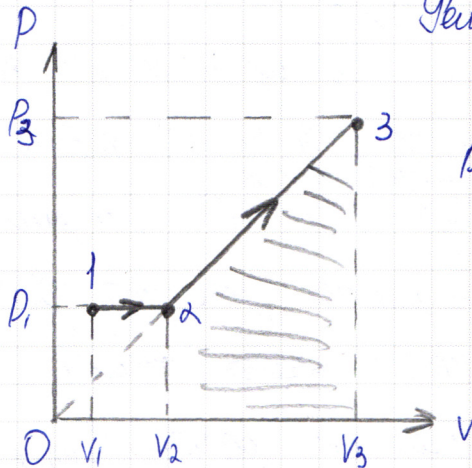
Дано:

$$\frac{V_2}{V_1} = 3$$

$$\frac{V_3}{V_2} = 3$$

$$\frac{T_3}{T_1} = ?$$

$$\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = ?$$



Решение:

Для процесса  $1 \rightarrow 2$  изобарический, т.е.

$P = \text{const}$ , то по закону Гей-Люссака

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = 3; \Rightarrow T_2 = 3T_1; P_1 = P_2$$

Для процесса  $2 \rightarrow 3$  проходит при прямо пропорциональной зависимости,

$$\text{то: } \frac{P_3}{P_2} = \frac{V_3}{V_2} = 3$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона получим:

$$P_2 V_2 = \nu R T_2; \Rightarrow P_2 = \frac{\nu R T_2}{V_2}; \Leftrightarrow P_1 = \frac{\nu R T_2}{V_2}$$

$$P_3 V_3 = \nu R T_3; \Rightarrow P_3 = \frac{\nu R T_3}{V_3} \quad \text{Тогда} \quad \frac{P_3}{P_2} = 3; \Leftrightarrow \frac{\frac{\nu R T_3}{V_3}}{\frac{\nu R T_2}{V_2}} = 3; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{T_3 \cdot V_2}{V_3 \cdot T_2} = 3; \Leftrightarrow \frac{T_3}{T_2} = 3 \cdot \frac{V_3}{V_2} = 3 \cdot 3 = 9. \quad \text{Чл } T_2 = 3T_1; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = 9; \Leftrightarrow \frac{T_3}{3T_1} = 9; \Leftrightarrow \frac{T_3}{T_1} = 27.$$

$$A_{1-2} = P_1 \Delta V = P_1 (V_2 - V_1) = P_1 (3V_1 - V_1) = 2P_1 V_1$$

$$A_{2-3} = \int_{\text{штрих. ф.}} P dV = \frac{1}{2} (P_1 + P_3) (V_3 - V_2) = \frac{1}{2} (P_2 + P_3) (3V_2 - V_2) = \frac{1}{2} (P_2 + 3P_2) (2 \cdot V_2) =$$

$$= 4P_2 \cdot V_2 = 4P_1 \cdot 3V_1 = 12P_1 V_1$$

$$\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = \frac{2P_1 V_1}{12P_1 V_1} = \frac{1}{6}.$$

Ответ:  $\frac{T_3}{T_1} = 27, \quad \frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = \frac{1}{6}.$

N1

Дано:

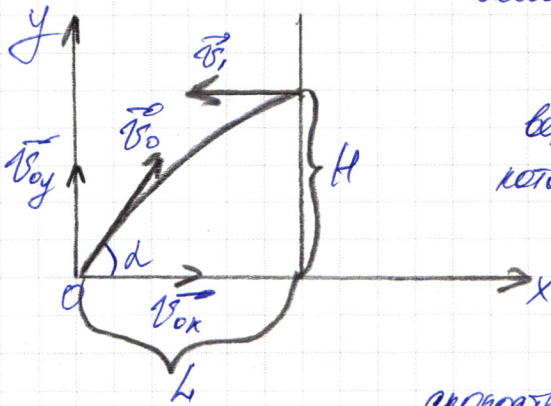
$\alpha = 30^\circ$

$t_0 = 1.5 \text{ c}$

$L = ?$

$H = ?$

$g = 10 \text{ м/с}^2$



Решение:

Для того, чтобы шар вернулся в ту же точку, в которой находился в начале, нужно, чтобы при упругом соударении со стеной, его

