

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 15-007

(заполняется секретарём)

Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=2$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.
Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 к скорости шарика массой m_1 до столкновения. *после столкновения*

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

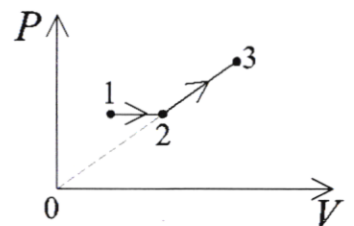
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/2$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=200 \text{ К}$ и $\nu_2=1/3$ моль другого одноатомного газа при температуре $T_2=300 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

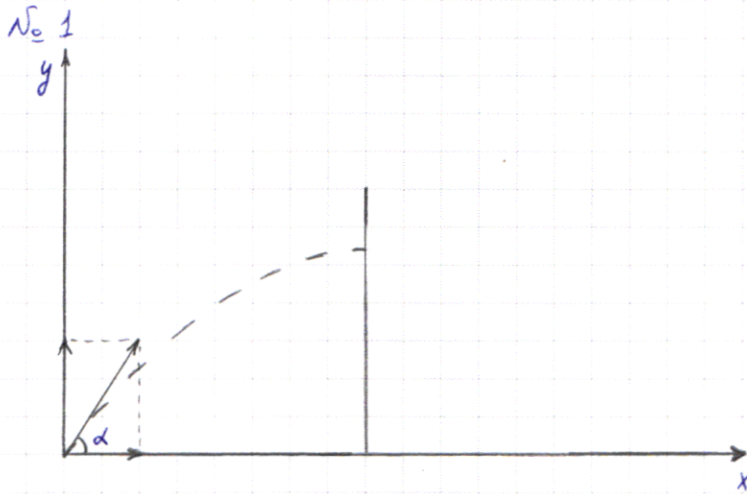
- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=2$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=2$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$t_{\text{пол}} = 2t$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$L = v_{0x} t_{\text{пол}} = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0^2 2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$H_{\text{max}} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$H_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{100}{20} = 5 \text{ м}$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

$$v_0 = \frac{v_{0y}}{\sin \alpha} = \frac{10}{\sin 60^\circ} = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{400\sqrt{3}}{2 \cdot 3 \cdot 10} = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{400}{3}} = \sqrt{133,333}$$

$$t_{\text{пол}} = 2t \Rightarrow t = \frac{2v_0}{g}$$

$$0 = v_{0y} t_{\text{пол}} - \frac{g t_{\text{пол}}^2}{2}$$

$$5 t_{\text{пол}}^2 - v_{0y} t_{\text{пол}} = 0$$

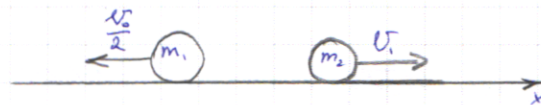
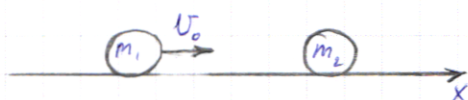
$$20 - 2v_{0y} = 0$$

$$v_{0y} = 10 \text{ м/с}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ: $H_{\text{max}} = 5 \text{ м}$; $L = \sqrt{133,33}$

№ 2



По закону сохранения импульса в проекции на ось OX: $m_1 v_0 = -m_1 \frac{v_0}{2} + m_2 v_1$

$$v_1 = \frac{m_1 v_0 + m_1 \frac{v_0}{2}}{m_2} = \frac{\frac{3}{2} m_1 v_0}{m_2} = \frac{3 m_1 v_0}{2 m_2}$$

по закону сохранения ~~момента~~ энергии

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1 \frac{v_0^2}{4}}{2} + \frac{m_2 v_1^2}{2} \cdot 2$$

$$m_1 v_0 = m_1 \frac{v_0}{2} + m_2 v_1$$

$$m_1 v_0^2 = \frac{1}{4} m_1 v_0^2 + m_2 v_1^2$$

$$\frac{3}{2} m_1 v_0 = m_2 v_1$$

$$\frac{3}{4} m_1 v_0^2 = m_2 v_1^2$$

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{3 m_1}{2 m_2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{4} m_1 v_0^2 = m_2 \frac{9 m_1^2 v_0^2}{4 m_2^2}$$

