

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 06-022

(заполняется секретарём)

Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=2$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.
Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарика, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

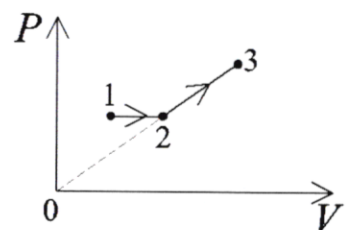
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/2$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=200 \text{ К}$ и $\nu_2=1/3$ моль другого одноатомного газа при температуре $T_2=300 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=2$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=2$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. m_1, m_2
 $u_1 = 2V_1$

$$\begin{cases} m_1 u_1 = m_2 V_2 - m_1 V_1 \\ \frac{m_1 u_1^2}{2} = \frac{m_2 V_2^2}{2} + \frac{m_1 V_1^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 2m_1 V_1 = m_2 V_2 - m_1 V_1 \\ \frac{4m_1 V_1^2}{2} = \frac{m_2 V_2^2}{2} + \frac{m_1 V_1^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3m_1 V_1 = m_2 V_2 \\ \frac{3m_1 V_1^2}{2} = \frac{m_2 V_2^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 3m_1 V_1 = m_2 V_2 \\ V_2 = V_1 \cdot \sqrt{\frac{3m_1}{m_2}} \end{cases}$$

$$3m_1 V_1 = m_2 \cdot V_1 \cdot \sqrt{\frac{3m_1}{m_2}} \quad 3m_1 = m_2 \sqrt{\frac{3m_1}{m_2}}$$

$$3m_1 \sqrt{m_2} = \sqrt{3m_1} m_2 \quad 3 \cdot \sqrt{m_1} \cdot \sqrt{m_2} \cdot \sqrt{m_2} = \sqrt{3m_1} \cdot \sqrt{m_2} \cdot \sqrt{m_2}$$

$$3\sqrt{m_1} = \sqrt{3m_2} \quad 9m_1 = 3m_2 \quad \frac{m_2}{m_1} = 3$$

$$3m_1 V_1 = m_2 V_2 \quad V_1 = V_2 \quad u_1 = 2V_2$$

$$\left(\frac{u_1}{V_2} = 2 \right) \frac{V_2}{u_1} = \frac{1}{2} \quad \frac{u_2}{u_1} = 0$$

Ответ:

$\frac{m_2}{m_1} = 3$	$\frac{V_2}{u_1} = \frac{1}{2}$	$\frac{u_2}{u_1} = 0$
-----------------------	---------------------------------	-----------------------

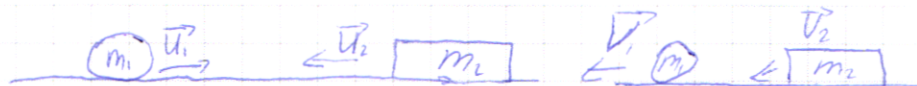


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $m_2 > m_1$



$$v_1 = 4u_1$$

$$(m_1 u_1 - m_2 u_2 =) (m_2 v_2 - m_1 v_1 = m_2)$$

$$\frac{u_1}{u_2} = ?$$

Рассмотрим 2 случая:

Ⓘ Шарик начал двигаться вместе с бруском. $v_2 = v_1 = v$

Ⓜ Шарик отделился от бруска. $v_2 \neq v_1$

$$\text{I. } \begin{cases} m_2 v_2 - m_1 v_1 = V(m_1 + m_2) \\ \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} - \frac{V^2(m_1 + m_2)}{2} \end{cases} \begin{cases} m_2 v_2 - m_1 v_1 = 4u_1(m_1 + m_2) \\ m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = (m_1 + m_2)V^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = 16m_1 u_1^2 + 16m_2 u_2^2 \\ m_2 u_2 - m_1 u_1 = 4m_1 u_1 + 4m_2 u_2 \end{cases} \begin{cases} 15m_1 u_1^2 = m_2 (u_2^2 - 16u_1^2) \\ 5m_1 u_1 = m_2 (u_2 - 4u_1) \end{cases}$$