скорость  $v$ , после удара была равна начальной скорости скорости  $v_{0x}$  по оси  $Ox$ , а значит, направ-

ление движения шара должно быть перпендикулярно поверхности ~~стены~~ стены, а значит,

соударение произошло на высоте  $h_{\text{max}}$  траектории

движения шара до удара и, следовательно,  $L = \frac{S}{2}$ , где  $S$  - расстояние, которое прошло шар до взаимод-

действия со стеной.

$$(H = \frac{gt_0^2}{2}) \quad H = \frac{gt_2^2}{2}; \quad h_{\text{max}} = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g}; \quad H = h_{\text{max}}, \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{gt_0^2}{2} = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g}; \Leftrightarrow (gt_0)^2 = (v_0 \sin \alpha)^2; \Leftrightarrow gt_0 = v_0 \sin \alpha; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t_2 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = t_1 = \frac{1}{2} t_0; \text{ значит, время подъёма}$$

до стены равно времени возвращения до началь-

ного положения. Следовательно,  $v_0 = \frac{gt_0}{2 \sin \alpha} = \frac{10 \cdot 1.5}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{15}{1} = 15 \text{ (м/с)}$

Тогда  $H = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g} = \frac{15 \cdot 15 \cdot 1}{2 \cdot 10 \cdot 4} = \frac{45}{16} = 2 \frac{13}{16} \text{ (м)}$

$$L = \frac{2 v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} = \frac{15 \cdot 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2 \cdot 10} = \frac{45\sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{45\sqrt{3}}{8} \text{ (м)}$$

Ответ:  $H = 2 \frac{13}{16} \text{ м}; \quad L = \frac{45\sqrt{3}}{8} \text{ (м)}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

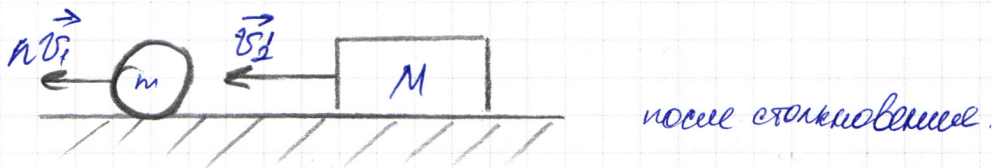
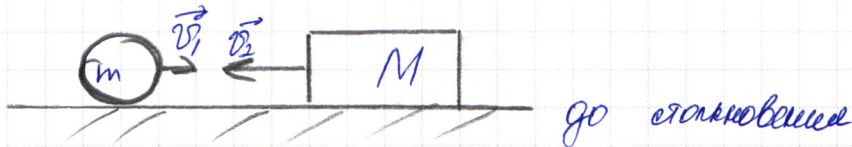
№3

Дано:

$$n=2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = ?$$

Решение:



