

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр

12-005

(заполняется секретарём)

Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=2$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.
Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

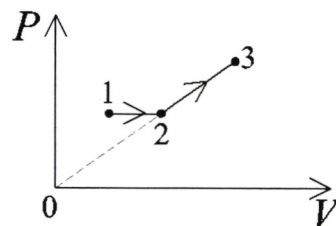
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/2$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=200 \text{ К}$ и $\nu_2=1/3$ моль другого одноатомного газа при температуре $T_2=300 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=2$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=2$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



51

Дано:

$\alpha = 60^\circ$

$t_0 = 2\text{ с}$

$L = ?$

$H = ?$

Решение:

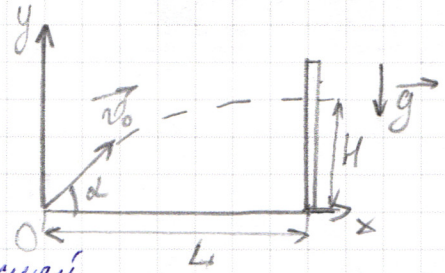
1) Из того, что мяч ушел на то же место, следует, что

в стену он ударился в высшей

точке своего полета. Построим сис-му координат

с центром в точке бросания и запишем

уравнения его движения на оси Ox и Oy :



$$\begin{cases} x(t) = v_{0x} t \\ y(t) = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t \\ y(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

2) При отсутствии стены мяч пролетел бы расстояние, равное $2L$. Подставим в сис-му уравнений

выше $x(t) = 2L, y(t) = 0; t = t_0$: (можно доказать, что время полета мяча во втором случае будет равно времени полета в первом случае)

$$\begin{cases} 2L = v_0 \cos \alpha t_0 \\ 0 = v_0 \sin \alpha t_0 - \frac{gt_0^2}{2} \end{cases}$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$2L = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

$$L =$$

$$v_0 = \frac{gt_0}{2 \sin \alpha}$$

$$2L = \frac{gt_0^2}{2 \tan \alpha}$$

$$L = \frac{gt_0^2}{4 \tan \alpha}$$

$$L = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot 4c^2}{4 \cdot \sqrt{3}} \approx$$

$$\approx 5,78 \text{ м}$$

3) Теперь рассмотрим момент, когда мяч ударяется о стену. Подставим значения $x(t) = L, y(t) = H, t = \frac{1}{2} t_0$:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2L = v_0 \cos \alpha t$
 $v_0 \sin \alpha = \frac{gt^2}{2}$
 $\frac{gt^2}{2} = v_0 \sin \alpha$
 $\frac{gt^2}{4L} = \frac{gt \sin \alpha}{2}$
 $L = \frac{gt^2}{4 \sin \alpha}$

$M u_0 - m v_0 = 3M v_0 - 3M u_0 + 4m v_0$
 $2M u_0 - 3M v_0 = 5m v_0 \quad | :5$
 $2M u_0 = 8 v_0 (5m + 3M)$
 $\frac{M}{m} = \frac{5 v_0}{2 u_0 - 3 v_0}$

$A_n = \rho P (v_2 - v_1) = \rho P T_2 - P_1 =$
 $\rho P T_1 (v_2 - v_1)$
 $\rho P T_1 (v_2 - v_1) = \rho P T_2 - P_1$
 $\rho P T_1 (v_2 - v_1) = \rho P T_2 - P_1$
 $\rho P T_1 (v_2 - v_1) = \rho P T_2 - P_1$
 $\rho P T_1 (v_2 - v_1) = \rho P T_2 - P_1$

$v_0 = 4 v_0$
 $m v_0 - M u_0 = m v_0 - M u_0$
 $M u_0 - m v_0 = M u_0 + m v_0$
 $M u_0' + m v_0'^2 = M u_0^2 + m v_0^2$
 $\frac{M}{m} = \frac{v + v_0}{u_0 - u}$
 $\frac{M}{m} = \frac{v^2 - v_0^2}{u_0^2 - u^2}$