$$\frac{3}{4} m_1 v_0^2 = \frac{9 m_1^2 v_0^2}{4 m_2}$$

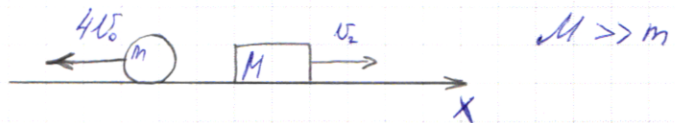
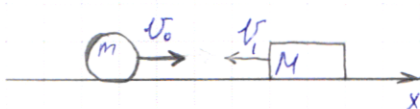
$$m_2 = \frac{9 \cdot 4 m_1^2 v_0^2}{3 \cdot 4 m_1 v_0^2}$$

$$m_2 = 3 m_1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 3$$

Ответ: $\frac{m_2}{m_1} = 3$; $\frac{v_1}{v_0} = 0,5$.

№ 3



по законам сохранения импульса в проекции на ось

$$0x: m v_0 - M v_1 = M v_2 - 4 m v_0$$

$$v_2 = \frac{5 m v_0 - M v_1}{M}$$

по закону сохранения энергии

$$\frac{m v_0^2}{2} + \frac{M v_1^2}{2} = \frac{16 m v_0^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{Mv_1^2}{2} - \frac{Mv_2^2}{2} = \frac{15m v_0^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$Mv_1^2 - Mv_2^2 = 15m v_0^2$$

$$Mv_1^2 - \frac{M(25m^2 v_0^2 - M^2 v_1^2)}{M} = 15m v_0^2$$

$$Mv_1^2 - \left(\frac{25m^2 v_0^2 - M^2 v_1^2}{M} \right) = 15m v_0^2 \quad \text{~~XXXX~~}$$

$$\frac{M^2 v_1^2 - 25m^2 v_0^2 + M^2 v_1^2}{M} = 15m v_0^2 \quad | \cdot M$$

~~$$2M^2 v_1^2 - 25m^2 v_0^2 = 15m M v_0^2$$~~

$$M^2 v_1^2 - 25m^2 v_0^2 + M^2 v_1^2 = 15m M v_0^2$$

$$2M^2 v_1^2 = 15m M v_0^2 + 25m^2 v_0^2$$

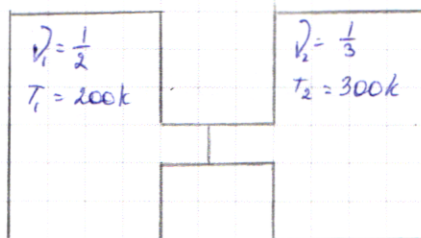
$$2M^2 v_1^2 = 5m v_0^2 (3M + 25m)$$

$$\frac{v_0^2}{v_1^2} = \frac{2M^2}{15mM + 25m^2}$$

$$\frac{v_0}{v_1} = M \sqrt{\frac{2}{15mM + 25m^2}}$$

Ответ: $\frac{v_0}{v_1} = M \sqrt{\frac{2}{15mM + 25m^2}}$

№ 4



$$V = \text{const}$$

$$\frac{pV}{T} \sim V$$

$$\frac{p}{T} \sim V$$

$$p \sim VT$$

$$p_1 \approx V_1 T_1$$

$$p_2 \approx V_2 T_2$$

$$p_c = p_1 + p_2 \approx \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = \frac{1}{2} \cdot 200 + \frac{1}{3} \cdot 300 = 100 + 100 = 200 \text{ Па}$$

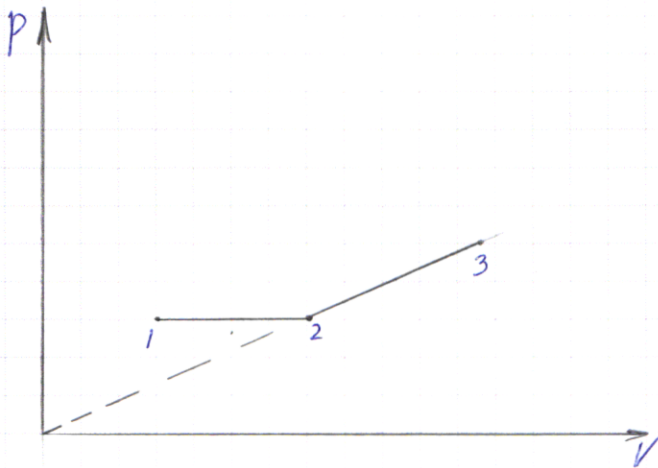
~~$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_c}{T_c}$$~~

