

# Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 5-033

(заполняется секретарём)

## Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом  $\alpha=60^\circ$  к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время  $t_0=2$  секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии  $L$  от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту  $H$  от поверхности земли до места удара мяча о стену. Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

2. Шарик массой  $m_1$ , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой  $m_2$ , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой  $m_1$  начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс  $\frac{m_2}{m_1}$ .
- 2) Найти отношение скорости шарика массой  $m_2$  <sup>после столкновения</sup> к скорости шарика массой  $m_1$  до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

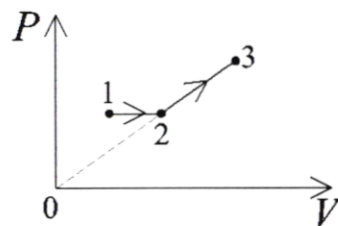
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся  $\nu_1=1/2$  моль одноатомного идеального газа при температуре  $T_1=200 \text{ К}$  и  $\nu_2=1/3$  моль другого одноатомного газа при температуре  $T_2=300 \text{ К}$ . Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой  $T_1$ .

5. Объем идеального газа увеличивается в  $n=2$  раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в  $n=2$  раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Дано

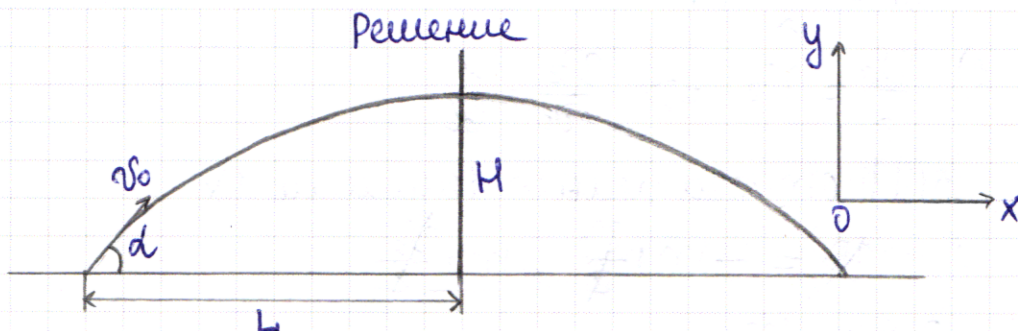
$$\alpha = 60^\circ$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$t_0 = 2 \text{ с}$$

1)  $L$  - ?

2)  $H$  - ?



Так как мячик вернулся на то же место, где и летал вначале, то он ударился о стену в наибольшей точке траектории его полёта, если бы не было стены  $\Rightarrow t_0$  - время, когда бы он упал на землю, если бы не было стены.

Кинематический закон движения мячика на  $Oy$

$$v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 0 \quad (\text{т.к. в конце } y=0)$$

$t=0$  - один из корней (начальное условие)

$t_0$  - второй корень, т.к. мячик в конце летит на землю

$$v_0 \sin \alpha - \frac{gt_0}{2} = 0 \Rightarrow v_0 = \frac{gt_0}{2 \sin \alpha}$$

$$2) H = H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{g^2 t_0^2 \sin^2 \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cdot 2g} = \frac{gt_0^2}{8} = 5 \text{ м}$$

Кинематический закон движения мячика на  $Ox$

$$v_0 \cos \alpha t_0 = 2L$$

$$1) L = \frac{v_0 \cos \alpha t_0}{2} = \frac{gt_0 \cos \alpha t_0}{4 \sin \alpha} = \frac{gt_0^2}{4} \cdot \text{ctg} \alpha =$$

$$= \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ м} \approx 6 \text{ м}$$

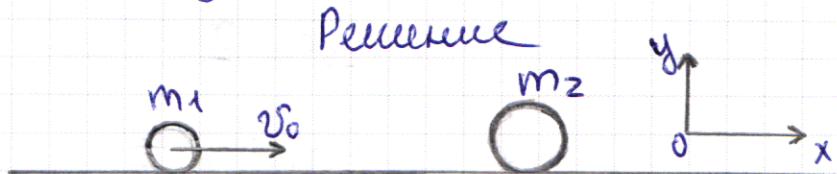
Ответ:  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$  м; 5 м