$C_v \rho_1 T_1 + C_v \rho_2 T_2 = \frac{C_v (\rho_1 + \rho_2) T}{u_0 + u} = v - v_0 = 3 v_0$
 $M(u_0 - u) = 5m v_0 = \frac{5}{3} m (u_0 + u)$
 $M(u_0 - u) = \frac{5}{3} m (u_0 + u)$
 $M u_0 - M u = \frac{5}{3} m u_0 + \frac{5}{3} m u$
 $u_0 (M - \frac{5}{3} m) = u (M + \frac{5}{3} m)$
 $\frac{u_0}{u} = \frac{M + \frac{5}{3} m}{M - \frac{5}{3} m}$
 $\frac{u_0}{u} = \frac{M + \frac{5}{3} m}{M - \frac{5}{3} m}$

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$
 $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = 2$
 $\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3}$
 $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_2}{p_3} = \frac{V_3 T_2}{u_2 T_3}$
 $\frac{V_2}{V_3} = \frac{V_3 T_2}{V_2 T_3}$
 $\frac{V_2}{V_3} = \frac{p_3}{p_2} = \frac{V_3}{V_2} = \frac{p_3}{p_2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2} v_0 \cos \alpha t_0 \\ H = \frac{1}{2} v_0 \sin \alpha t_0 - \frac{g t_0^2}{8} \end{cases}$$

$$v_0 = \frac{2L}{t_0 \cos \alpha}$$

$$H = L \operatorname{tg} \alpha - \frac{g t_0^2}{8}$$

$$H = 5,78 \text{ м} \cdot \sqrt{3} - \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4 \text{ с}^2}{8} = 5 \text{ м}$$

Ответ: 5,78 м ; 5 м

ω 2

Дано:

$$v_{01} = 2v_1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = ?$$

$$\frac{v_2}{v_1} = ?$$

Решение:

1) Возьмем 3-и сохранения

импульса и энергии для шариков:

$$\begin{cases} m_1 v_{01} = m_2 v_2 - m_1 v_1 & \text{①} \\ \frac{m_1 v_{01}^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 v_1^2}{2} & \text{②} \end{cases}$$

Подставив $v_{01} = 2v_1$, получим:

$$\begin{cases} 3m_1 v_1 = m_2 v_2 & \text{①} \\ 3m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2 & \text{②} \end{cases}$$

Поделив второе уравнение на первое, имеем:

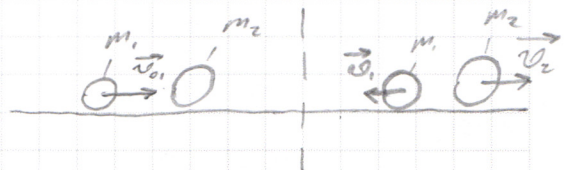
$$v_1 = v_2 \quad \text{①'}$$

$$v_2 = \frac{1}{2} v_{01}, \quad \frac{v_2}{v_{01}} = 0,5$$

2) Из уравнений ①' и ①:

$$3m_1 = m_2,$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 3$$



Ответ: 3 ; 0,5

ω 3

Дано:

$$v = 4v_0$$

$$\frac{v_0}{u_0} = ?$$

Решение:

1) Запишем 3-Н

сохранения импульса и энергии:

$$mv_0 - Mu_0 = -mv - Mu$$

$$\begin{cases} Mu_0 - mv_0 = mv + Mu & (3) \\ \frac{Mu_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M(u_0 - u) = m(v + v_0) & (1) \\ M(u_0^2 - u^2) = m(v^2 - v_0^2) & (2) \end{cases}$$

Поделим (1) на (2):

$$u_0 + u = v - v_0$$

$$(4) \quad u = 3v_0 - u_0 \quad (\text{с учетом того, что } v = 4v_0)$$

2) Преобразуем ур-е (3):

$$M(u_0 - u) = 5mv_0$$

и подставим ур-е (4):

$$M(u_0 - 3v_0 + u_0) = 5mv_0$$

$$2Mu_0 = v_0(5m + 3M)$$

$$\frac{v_0}{u_0} = \frac{2M}{5m + 3M} \approx \frac{2}{3} \quad (\text{при пренебрежении } m)$$