~~$$\frac{p_c}{p_1} = \frac{200}{100} = 2$$~~

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_c}{T_c} \Rightarrow T_c = \frac{p_c T_1}{p_1} = \frac{200 \cdot 200}{100} = 400 \text{ К}$$

Дано: $\frac{p_c}{p_1} = 2$, $T_c \approx 400 \text{ К}$

№ 5



1-2 $p = \text{const}$ $V \uparrow, T \uparrow$
 2-3 $p \uparrow, V \uparrow$

$$V_0 \xrightarrow{12} 2V_0 \xrightarrow{23} 4V_0$$

$$p_0 \xrightarrow{12} p_0 \xrightarrow{23} 2p_0$$

Дано то что чтобы давление увеличилось в 2 раза, а объём в 4 должно выделиться соотношение

$$2p = \frac{T}{4V} \Rightarrow T = 8pV \Rightarrow \text{температура увеличилась в 8 раз.}$$

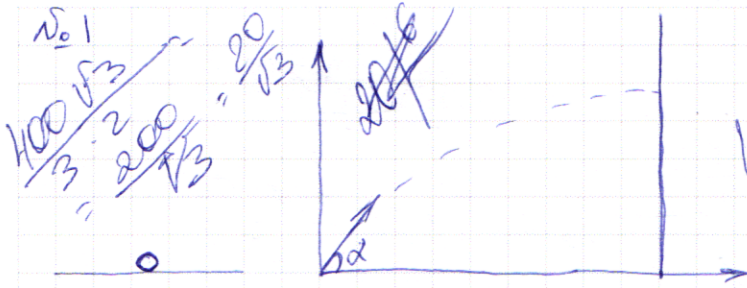
$$\Delta U_{23} = \Delta A_{23} + \Delta Q_{23} \quad \Delta U \approx -\Delta Q$$

$$\Delta A_{23} = -\Delta Q_{23}$$

$$\frac{\Delta A_{12}}{\Delta Q_{23}} = \frac{-2\Delta Q_{23}}{-2\Delta Q_{23}} = \frac{-2cm(T_2 - T_1)}{-2cm(T_3 - T_2)} = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{pV_2 - pV_1}{p_2V_2 - p_1V_3} = \frac{pV}{2pV} = \frac{1}{2}$$

Дано: в 8 раз; $\frac{\Delta A_{12}}{\Delta Q_{23}} = \frac{1}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

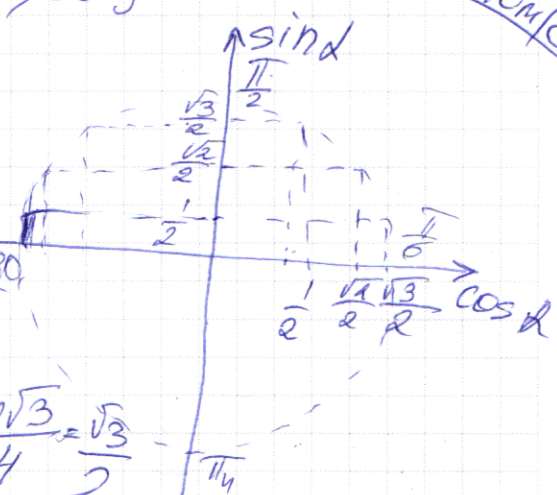


$t_0 = 2 \text{ с}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $\alpha = 60^\circ$
 $v_0 = \frac{h}{\cos \alpha}$
 $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$
 $x = v_0 \cos \alpha t$
 $t_{\uparrow} = \frac{v_0}{g}$ $t_{\text{max}} = 2 \frac{v_0}{g}$
 $v = v_0 t - g t^2$
 $0 = v_0 t - g t^2$

$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$
 $H_{\text{max}} = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g}$
 $v_{\text{ay}} = v_0 \sin \alpha$
 $10 = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $v_0 = 5\sqrt{3}$ $t_{\text{max}} = 2t_{\uparrow}$