Поделим уравнения друг на друга

$$3u_1 = \frac{u_2^2 - 16u_1^2}{u_2 - 4u_1}$$

$$3u_1 = \frac{(u_2 - 4u_1)(u_2 + 4u_1)}{u_2 - 4u_1}$$

$$3u_1 = u_2 + 4u_1$$

$$u_1 = -u_2$$

Скорости противоположны и равны

по модулю: $\frac{|u_1|}{|u_2|} = 1$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. (продолжение)

Случай II:

$$\begin{cases} m_2 u_2 - m_1 u_1 = m_2 v_2 + m_1 v_1 \\ \frac{m_2 u_2^2}{2} + \frac{m_1 u_1^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 v_1^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_2(u_2 - v_2) = 5m_1 u_1 \\ m_2(u_2^2 - v_2^2) = 15m_1 u_1^2 \end{cases}$$

делим уравнения:

$$3u_1 = u_2 + v_2$$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{u_2 + v_2}{3u_2} = \frac{1}{3} + \frac{v_2}{3u_2}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

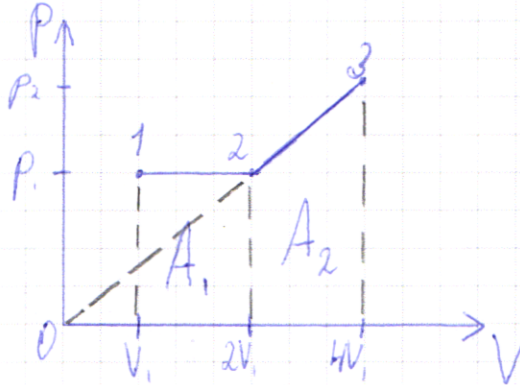
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. $V_2 = 2V_1$
 $V_3 = 2V_2$

$(P = dV)$

$P_2 = d \cdot V_3$

$\frac{T_3}{T_1} = \frac{A_1}{A_2}$



Объем увеличился в 2 раза
Прямая проп. зависимость P от V

$\Rightarrow P_2 = 2P_1$

$T_1 = \frac{P_1 V_1}{2R}$

$T_3 = \frac{P_2 \cdot 4V_1}{2R} = \frac{8P_1 V_1}{2R}$

$\frac{T_3}{T_1} = \frac{\frac{8P_1 V_1}{2R}}{\frac{P_1 V_1}{2R}} = 8$

$A_1 = P_1 (V_2 - V_1)$

$A_2 = \frac{P_1 + P_2}{2} \cdot (4V_1 - 2V_1)$

$A_1 = P_1 V_1$

$A_2 = \frac{3}{2} P_1 \cdot 2V_1 = 3P_1 V_1$

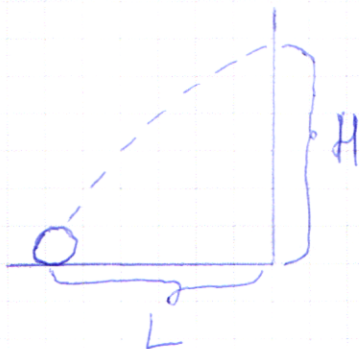
$\frac{A_1}{A_2} = \frac{P_1 V_1}{3P_1 V_1} = \frac{1}{3}$

Ответ:

$\frac{T_3}{T_1} = 8$

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{3}$

$$\begin{array}{l} 1. \alpha = 60^\circ \\ t_0 = 2c \\ \hline L, H = ? \end{array}$$



$$L = V_0 \cdot \frac{t_0}{2}$$

$$H = \frac{g \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{t_0}{2}\right)^2}{2} = \frac{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1}{2}$$

$$= \frac{10\sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ м}$$

$$H = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2Hg}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{5\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 4}{\sqrt{3}}}$$

$$= \sqrt{200} \text{ м/с} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$

$$L = V_0 \frac{t}{2} = \sqrt{200} \text{ м} = 10\sqrt{2} \text{ м/с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} m_2 u_2 - m_1 u_1 = 4u_1(m_1 + m_2) \\ m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = 16u_1^2(m_1 + m_2) \end{cases} \quad \begin{cases} m_2 u_2 - m_1 u_1 = 4m_1 u_1 + 4m_2 u_1 \\ m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = 16u_1^2 m_1 + 16u_1^2 m_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5m_1 u_1 = m_2(u_2 - 4u_1) \\ 15m_1 u_1^2 = m_2(u_2^2 - 16u_1^2) \end{cases}$$