→ x

Используя закон сохранения импульса

$$mv_1 - Mv_2 = -mv_1' - Mv_2'; \Leftrightarrow 3mv_1 = M(v_2 - v_2')$$

Используя закон сохранения энергии

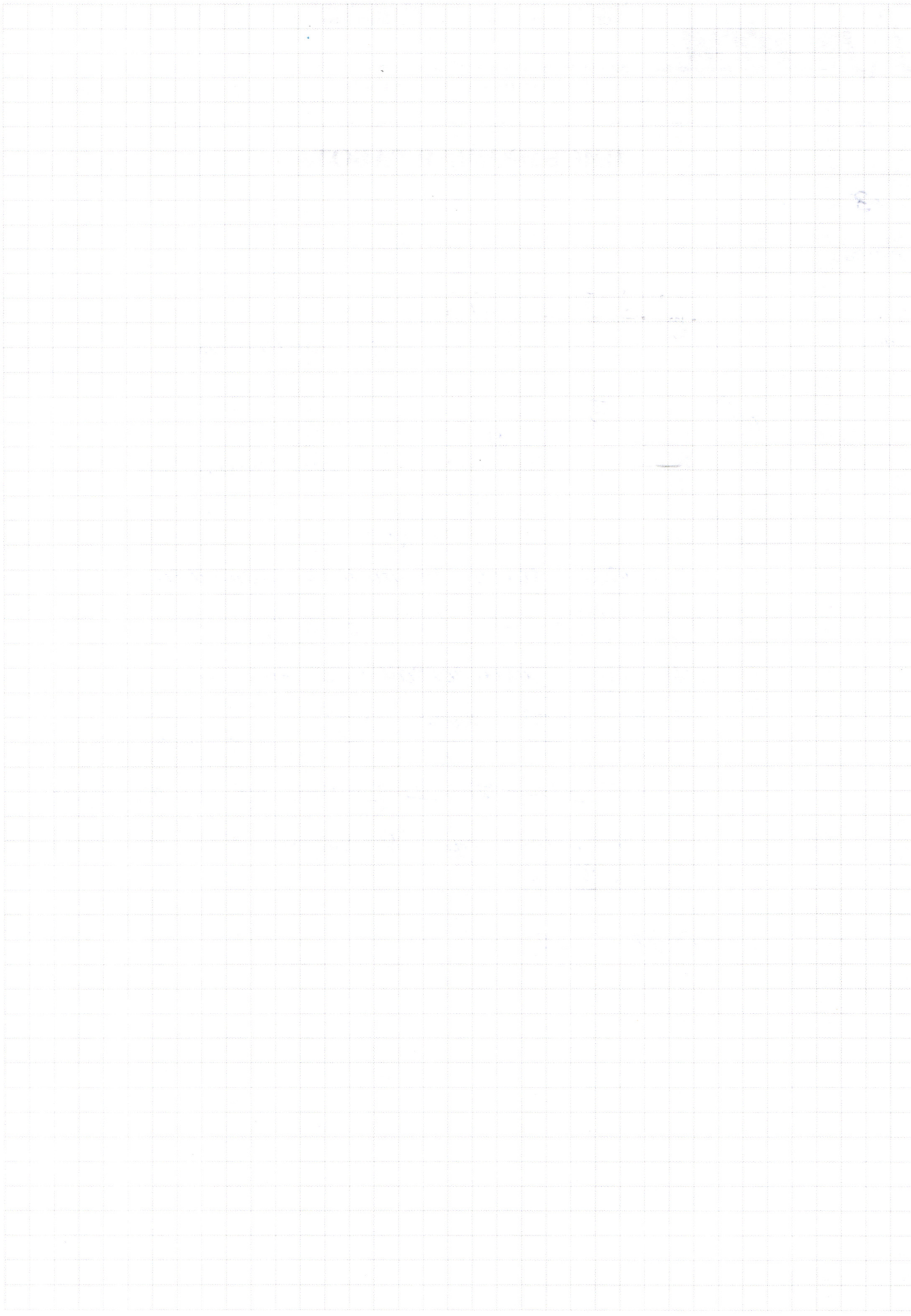
$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{Mv_2'^2}{2}; \Leftrightarrow 3mv_1^2 = M(v_2 - v_2')(v_2 + v_2')$$

$$\Leftrightarrow v_1 \cdot M(v_2 - v_2') = M(v_2 - v_2')(v_2 + v_2'); \Leftrightarrow v_1 = v_2 + v_2'$$

Но т.к. по условию  $M \gg m$ , то  $v_2' \approx v_2$ ;  $\Rightarrow v_1 = 2v_2$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2.$$

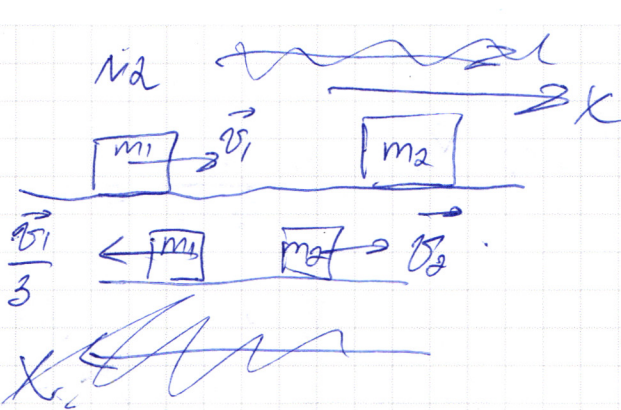
Ответ:  $\frac{v_1}{v_2} = 2.$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 6  
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\frac{m_2}{m_1} = ? \quad \frac{v_2}{v_1} = ?$