~~100/3~~
~~200/13~~
~~100/3~~

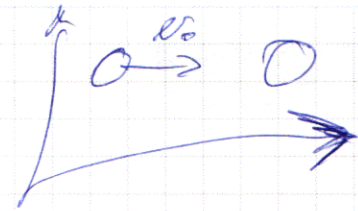
To замыслу сопоставим уравнения.
 $2m v_0 = m \frac{v_0}{2} + Q$
 $v = \frac{v_0}{2} = 5 \text{ м/с}$
 $L = \frac{25 \cdot \sin 60^\circ}{10} = 2,5 \sin 60^\circ$
 $H_{\text{max}} = \frac{25 \cdot \sin^2 60^\circ}{20}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



$L = \frac{2,5 \sqrt{3}}{2} = 1,25 \sqrt{3}$
 $H_{\text{max}} = \frac{25 \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{20} \approx 0,9375$

$\frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} = 0,75$
 $L = 2,5 \sin 120^\circ = 2,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,25 \sqrt{3}$

№ 2
 10 304
 $m_1 v_0 = m_1 \frac{v_0}{2} + m_2 v_1$
 10 303



$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1 \left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} + \frac{m_2 v_1^2}{2}$$

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1 \frac{v_0^2}{4}}{2} + \frac{m_2 \frac{m_1^2 v_0^2}{4m_2^2}}{2} \quad | \cdot 2$$

$$m_1 v_0^2 = m_1 \frac{v_0^2}{4} + \frac{m_1^2 v_0^2}{4m_2}$$

$$m_1 v_0^2 - m_1 \frac{v_0^2}{4} = m_1^2 \frac{v_0^2}{4} \cdot \frac{1}{m_2}$$

$$m_1 v_0^2 - m_1 \frac{v_0^2}{4} - m_1^2 \frac{v_0^2}{4} = \frac{1}{m_2}$$

$$m_1 \frac{3v_0^2}{4} - m_1^2 \frac{v_0^2}{4} = \frac{1}{m_2}$$

$$m_1 \left(\frac{3v_0^2}{4} - m_1 \frac{v_0^2}{4} \right) = \frac{1}{m_2}$$

$$\frac{3v_0^2}{4} - m_1 \frac{v_0^2}{4} = \frac{1}{m_1 m_2}$$

$$\frac{v_1}{v_0} = ?$$

$$m_1 v_0 = m_1 \frac{v_0}{2} + m_2 v_1$$

$$m_1 \frac{3v_0}{2} = m_2 v_1$$

$$\frac{3}{2} m_1 v_0 = m_2 v_1$$

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{\frac{3}{2} m_1}{m_2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{3v_0}{2}$$

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{m_1 \cdot 3v_0}{2m_2}$$

$$v_1 = \frac{m_1 \cdot 3v_0}{2m_2}$$

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} - \frac{m_1 v_0^2}{4} = \frac{m_2 v_1^2}{2}$$

$$\frac{m_1 \cdot 3v_0^2}{4} = \frac{m_2 v_1^2}{2}$$

$$\frac{m_1}{2} \cdot \frac{3}{4} v_0^2 = \frac{m_2}{2} \frac{m_1^2 v_0^2}{4m_2^2} \quad | \cdot 2$$

$$m_1 \cdot \frac{3}{2} v_0^2 = m_2 \cdot \frac{m_1^2 v_0^2}{2m_2^2}$$

$$\frac{3}{2} m_1 v_0^2 = \frac{m_1^2 v_0^2}{2m_2}$$

$$3m_1 m_2 v_0^2 = 2m_1^2 v_0^2$$

$$3m_2 \frac{v_0^2}{2} = 2m_1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{m_1}{2} \cdot \frac{3}{4} v_0^2 = \frac{m_2 \cdot 9m_1^2 v_0^2}{2 \cdot 4m_2^2} \quad | \cdot 2$$

$$m_1 \cdot \frac{3}{2} v_0^2 = \frac{9}{2} \frac{m_1^2 v_0^2}{m_2}$$

$$m_2 = \frac{9 \cdot m_1^2 v_0^2}{2 \cdot 3m_1 v_0^2} = 3m_1$$

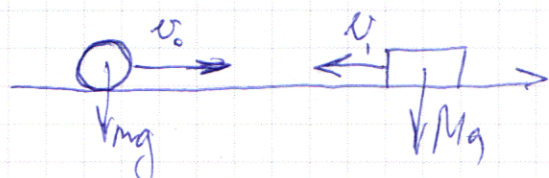
$$m_2 = 3m_1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

