

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 15-008

(заполняется секретарём)

Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=2$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.
Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

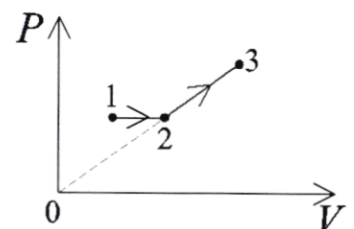
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/2$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=200 \text{ К}$ и $\nu_2=1/3$ моль другого одноатомного газа при температуре $T_2=300 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

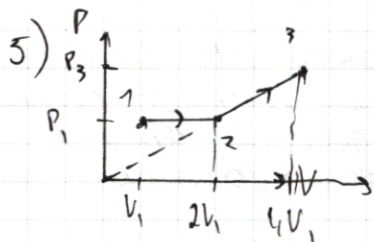
- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=2$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=2$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{P_1}{2V_1} = \frac{P_3}{4V_1}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_3 V_3}{T_3}$$

$$P_3 = 2P_1$$

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = \frac{2P_1 \cdot 4V_1}{P_1 V_1} = 8$$

$$A_{\text{из}} = P_1 \cdot (2V_1 - V_1) = P_1 V_1$$

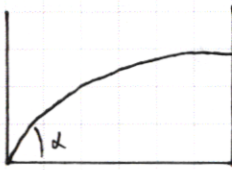
$$A_{\text{пр}} = \frac{(P_1 + 2P_1)}{4} \cdot (4V_1 - 2V_1) = 1,5P_1 \cdot 2V_1 = 3P_1 V_1$$

$$\frac{A_{\text{из}}}{A_{\text{пр}}} = \frac{1}{3}$$

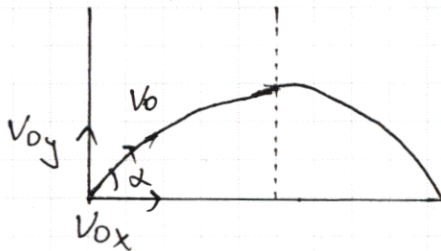
Задача №1

Дано:
 $\alpha = 60^\circ$
 $t_0 = 2\text{с.}$

Решение:



1) Поскольку мячик вернулся в то же место после удара и учитывая, что он двигался по параболе, а также тот факт, что парабола симметрична относительно линии параллельной Oy и проходящей через вершину параболы, данное движение можно представить как боковое движение под углом к горизонту, и не учитывать стену.



$$2) V = V_{0y} - gt$$

$$gt = V_{0y}$$

$$t = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}, \text{ где}$$

V_0 - начальная скорость мячика,
 V - скорость в верхней точке т.е. 0.

$$V_0 = \frac{10 \cdot 2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{40}{\sqrt{3}} \text{ м/с.}$$

3) Расстояние от стены до мячика в нач. положении будет равно половине расстояния которое пройдет мячик не учитывая стену поэтому:

$$L = \frac{L'}{2} = \frac{V_{0x} \cdot t}{2};$$

$$L = \frac{V_0 \cos \alpha \cdot t}{2}; \quad L = \frac{\frac{40}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2}{2} = \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ м.}$$

4) $H = \frac{V_{0y}^2 - V_{0x}^2}{2g}$, где V_{0x} - это скорость по оси Oy в верхней точке, т.е. 0.

$$H = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{1600}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{400}{2 \cdot 10} = 20 \text{ м.}$$

Отв.вет: 1) $\frac{20}{\sqrt{3}}$ м.

2) 20 м.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2

Дано: $m_1, m_2;$
 $V_1 = -\frac{1}{2} V_0$
 $\frac{m_2}{m_1} = ?$
 $\frac{V_2}{V_0} = ?$

Решение:
 1) По законам сохранения импульса и энергии получаем:

$$\begin{cases} m_1 V_0 = m_1 V_1 + m_2 V_2 & (1) \\ \frac{m_1 V_0^2}{2} = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 V_0 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \\ m_1 V_0^2 = m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{m_1 (V_0 - V_1)}{m_1 (V_0^2 - V_1^2)} = \frac{m_2 V_2}{m_2 V_2^2}$$

$$\frac{V_0 - V_1}{(V_0 - V_1)(V_0 + V_1)} = \frac{1}{V_2}$$

2) Из (1) и (2) \Rightarrow , что:

$$m_1 V_0 = -\frac{1}{2} m_1 V_0 + \frac{1}{2} m_2 V_0 \quad \left\{ \cdot \frac{2}{V_0} \right.$$

$$2m_1 = -m_1 + m_2$$

$$m_2 = 3m_1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 3.$$

$$\frac{1}{V_0 + V_1} = \frac{1}{V_2}; \quad V_2 = V_0 + V_1 = V_0 - \frac{1}{2} V_0 = \frac{1}{2} V_0$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_0} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Ответ: 1) $\frac{m_2}{m_1} = 3$

