

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 1-004

(заполняется секретарём)

Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=2$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.
Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарик, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

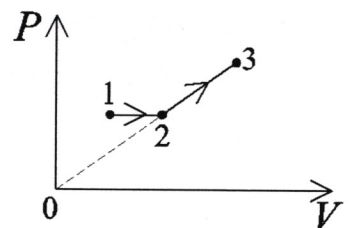
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/2$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=200 \text{ К}$ и $\nu_2=1/3$ моль другого одноатомного газа при температуре $T_2=300 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=2$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=2$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

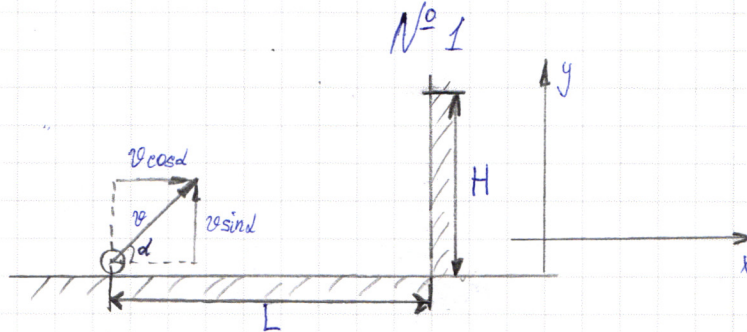
$$\alpha = 60^\circ$$

$$t_0 = 2\text{ с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти

L - ? ; H - ?



Найдем начальные скорости в проекции на ось Oy и Ox .

на Ox : $v_x = v \cos \alpha$

на Oy : $v_y = v \sin \alpha$

В верхней точке траектории $v_y = 0$; т.к. мяч после столкновения со стеной вернется в ту же точку. Из этого получим $v_y = gt_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow v \sin \alpha = gt_0 \quad \text{Тогда} \quad v_x = \frac{gt_0}{\sin \alpha} \cos \alpha = gt_0 \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

П.к. $v_x = \text{const}$, то $L = v_x t_0 = gt_0^2 \cdot \operatorname{ctg} \alpha$

$$L = 10 \text{ м/с}^2 \cdot 2^2 \text{ с}^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{40 \text{ м}}{\sqrt{3}} \approx \frac{40 \text{ м}}{1,75} \approx 2,3 \text{ м}$$

Найдем высоту:

$$H = v_y t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = gt_0^2 - \frac{gt_0^2}{2} = \frac{gt_0^2}{2}$$

$$H = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 4 \text{ с}^2}{2} = 20 \text{ м}$$

Ответ: $L \approx 2,3 \text{ м}$; $H = 20 \text{ м}$

№ 2

Дано:

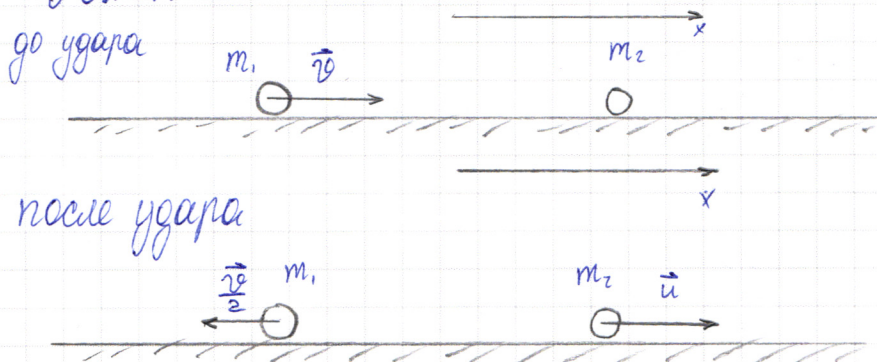
v - скорость первого шарика до удара

$\frac{v}{2}$ - скорость первого шарика после столкновения

Найти:

$$\frac{m_1}{m_2}; \frac{u}{v}$$

Решение



Для решения задачи воспользуемся ЗСЭ и ЗСИ:

$$\text{ЗСИ: } m_1 \vec{v} = m_2 \vec{u} + m_1 \frac{\vec{v}}{2}; \text{ на } OX: m_1 v = m_2 u + m_1 \frac{v}{2}$$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 (\frac{v}{2})^2}{2} + \frac{m_2 u^2}{2}$$

Объединим в систему и решим её:

$$\begin{cases} m_1 v = m_2 u - m_1 \frac{v}{2}, \\ \frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{8} + \frac{m_2 u^2}{2}; \end{cases} \begin{cases} \frac{3}{2} m_1 v = m_2 u, \\ \frac{3 m_1 v^2}{4} = m_2 u^2; \end{cases} \begin{cases} \frac{m_1}{m_2} = \frac{2u}{3v}, \\ \frac{m_1}{m_2} = \frac{4u^2}{3v^2}; \end{cases}$$

Получим, что:

$$\frac{2u}{3v} = \frac{4u^2}{3v^2} \Rightarrow \cancel{4u} \cdot 2 \frac{u}{v} = 4 \left(\frac{u}{v}\right)^2 \Rightarrow \frac{u}{v} = \frac{1}{2}$$

Тогда

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3} \frac{u}{v} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}; \frac{u}{v} = \frac{1}{2}$$

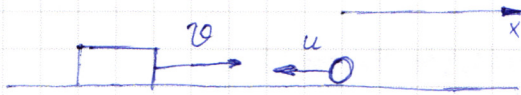
№3

Дано: | Решение:

$M \gg m$

$v = 4v$

$\frac{u}{v} = ?$



В системе отсчета, связанной с бруском шарик движется со скоростью $v_{шг} = -u - v = -(u+v)$