I



$$M \gg m$$

по ЗСМ

$$m v_0 = M v_1 + 4 v_0 m$$

~~$$v_2 = \frac{m v_0 + M v_1 - 4 v_0 m}{M}$$~~

по ЗСЭ

$$\frac{m v_0^2}{2} + \frac{M v_1^2}{2} = \frac{m (4 v_0)^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2} \quad | \cdot 2$$

~~$$m v_0 - M v_1 = 4 m v_0 + \frac{M (M v_1 - 3 m v_0)}{M}$$~~

~~$$m v_0 - M v_1 = 4 m v_0 + M v_1 - 3 m v_0$$~~

~~$$m v_0 - M v_1 = -4 m v_0 + \frac{M (M v_1 + 5 v_0 m)}{M}$$~~

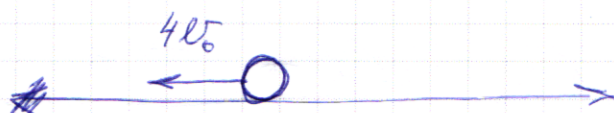
~~$$m v_0 - M v_1 = -4 m v_0 + M v_1 + 5 v_0 m$$~~

~~$$2 M v_1 =$$~~

~~$$m v_0^2 + M v_1^2 = 16 m v_0^2 + \frac{M (M v_1 + 5 m v_0)^2}{M}$$~~

~~$$m v_0^2 + M v_1^2 = 16 m v_0^2 + \frac{M^2 v_1^2 + 25 m^2 v_0^2}{M}$$~~

II



~~$$v_2 = \frac{m v_0 - M v_1 + 4 v_0 m}{M} = \frac{M v_1 + 5 m v_0}{M}$$~~

~~$$v_2 = \frac{m v_0 - M v_1 + 4 v_0 m}{M} = \frac{5 m v_0 - M v_1}{M}$$~~

$$\frac{\mu(V_1^2 - V_2^2)}{2} = \frac{15mV_0^2}{2}$$

$$\frac{\mu(V_1^2 - \frac{25m^2V_0^2}{\mu})}{2} = \frac{15mV_0^2}{2}$$

$$\mu V_1^2 - \frac{25m^2V_0^2}{\mu} = 15mV_0^2$$

$$\mu^2 V_1^2 - 25m^2 V_0^2 = 15\mu m V_0^2$$

$$\mu V_1^2 = \frac{(15\mu m - 25m^2)}{\mu} m V_0^2$$

$$\mu V_1^2 = \frac{15\mu m V_0^2}{\mu} - \frac{25m^2 V_0^2}{\mu}$$

$$\mu V_1^2 = 5m V_0^2 \frac{3\mu - 5m}{\mu}$$

$$\mu V_1^2 = 15m V_0^2 -$$

$$\frac{V_0^2}{V_1^2} = \frac{\mu^2}{5m(3\mu - 5m)}$$

$$\frac{V_0}{V_1} = \sqrt{\frac{\mu^2}{5m(3\mu - 5m)}}$$

$$mV_0 - \mu V_1 = \mu V_2 - 4mV_0$$

$$V_2 = \frac{5mV_0 - \mu V_1}{\mu}$$

$$mV_0 - \mu V_1 = 5mV_0 - \mu V_1 - 4mV_0$$

$$mV_0 - \mu V_1 = mV_0 - \mu V_1$$

$$0 = 0$$

$$-mV_0 + \mu V_1 = -\mu V_2 + 4mV_0$$

$$V_2 = \frac{5mV_0 + \mu V_1}{\mu}$$

$$-mV_0 + \mu V_1 = -\mu \frac{5mV_0 + \mu V_1}{\mu} + 4mV_0$$

$$-mV_0 + \mu V_1 = -5mV_0 + \mu V_1 + 4mV_0$$

$$2\mu^2 V_1^2 - 25m^2 V_0^2 = 15m\mu V_0^2$$

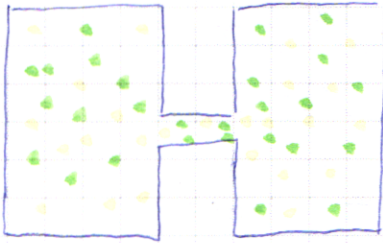
$$2\mu^2 V_1^2 = 5mV_0^2 + (15m - 5m)$$

$$\frac{V_0^2}{V_1^2} = \frac{2\mu^2}{5m(3\mu - 5m)}$$

$$\frac{V_0}{V_1} = \mu \sqrt{\frac{2}{15m\mu - 25m^2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4