Ответ: $\frac{2}{3}$

ω 4

Дано:

$$Q_1 = \frac{1}{2} \text{ моль}$$

$$T_1 = 200 \text{ К}$$

$$Q_2 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$T_2 = 300 \text{ К}$$

Решение:

1) Внутренняя энергия системы сохранится неизменной,

т.к. нет потерь:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$U = U_1 + U_2, \text{ где } U - \text{внутренняя}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{2} V$$

$T - ?$

$\frac{p_k}{p_1} - ?$

ная жергит смеси газв, n_1 и n_2 - вуг. жерги газв в одном и другом сосудах до смешения.

$c_v(n_1 + n_2)T = c_v n_1 T_1 + c_v n_2 T_2$, c_v - молярная теплоемкость при изохорном процессе (объем системы не меняется, поэтому процесс изохорный)

$$T = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2}$$

$$T = \frac{\frac{1}{2} \text{ моль} \cdot 200 \text{ К} + \frac{1}{2} \text{ моль} \cdot 300 \text{ К}}{(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) \text{ моль}} = 240 \text{ К}$$

2) Из ур-я Менделеева - Клапейрона:

$$p_1 = \frac{n_1 R T_1}{V_1}, \quad p_1 - \text{давление в первом сосуде до открытия крана}$$

$$p_k = \frac{(n_1 + n_2) R T}{V}, \quad p_k - \text{конечное давление}$$

$$\frac{p_k}{p_1} = \frac{(n_1 + n_2) T V_1}{n_1 T_1 V} = \frac{(n_1 + n_2) T}{2 n_1 T_1} \quad (\text{использовано рав-во}$$

$$V_1 = \frac{1}{2} V)$$

$$\frac{p_k}{p_1} = \frac{(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) \text{ моль} \cdot 240 \text{ К}}{2 \cdot \frac{1}{2} \text{ моль} \cdot 200 \text{ К}} = 1$$

Ответ: 240 К ; 1

55

Дано:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_2} = 2$$

$$p_1 = p_2$$

$$\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3}$$

$$\frac{T_3}{T_1} - ?$$

Решение:

1) Ур-е Менделеева - Клапейрона:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1, \quad p_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (p_1 = p_2) \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = 2$$

$$T_2 = 2 T_1$$

$$\frac{A_{23}}{A_{21}} = ?$$

$$2) \frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{p_3}{p_2} = \frac{V_2 T_3}{V_3 T_2}$$

В то же время $\frac{p_3}{p_2} = \frac{V_3}{V_2}$ (из пропорциональности $p \sim V$)

$$\frac{V_2 T_3}{V_3 T_2} = \frac{V_3}{V_2}$$

$$V_2^2 T_3 = V_3^2 T_2$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3^2}{V_2^2} = 4$$

$$T_3 = 4T_2 = 8T_1$$

$$\frac{T_3}{T_1} = 8$$

$$3) A_{12} = p_2 (V_2 - V_1) = \nu R (T_2 - T_1) = \nu R T_1$$

$$A_{23} = \frac{p_3 + p_2}{2} (V_3 - V_2) = \frac{1}{2} (p_3 V_3 + p_2 V_3 - p_2 V_2 - p_3 V_2)$$

из пропорциональности $p \sim V$: $p_2 V_3 = p_3 V_2$

$$A_{23} = \frac{1}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{1}{2} \nu R (T_3 - T_2) =$$

$$= 1,5 \nu R T_2 = 3 \nu R T_1$$

$$\frac{A_{23}}{A_{12}} = \frac{3 \nu R T_1}{\nu R T_1} = 3$$

Ответ: 8 ; 3



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

12-005

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

12 - 005

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)