2. Дано

$$v_1 = \frac{v_0}{2} \quad 2) \frac{v_2}{v_0} = ?$$

$$1) \frac{m_2}{m_1} = ?$$

$$2) \frac{v_2}{v_0} = ?$$



Перейдём в систему отсчёта, связанную с вторым шариком  
ЗСЦ

$$m_1 v_0 = m_1 (v_1 + v_2)$$

$$v_0 = \frac{v_0}{2} + v_2$$

$$2) \frac{v_0}{2} = v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_0} = \frac{1}{2}$$

ЗСЦ относительно земли на  $Ox$

$$2m_1 v_0 = -m_1 \frac{v_0}{2} + m_2 \frac{v_0}{2}$$

$$3m_1 = m_2$$

$$1) \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{1}$$

Ответ:  $\frac{3}{1}; \frac{1}{2}$

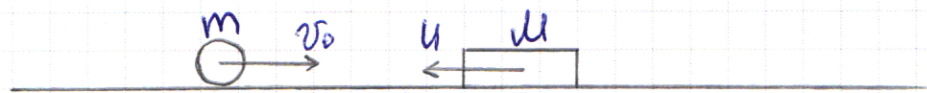
3. Дано

$$M \gg m$$

$$v_1 = 4v_0$$

$$\frac{v_0}{u} = ?$$

Решение



П.к.  $M \gg m$ , то скорость бруска после столкновения не изменится

В системе отсчёта, связанной с бруском:

$$1) \text{ До соударения: } p_{\text{и}} = m(v_0 + u)$$

2) После соударения шарик отскакивает от бруска с такой же скоростью

$$v_0 + u = v_1 - u$$

$$v_1 = v_0 + 2u - \text{относительно земли}$$

$$4v_0 = v_0 + 2u$$

$$3v_0 = 2u$$

$$\frac{v_0}{u} = \frac{2}{3}$$

Ответ:  $\frac{2}{3}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. Дано

$$\frac{V_2}{V_1} = n = 2$$

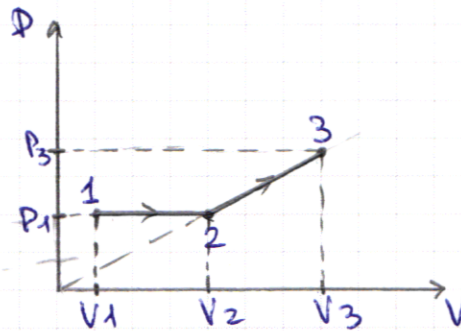
$$\frac{V_3}{V_2} = n = 2$$

2-3:  $P = cV, c = \text{const}$

1)  $\frac{T_3}{T_1} = ?$

2)  $\frac{A_{12}}{A_{23}} = ?$

Решение



$$P_1 V_1 = \nu R T_1 \quad P_2 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = n$$

$$\frac{P_3 V_3}{P_2 V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2 = n^2$$

1)  $T_3 = n^2 T_2 = n^3 T_1 \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = n^3 = 8$

$$A_{12} = P_1 (V_2 - V_1) = P_1 V_1 (n - 1)$$

$$A_{23} = \frac{P_1 + P_3}{2} (V_3 - V_2) = \frac{P_1 (n+1)}{2} \cdot V_2 (n-1) = \frac{P_1 V_1}{2} n (n^2 - 1)$$

2)  $\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{P_1 V_1 (n-1) \cdot 2}{P_1 V_1 n (n^2 - 1)} = \frac{2}{n(n+1)} = \frac{1}{3}$

Ответ: 8;  $\frac{1}{3}$

4. Дано

$$\nu_1 = \frac{1}{2} \text{ моль}$$

$$T_1 = 200 \text{ K}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu$$

$$T_2 = 300 \text{ K}$$

1)  $T = ?$

2)  $P_1 = ?$

Решение

$$P = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T}{2V} \quad P_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V} \Rightarrow \frac{P}{P_1} = \frac{\nu_1 + \nu_2}{\nu_1} \cdot \frac{T}{T_1}$$

$$\nu_1 T_1 = 100 \text{ мм}^3 \text{ Hg} \quad \nu_2 T_2 = 100 \text{ мм}^3 \text{ Hg} \Rightarrow \nu_1 T_1 = \nu_2 T_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_1 = P_2$$