$m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow \frac{1}{3} m_1 v_1$

$\frac{4}{3} m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad ; \quad \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1} = \frac{4}{3}$

$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$

$\frac{m_2}{m_1} = \frac{4}{3} \cdot \frac{v_1}{v_2} = \frac{4 \cdot 3}{3 \cdot 2} = 2$

$m_1 v_1^2 = \frac{1}{9} m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2$

$\frac{8}{9} m_1 v_1^2 = m_2 v_2'^2$

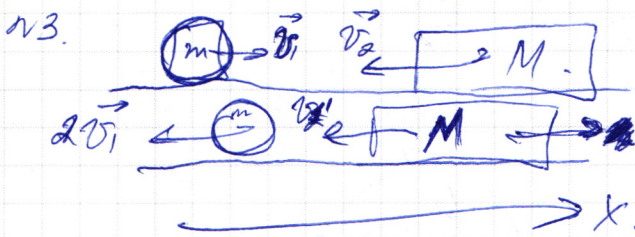
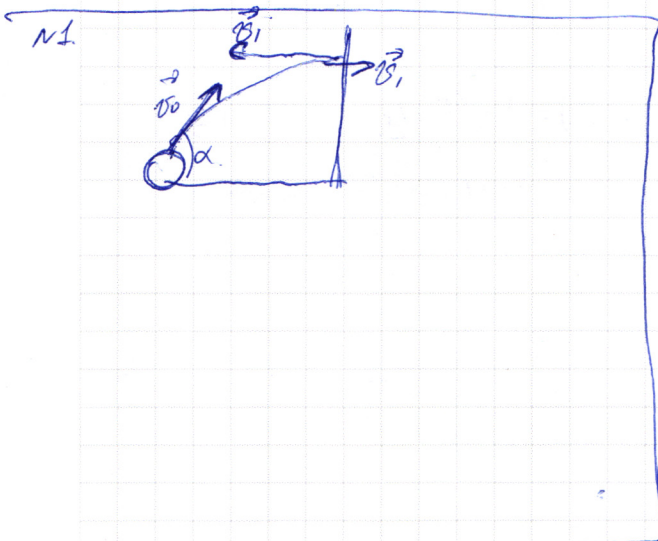
$\frac{8}{9} m_1 v_1 \cdot v_1 = m_2 v_2 \cdot v_2$

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} = \frac{8}{9}$

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{2}$

$\frac{m_2}{m_1} = 2$



$M \gg m$

$m v_1 = M v_2 = 2 m v_1 - M v_2'$

~~$m v_1 = M v_2$~~

$3 m v_1 = M (v_2 - v_2')$

~~$m v_1 = 2 M v_2 + 2 m v_1$~~

$\frac{3 m v_1}{M (v_2 - v_2')} = 1$

~~$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2} = \frac{m v_1'^2}{2} + \frac{M v_2'^2}{2}$~~

~~$3 m v_1 = M (v_2^2 - v_2'^2) = M (v_2 - v_2') v_2'$~~

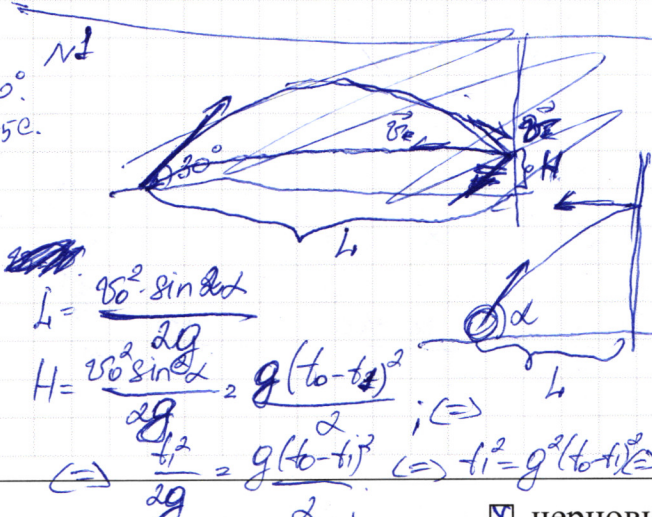
$\frac{3 m v_1}{M (v_2 - v_2')} = \frac{v_2 + v_2'}{v_2'} = 1 \Rightarrow v_1 = v_2 + v_2' \Rightarrow v_2' = v_1 - v_2$