2) $\frac{V_2}{V_0} = \frac{1}{2}$

Задача №4

Дано:

$$\nu_1 = \frac{1}{2} \text{ моль};$$

$$T_1 = 200 \text{ K}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$T_2 = 300 \text{ K}$$

$$V_1 = V_2$$

$$T = ?$$

$$\frac{P_k}{P_1} = ?$$

Решение:

1) Поскольку сосуды теплоизолированы, то энергии в сосудах нигде не уходит и нигде не берется, это значит:

$$c_v \nu_1 \cdot T_1 + c_v \nu_2 \cdot T_2 = c_v (\nu_1 + \nu_2) \cdot T, \text{ где } c_v \text{ — молярная теплоемкость}$$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 200 + \frac{1}{3} \cdot 300}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{6 \cdot 200}{5} = 240 \text{ K}$$

2) По закону Клапейрона-Эмметта:

$$P_k \cdot (V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2) \cdot R \cdot T, \text{ где } P_k \text{ — конечное давление, } R \text{ — универсальная газовая постоянная}$$

$$P_1 V_1 = \nu_1 \cdot R \cdot T_1$$

$$\frac{P_k (V_1 + V_2)}{P_1 V_1} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) \cdot R \cdot T}{\nu_1 \cdot R \cdot T_1}$$

$$\frac{P_k \cdot 2V_1}{P_1 \cdot V_1} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) \cdot R \cdot T}{\nu_1 \cdot R \cdot T_1}$$

$$\frac{2P_k}{P_1} = \frac{(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \cdot 240}{\frac{1}{2} \cdot 200}$$

~~$$= \frac{1 \cdot \frac{5}{6} \cdot 240}{\frac{1}{2} \cdot 200} = \frac{200}{100} = 2$$~~

$$\frac{2P_k}{P_1} = \frac{1000 + 200}{6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 200} = \frac{1200}{600} = 2$$

$$\frac{P_k}{P_1} = \frac{1}{4}$$

Ответ: 1) $T = 240 \text{ K}$.

2) $\frac{P_k}{P_1} = \frac{1}{4}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5

Дано:

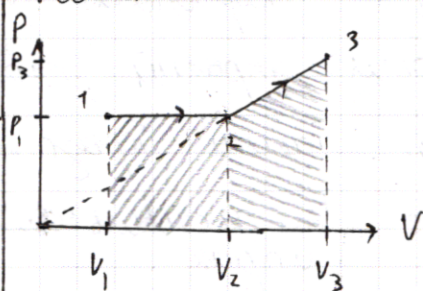
$$V_2 = 2V_1$$

$$V_3 = 2V_2$$

$$\frac{T_3}{T_1} = ?$$

$$\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = ?$$

Решение:



1) Т.к. в процессе 2-3 давле-
ние пропорционально объёму,
то $P_2 = \frac{P_3}{2}$

$$\frac{P_2}{V_2} = \frac{P_3}{V_3}$$

$$\frac{P_2}{V_2} = \frac{P_3}{2V_2}$$

$$P_3 = 2P_2 \quad (1)$$

2) По закону Эмпири-
валяева:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_3 V_3}{T_3}$$

$$\text{Учитывая (1): } \frac{T_3}{T_1} = \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = \frac{2P_1 \cdot 2V_2}{P_1 V_1} = \frac{2P_1 \cdot 2 \cdot 2V_1}{P_1 V_1} = 8$$

3) Т.к. в координатах $P(V)$ работа газа численно
равна площади, получаем:

$$A_{1-2} = P_1 \cdot (V_2 - V_1)$$

$$A_{2-3} = \frac{1}{2} \cdot (P_1 + P_3) \cdot (V_3 - V_2)$$

$$\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = \frac{P_1 \cdot (V_2 - V_1)}{\frac{1}{2} \cdot (P_1 + P_3) \cdot (V_3 - V_2)}$$

$$\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = \frac{P_1 \cdot V_1}{\frac{1}{2} \cdot 3P_1 \cdot 2V_1} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{3}$$

Ответ: 1) $\frac{T_3}{T_1} = 8$

2) $\frac{A_{1-2}}{A_{2-3}} = \frac{1}{3}$

Задача №3

Дано:

$$V_1 = 4V_0$$

$$\frac{V_0}{V_2} = ?$$

Решение:

1) Учитывая, что удар абсолютно упругий и масса бруска много больше массы шарика, ~~мы~~ можно сделать вывод, что относительно бруска шарик движется ~~к нему~~ со скоростью $V_0 + V_2$, при этом удар был упругим, то есть

$$V_0 + V_2 = V_1 \text{ п.о.} \quad \text{Таким образом}$$

$$V_0 + V_2 = V_1 - V_2 \text{ где}$$

удар был упругим, ~~т.е.~~ ^{и, учитывая, что} шарик отскочил со скоростью $V_1 - V_2$, но ~~также~~ ^{и до столкновения} скорость шарика была $V_0 + V_2$, получаем, что $V_0 + V_2 = V_1 - V_2$.