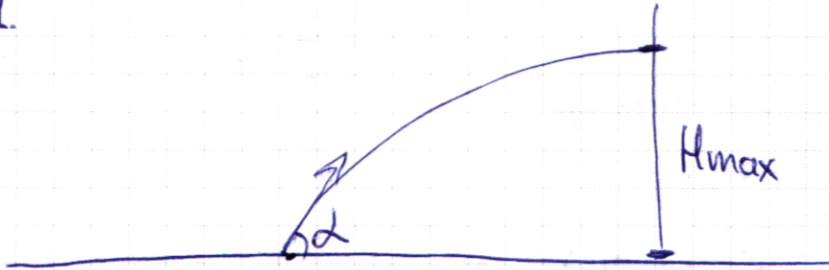
Так как давления в сосудах были одинаковыми, во  
исше открытии крана  $p = p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{p}{p_1} = 1$

$$1) T = \frac{T_1 V_1}{V_1 + V_2} = \frac{200 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{100^{20}}{\frac{5}{6}} = 120K$$

Ответ: 120K; 1

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



$\alpha = 60^\circ$   
 $t_0 = 2c$  (на полете не делайте)

$$v_0 \sin \alpha - \frac{gt_0}{2} = 0$$

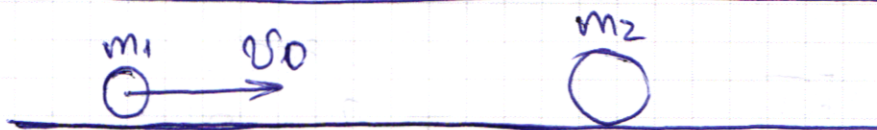
$$v_0 = \frac{gt_0}{2 \sin \alpha}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{g^2 t_0^2 \sin^2 \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cdot 2g} = \frac{gt_0^2}{8}$$

$$L = v_0 \cos \alpha \frac{t_0}{2} = \frac{gt_0}{2 \sin \alpha} \cdot \cos \alpha \frac{t_0}{2} =$$

$$= \frac{gt_0^2 \cot \alpha}{4}$$

2.



$$m_1 v_0 = m_1 (v_1 + v_2)$$

$$v_0 = \frac{v_0}{2} + v_2$$

$$v_2 = \frac{v_0}{2}$$

$$2m_1 v_0 = -m_1 \frac{v_0}{2} + m_2 \frac{v_0}{2}$$

$$3m_1 = m_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 3$$

$$v_1 = \frac{v_0}{2}$$

$$v_2 = \frac{v_0}{2}$$

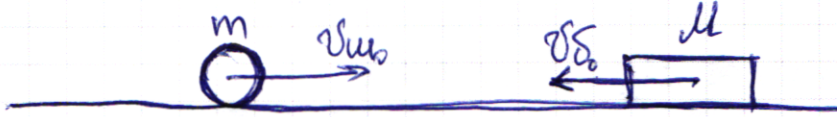
$$\frac{v_2}{v_0} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

3.

$$v_{u_0} = v_0$$

$$v_0 = u_0$$

$$M \gg m$$



$$v_1 = 4v_0$$

Относительно бруска

$$① p = m(v_0 + u_0)$$

$$② \text{  ~~} v_0 + u_0 = v_1 - u_0~~$$

$$\text{  ~~} v_0 + u_0 = v_1 - u_0~~$$

$$\text{  ~~} 2u_0 = v_1 - 2v_0~~$$

$$v_0 + u_0 = v_1 - u_0$$

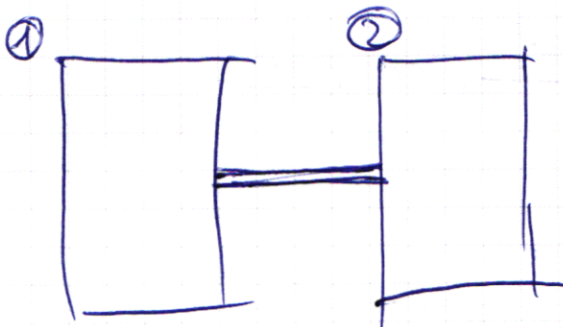
$$v_1 = v_0 + 2u_0$$

$$4v_0 = v_0 + 2u_0$$

$$3v_0 = 2u_0$$

$$\frac{v_0}{u_0} = \left(\frac{2}{3}\right)$$

4.