$3 m v_1 = M (2 v_2 - v_1)$

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2}$

$\frac{v_1}{v_2} = 2$

$\alpha = 30^\circ$   
 $v_0 = 150$   
 $L = ?$   
 $H = ?$

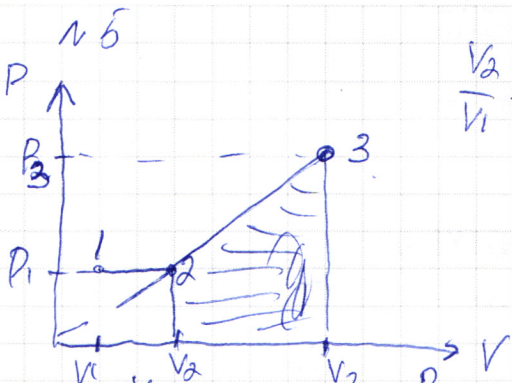


$L = v_0^2 \sin 2\alpha$

$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{g(t_0 - t_1)^2}{2}$

$\Rightarrow \frac{t_1^2}{2g} = \frac{g(t_0 - t_1)^2}{2} \Rightarrow t_1^2 = g^2(t_0 - t_1)^2 \Rightarrow t_1 = g(t_0 - t_1) \Rightarrow t_1 = \frac{g t_0}{g + 1} = \frac{15}{2} = 7.5$





$$\frac{V_2}{V_1} = 3 \quad \frac{V_3}{V_2} = 3$$

$$\frac{T_3}{T_1} = ? \quad \frac{A_{2-3}}{A_{1-2}} = ?$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = 3; \quad \frac{P_3}{P_2} = \frac{V_3}{V_2} = 3; \quad \frac{P_3}{P_2} = 3; \quad \frac{P_3}{P_2} = 3; \quad \frac{P_3}{P_2} = 3; \quad \frac{T_3 \cdot V_2}{T_2 \cdot V_3} = 3$$

$$T_2 = 3T_1$$

$$\frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{1}{3} = 3; \quad \frac{T_3}{T_2} = 9 \Rightarrow \Rightarrow \frac{T_3}{3T_1} = 9, \quad \frac{T_3}{T_1} = 27$$

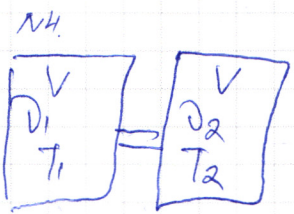
$$P_3 = 3P_2 = 3P_1$$

$$\frac{V_3}{V_2} = 3, \quad \frac{V_2}{V_1} = 3$$

$$A_{1-2} = P_1(V_2 - V_1) = 2P_1V_1$$

$$A_{2-3} = \frac{1}{2}(P_1 + P_3)(V_3 - V_2) = \frac{1}{2}(P_1 + 3P_1)(3V_2 - V_2) = V_2(P_1 + 3P_1) = 3V_1(P_1 + 3P_1) = 3V_1(4P_1) = 12P_1V_1$$

$$\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = \frac{2P_1V_1}{12P_1V_1} = \frac{1}{6}$$



$$P = P_1 + P_2; \quad P_1 = \frac{\nu RT_1}{V}; \quad P_2 = \frac{\nu RT_2}{V}$$

$$\frac{\nu_1(T_1 + \nu_2 T_2)}{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2} = \frac{100 + 100}{100} = 2$$