V_0 - начальная скорость шарика.

V_2 - скорость бруска

V_1 - скорость шарика после столкновения.

$$V_0 + V_2 = 4V_0 - V_2$$

$$2V_2 = 3V_0$$

$$\frac{V_2}{V_0} = \frac{3}{2}$$

Ответ: $\frac{V_2}{V_0} = \frac{3}{2}$.



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

15-001

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3)



$$(m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v + m_2 v')$$

$$(m_1 v_0 + m_2 v = m_1 v' + m_2 v')$$

~~***~~

$$v_{1u} + v_{2p} = v_k = 4v_{1u}$$

$$v_s = 3v_0$$

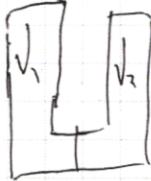
$$v_{sp} = 3v_{1u}$$

$$\frac{v_0}{v_0} = 3$$

4)

$$T_1 = 200K, \quad v_1 = v_2$$

$$T_2 = 300K$$

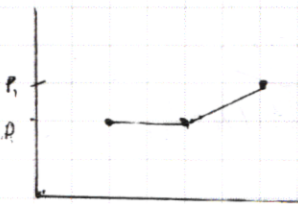


$$c v_1 \cdot T_1 + c v_2 \cdot T_2 = p(v_1 + v_2) \cdot T$$

$$T = \frac{v_1 T_1 + v_2 T_2}{v_1 + v_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 200 + \frac{1}{3} \cdot 300}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{100 + 100}{\frac{5}{6}} =$$

$$= \frac{6 \cdot 200}{5} = 240K$$



$$P_k = P_c (v_1 + v_2) = (v_1 + v_2) \cdot p \cdot T_k$$

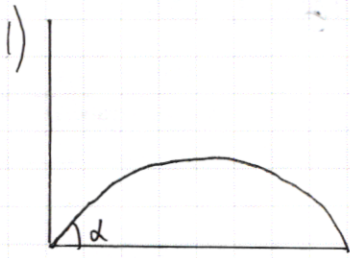
$$P_1 \cdot v_1 = v_1 \cdot p \cdot T_1$$

$$\frac{P_k}{P_1} = \frac{(v_1 + v_2) \cdot R \cdot T_k \cdot v_1}{(v_1 + v_2) \cdot v_1 \cdot R \cdot T_1} = \frac{(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) \cdot 5 \cdot 31 \cdot 240}{2v_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 200}$$

$$= \frac{5 \cdot 5 \cdot R \cdot 240 \cdot 5}{1 \cdot 4 \cdot 200}$$

$$= 9R \cdot 8,62$$

$$16,62$$



$$t = 2c$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$V_t = \frac{l}{t}$$

$$\left\{ t = \frac{l}{V_x} \right\}$$

$$V_y = V_{0y} - gt$$

$$t = \frac{V_{0y}}{g} = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow V_0 = \frac{tg}{\sin \alpha} = \frac{22 \cdot 10}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{40}{\sqrt{3}} = \frac{40\sqrt{3}}{3} \quad l = V_x \cdot t = V_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$= \frac{40\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 =$$

$$H = \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{V_{0y}^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{40^2 \cdot \frac{1}{4}}{2 \cdot 10} = 20$$

2) $m_1 V_0 = m_1 V_1 + m_2 V_2$

$$m_1 V_0^2 = m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2$$

$$\frac{m_1 (V_0 - V_1) = m_2 V_2}{m_1 (V_0^2 - V_1^2) = m_2 V_2^2}$$

$$\frac{V_0 - V_1}{V_0 + V_1} = \frac{1}{V_2}$$

$$\frac{V_0 - V_1}{(V_0 - V_1)(V_0 + V_1)} = \frac{1}{V_2}$$

~~$$\frac{0,5V_0}{1,5V_0} = \frac{1}{V_2}$$~~

~~$$\frac{V_0 - \frac{1}{2}V_0}{V_0 + \frac{1}{2}V_0} = \frac{1}{V_2}$$~~

$$V_0 = V_0 + V_1$$

$$V_2 = 1,5V_0$$

$$m_1 \cdot V_0 = m_1 \cdot \frac{1}{2}V_0 + m_2 \cdot 1,5V_0$$

$$V_2 = 1,5V_0$$

$$m_1 = \frac{1}{2}m_1 + 1,5m_2$$

$$\frac{V_2}{V_0} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2}m_1 = 1,5m_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{1}{2}}{1,5} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$