$$① \nu_1 = \frac{1}{2} \text{ моль}$$

$$M_1 \neq M_2$$

$$T_1 = 200 \text{ K}$$

$$V_1 = V_2 = V$$

$$② \nu_2 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$T_2 = 300 \text{ K}$$

$$T - ?$$

$$P_1' + P_2' = P$$

$$\frac{P}{P_1} - ?$$

$$\text{ ~~} \frac{P_1}{P_1} + \frac{P_2}{P_1} = \frac{P}{P_1}~~$$

$$P = \frac{(\nu_1 + \nu_2) RT}{2V}$$

$$P_1 = \frac{\nu_1 RT_1}{V}$$

$$P_2 = \frac{\nu_2 RT_2}{V_2}$$

$$\text{ ~~} P = \frac{P_1 + P_2}{2}~~$$

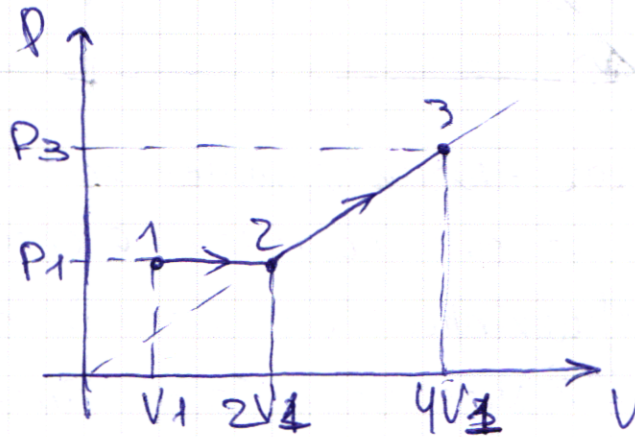
$$\frac{P}{P_1} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) RT \cdot V}{\nu_1 RT_1 \cdot 2V} = \frac{\nu_1 + \nu_2}{\nu_1} \cdot \frac{T}{T_1}$$



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$Q_1 = Q_2$~~   ~~$Q_1 = Q_2$~~   
 ~~$Q_1 = \frac{1}{2} \nu R (T_1 - T_2) + \nu R (T_2 - T_3)$~~   ~~$Q_1 = \frac{1}{2} \nu R (T_1 - T_2) + \nu R (T_2 - T_3)$~~   
 ~~$Q_2 = \frac{1}{2} \nu R (T_1 - T_2) + \nu R (T_2 - T_3)$~~   ~~$Q_2 = \frac{1}{2} \nu R (T_1 - T_2) + \nu R (T_2 - T_3)$~~   
 ~~$\frac{1}{2} \nu R (T_1 - T_2) + \nu R (T_2 - T_3) = \frac{1}{2} \nu R (T_1 - T_2) + \nu R (T_2 - T_3)$~~

5.  $n=2$   
 ~~$P_1$~~   
 $P = cV$   
 $\frac{T_3}{T_1} = ?$   
 $\frac{A_{12}}{A_{23}} = ?$



$\frac{V_2}{V_1} = 2 \quad V_2 = 2V_1$   
 $\frac{V_3}{V_2} = 2$

$\frac{T_3}{T_1} = 8$

$A_{12} = P_1(V_2 - V_1) = P_1 V_1 \quad V_3 = 2V_2 = 4V_1$   
 $A_{23} = \frac{P_1 + P_3}{2} \cdot (V_3 - V_2) = P_1(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1)$   
 $= \frac{3P_1}{2} \cdot 2V_1 = 3P_1 V_1 \quad \frac{T_2}{T_1} = 2$