$$\frac{P}{P_2} = 2$$

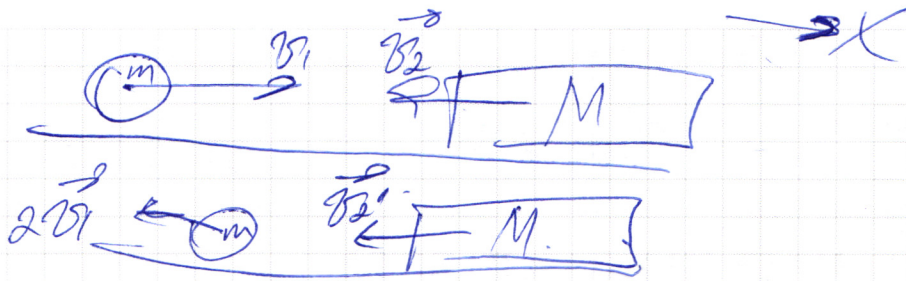
$$\Delta U_1 = Q_1, \quad \Delta U_2 = Q_2$$

$$Q_1 = Q_2; \quad \Delta U_1 = \Delta U_2$$

$$\frac{3}{2} \nu R (\theta - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - \theta)$$

$$\theta(\nu_1 + \nu_2) = \nu_2 T_2 + \nu_1 T_1$$

$$\theta = \frac{\nu_2 T_2 + \nu_1 T_1}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{100 + 100}{3 + 5} = \frac{200}{8} = 25 \text{ k}$$



$$mv_1 - Mv_2 = -2mv_1$$

$$3mv_1 = Mv_2$$

$$\frac{mv_1^2 + Mv_2^2}{2} = \frac{Mv_2^2}{2}$$

$$3mv_1^2 = Mv_2^2$$

$$3mv_1 \cdot v_1 = Mv_2 \cdot v_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{Mv_2}{3mv_1} = 1$$

$$mv_1 - Mv_2 = -2mv_1 + Mv_2'$$

$$3mv_1 = M(v_2 + v_2')$$

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} = \frac{4mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2'^2}{2}$$

$$3mv_1^2 = M(v_2 - v_2')(v_2 + v_2')$$

$$3mv_1 = \frac{M(v_2 - v_2')(v_2 + v_2')}{v_1}$$

$$\frac{M(v_2 + v_2')(v_2 + v_2')}{v_1} = \frac{M(v_2 - v_2')(v_2 + v_2')}{v_1}$$

$$v_2 + v_2' = v_1$$

$$mv_1 - Mv_2 = -2mv_1 + Mv_2'$$

$$3mv_1 = M(v_2 + v_2')$$

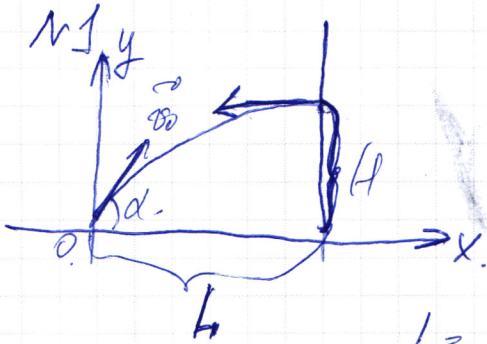
$$3mv_1^2 = M(v_2 - v_2')(v_2 + v_2')$$

$$v_1 \cdot M(v_2 + v_2') = M(v_2 - v_2')(v_2 + v_2')$$

$$v_1 = v_2 - v_2'$$

$$v_2 = v_1 + v_2'$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\alpha = 30^\circ$$

$$t_0 = 1,5 \text{ c.}$$

$$L = ?$$

$$H = ?$$

$$L = v_0 \cos \alpha \cdot t_2$$

$$H = \frac{gt_2^2}{2}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{gt_2^2}{2}$$

$$(v_0 \sin \alpha)^2 = (gt_2)^2$$

$$v_0 \sin \alpha = gt_2$$

$$\frac{v_0 \sin \alpha}{g} = t_2; \Rightarrow t_1 = t_2 = \frac{1}{2} t_0$$

$$\frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{t_0}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{gt_0}{2 \sin \alpha} = \frac{10 \cdot 1,5}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 15 \text{ (м/с)}$$

$$\begin{cases} L = 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{45\sqrt{3}}{8} \text{ м.} \\ H = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 16} = \frac{45}{16} \text{ м.} \end{cases}$$

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} = \frac{225 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 10 \cdot 2} = \frac{15 \cdot 15 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 8} = \frac{45\sqrt{3}}{8}$$

$$H = \frac{15^2 \cdot 1}{2 \cdot 10 \cdot 4} = \frac{45}{16}$$