$V_1 = \frac{1}{2}$ моль

$V_2 = \frac{1}{3}$ моль

$T_1 = 200$ K

$T_2 = 300$ K

$V = \text{const}$

$T_c = \frac{p_1 T_1 + p_2 T_2}{p_1 + p_2} = \frac{100 \cdot 200 + 100}{100 + 100} = 200$ K

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

$\frac{100 \cdot 200}{831 \cdot 831} = \frac{100}{V}$

$p_c = p_1 + p_2$

$\frac{pV}{T} \sim V$

$\frac{pV}{T} = V$

$p_1 = \frac{V_1 T_1}{V}$

$p_2 = \frac{V_2 T_2}{V}$

$\frac{p_1}{T_1} \sim$

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_c}{T_c}$

$\frac{p_1 V}{T_1} \approx V$

$p_1 = \frac{p_2 T_1}{T_2}$

$p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1}$

$p_1 V = V_1 R T_1$
 $p_2 V = V_2 R T_2$

$p = V R T$

$p_1 = \frac{V_1 R T_1}{V}$

$p_2 = \frac{V_2 R T_2}{V}$

$p_c = V_1 T_1 + V_2 T_2 = 100 + 100 = 200$

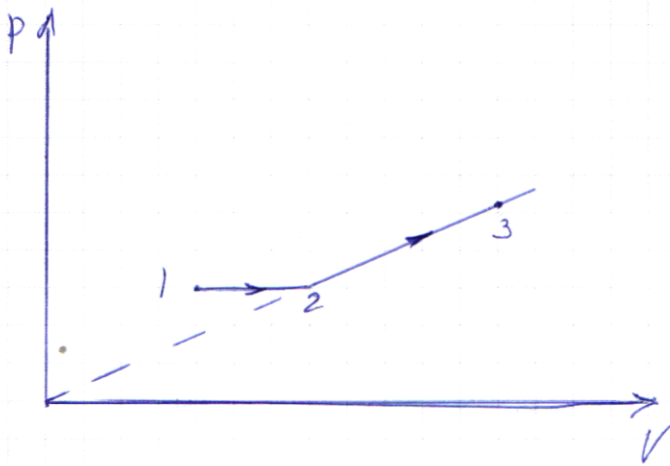
$p_c = \frac{V_2 R T_c}{V}$
 $p_1 = \frac{V_1 R T_1}{V}$
 $\frac{p_c}{p_1} = \frac{V_2 T_c}{V_1 T_1} = \frac{100}{100} = 1$

$\frac{p_1 + p_2}{T_1 + T_2} = \frac{p_c}{T_c}$

$p_c V = V_c R T_c$

$p_c = \frac{V_c R T_c}{V} = \frac{R}{V} (V_1 T_1 + V_2 T_2)$

№ 5



$$\Delta U_{23} = \nu R \Delta T_{23} + \Delta Q_{23}$$

$$\nu R \Delta T_{23} = \Delta U_{23} - \Delta Q_{23}$$

$$A_{12} = \Delta U_{12} - \Delta Q_{12}$$

$$p_0 \rightarrow p_0 \rightarrow 2p_0$$

$$p = \frac{4U}{22T}$$

$$T \rightarrow 2T \rightarrow 2T$$

в 2 раза

$$V_0 \rightarrow 2V_0 \rightarrow 4V_0$$

1-2 $p = \text{const}$ $V \uparrow T \uparrow$
изобарический

2-3 $pV = \text{const}$ $p \uparrow V \uparrow$
процесс при постоянной температуре

$$pV = \text{const}$$

$$T \neq \text{const}$$

$$\frac{V}{T} = \text{const}$$

$$\Delta p = \frac{4U}{T}$$

$$\frac{p}{T} = \text{const}$$

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{\Delta U_{12} - \Delta Q_{12}}{\Delta U_{23} - \Delta Q_{23}} = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_2} =$$

$$\frac{pV_2 - pV_1}{p_2V_3 - p_2V_2} = \frac{pV}{pV} = \frac{1}{2}$$

$$Q = cm\Delta T$$

$$\frac{-2cm(T_2 - T_1)}{-2cm(T_3 - T_2)} = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$$\Delta U = -\Delta Q$$