$\frac{1}{3}$

$P_1 V_2 = \nu R T_2$

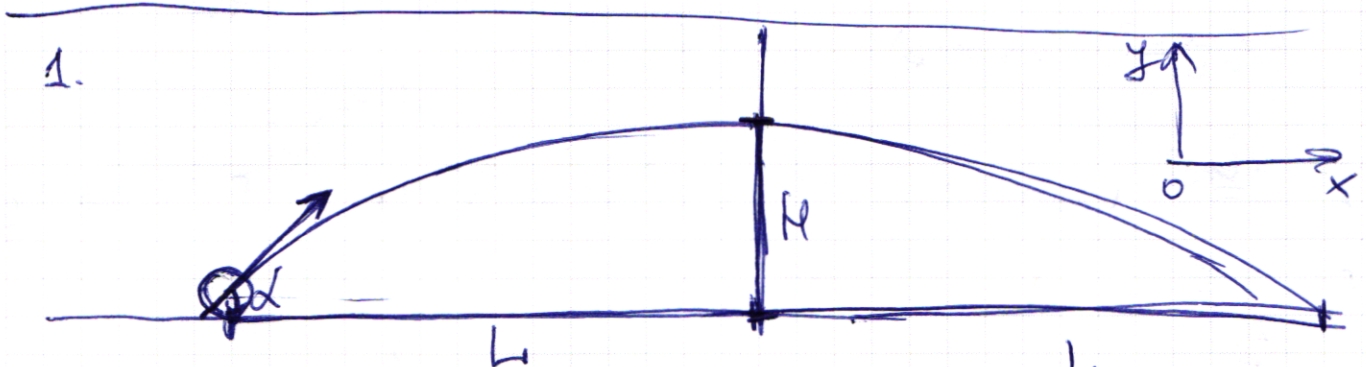
$P_3 V_3 = 8 \nu R T_3$

$\frac{P_1 V_2}{P_3 V_3} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{1}{4}$

$\frac{P_3}{P_1} = \frac{V_3}{V_2}^2$

$= 2 \quad T_3 = 4T_2$   
 $\frac{T_3}{T_2} = 4 \quad T_1 = \frac{T_2}{2}$

4.

~~Решение задачи~~~~Решение~~~~Решение~~~~Решение~~

Так как мячик вернется на то же место, где и летал  
вначале, то он ударится о стену в наивысшей  
точке траектории его полета, если бы не было стены  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow t_0$  - время, когда бы он упал на землю если бы  
не было стены.

Кинематический закон движения мячика на ось Oy

$$v_0 \sin \alpha t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = 0 \quad (\text{т.к. в конце } y=0)$$

$t_0 = 0$  (начальное условие)

$$v_0 \sin \alpha - \frac{gt_0}{2} = 0$$

$$v_0 = \frac{gt_0}{2 \sin \alpha}$$

$$H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{g^2 t_0^2 \sin^2 \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cdot 2 \cdot g} = \frac{gt_0^2}{8} = 5 \text{ м}$$

Кинематический закон движения мячика на ось Ox

$$v_0 \cos \alpha t_0 = 2L$$

$$L = \frac{v_0 \cos \alpha t_0}{2} = \frac{gt_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_0}{4 \sin \alpha} = \frac{gt_0^2}{4} \cdot \text{ctg} \alpha = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ м}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.2.

$$m_1 v_0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m_1 v_0 = m_1 (v_1 + v_2)$$

$$v_1 = \frac{v_0}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{v_0}{2}$$

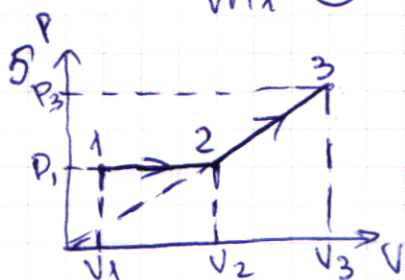
$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{v_2}{v_0} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$4m_1 v_0^2 = \frac{m_1 v_0^2}{4} + \frac{m_2 v_0^2}{4}$$

$$3m_1 = m_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 3$$



$$\frac{V_2}{V_1} = n \quad \frac{V_3}{V_2} = n$$

$$2-3: P = cV, \text{ где } c = \text{const}$$

$$\frac{T_3}{T_1} = ? \quad \frac{A_{12}}{A_{23}} = ?$$

$$P_1(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1)$$

$$P_1 V_1 (n - 1) = \nu R T_1 (n - 1) \quad T_2 - T_1 = T_1 (n - 1) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 2$$

$$P_1 V_2 = \nu R T_2$$

$$P_3 V_3 = \nu R T_3$$

$$\Rightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = 2 \cdot 4 = 8$$

$$T_3 = T_2 n^3 = T_1 n^4 = 16 T_1$$

$$\frac{P_3}{P_1} = \frac{V_3}{V_2} = 2$$

$$v_1 T_1 = v_2 T_2$$

$$P_1 = P_2 = P$$

~~$P_1 = P_2 = P$~~

~~$P_2$~~

~~$\frac{1}{2} \rho v^2 = P_1 = P_2$~~

~~$T_2 = P_1$~~

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

$$v_2 = v_1 \frac{T_1}{T_2}$$

$$v_1 + v_2 = \frac{v_1 (T_1 + T_2)}{T_2}$$

$$\frac{T_1 + T_2}{T_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

~~$\frac{1}{2} \rho v^2 = P_1 = P_2$~~