$$3u_1 = \frac{u_2^2 - 16u_1^2}{u_2 - 4u_1}$$

$$u_2^2 - 16u_1^2 = 3u_1 u_2 - 12u_1^2$$

$$3u_1 = \frac{(u_2 - 4u_1)(u_2 + 4u_1)}{u_2 - 4u_1}$$

$$u_2^2 - 3u_1 u_2 =$$

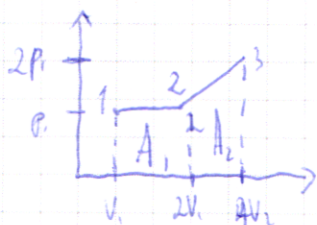
$$3u_1 = u_2 + 4u_1$$

$$u_1 = -u_2$$

$$\text{II)} \begin{cases} m_2 u_2 - m_1 u_1 = m_2 v_2 + m_1 v_1 \\ \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 5m_1 u_1 = m_2(u_2 - v_2) \\ 15m_1 u_1^2 = m_2(u_2 - v_2)(u_2 + v_2) \end{cases}$$

$$3u_1 = u_2 + v_2$$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{u_2 + v_2}{3u_2} = \frac{1}{3} + \frac{v_2}{3u_2}$$



$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$$

$$T_3 = \frac{2p_1 \cdot 4V_1}{\nu R}$$

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{\frac{8p_1 V_1}{\nu R}}{\frac{p_1 V_1}{\nu R}} = 8$$

$$\begin{cases} m_2 u_2 - m_1 u_1 = m_2 v_2 + m_1 v_1 \\ m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_2 u_2 - m_1 u_1 = m_2 v_2 + 4m_1 u_1 \\ m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = 16m_1 u_1^2 + m_2 v_2^2 \end{cases}$$

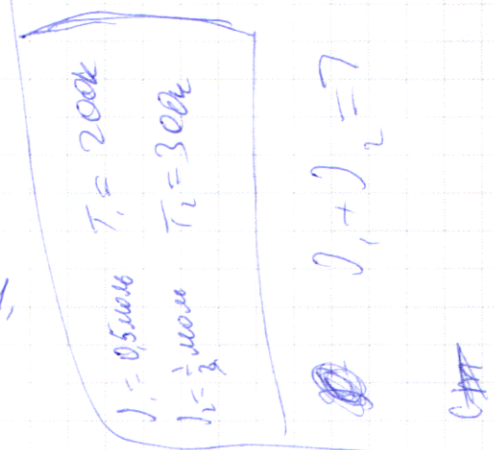
$$\begin{cases} 5m_1 u_1 = m_2 (u_2 - v_2) \\ 15m_1 u_1^2 = m_2 (u_2 - v_2)(u_2 + v_2) \end{cases}$$

$$3u_1 = u_2 + v_2 \quad v_2 = 3u_1 - u_2$$

$$m_2 u_2 - m_1 u_1 = 3m_2 u_1 - m_2 u_2 + 4m_1 u_1$$

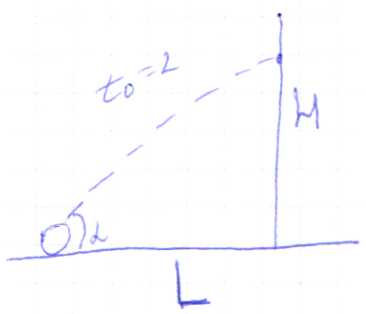
$$2m_2 u_2 = 4m_1 u_1 + 3m_2 u_1$$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{2m_2}{4m_1 + 3m_2} = \frac{m_2}{2m_1} + \frac{2}{3}$$



$\alpha = 60^\circ$
 $t_0 = 2t$

 L, H



$$\frac{gt^2}{2} = H$$

$$\frac{g \sin \alpha \cdot t^2}{2} = H$$

$$\frac{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1}{2} = H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$L = v t$$