П.к. $M \gg m$, то шарик в СО, связанной с бруском отразился и отлетел и получил скорость $v_{шн} = u + v$. С другой стороны эта скорость равна $v_{шн} = 4v - v = 3v$ в СО, связанной с бруском. Тогда $u + v = 4v - v \Rightarrow 2v = 3u \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{u}{v} = \frac{2}{3}$

Ответ: $\frac{u}{v} = \frac{2}{3}$

№4

Дано: | Решение

$V_1 = \frac{1}{2} \text{ моль}$

$V_2 = \frac{1}{3} \text{ моль}$

$T_1 = 200 \text{ К}$

$T_2 = 300 \text{ К}$

$T = ?; \frac{p}{p_1}$

Решение

После открытия крана смесь будет иметь температуру:

$$T = \frac{V_1 T_1 + V_2 T_2}{V_1 + V_2}; \quad T = \frac{200 \text{ К} \cdot \frac{1}{2} \text{ моль} + 300 \text{ К} \cdot \frac{1}{3} \text{ моль}}{\frac{5}{6}}$$

$$= 240 \text{ К} \quad (\text{из } cV_2(T_2 - T) = cV_1(T - T_1))$$

Тогда,

$p_1 V = \nu_1 R T_1$ - для сосуда с температурой T_1 ,

$2pV = (\nu_1 + \nu_2) R T$ - для 2 сосудов после открытия крана

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

Дано:

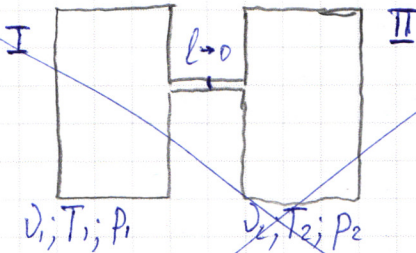
$$V_1 = \frac{1}{2} \text{ моль}$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$T_1 = 200 \text{ K}$$

$$T_2 = 300 \text{ K}$$

Решение



До открытия крана:

$$I: p_1 V = \nu_1 R T_1$$

$$II: p_2 V = \nu_2 R T_2$$

$T = ?$, $p = ?$

После открытия крана получим:

~~$p = p_1 + p_2$~~
т.к. $p = p_1 + p_2$

~~$2pV = (\nu_1 + \nu_2)RT$~~
то получим:

~~$\frac{\nu_1 R T_1}{V} + \frac{\nu_2 R T_2}{V} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T}{2V}$~~

~~$\nu_1 R T_1 + \nu_2 R T_2 = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T}{2}$~~

~~$2(\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2) = (\nu_1 + \nu_2) T$~~

$$\begin{cases} p_1 V = \nu_1 R T_1 \\ p_2 V = \nu_2 R T_2 \\ 2pV = (\nu_1 + \nu_2) R T \end{cases}$$

$Q^+ = Q^-$

$c_v = \frac{5}{2} R$

~~$c m_1 (T - T_1) = c m_2 (T_2 - T)$~~

~~$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2}$~~

$$\frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 200 \text{ K} + \frac{1}{3} \cdot 300 \text{ K}}{\frac{5}{6}} = \frac{200 \text{ K}}{\frac{5}{6}} = \frac{1200}{5} = 240 \text{ K}$$

~~$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2}$~~
 ~~$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{200}{300} = \frac{1}{3}$~~
 ~~$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{p}{p_1} = \frac{\frac{(V_1+V_2)RT}{2V}}{\frac{V_1 RT_1}{V}} = \frac{(V_1+V_2)TR}{2V_1 RT_1} = \frac{(V_1+V_2)T}{2V_1 T_1}$$

$$\frac{p}{p_1} = \frac{\frac{5}{6} \cdot 240 \text{ Па}}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 200 \text{ Па}} = \frac{5 \cdot 240}{6 \cdot 200} = 1$$

Ответ: $T = 240 \text{ K}$; $\frac{p}{p_1} = 1$

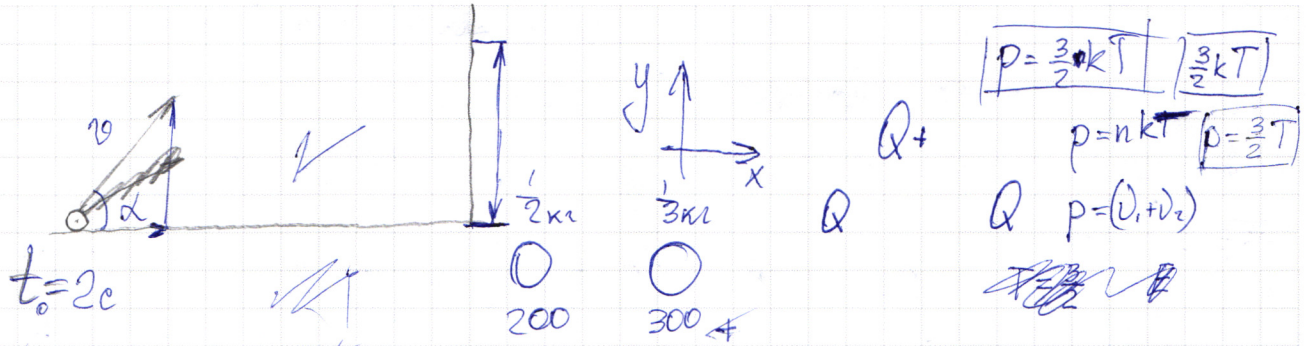
~~10/5~~



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$gt_0 = v \sin \alpha = v_y \quad v_x = v \cos \alpha = g t_0 \operatorname{ctg} \alpha$$

$$H = v_y t_0 - \frac{g t_0^2}{2} = \frac{g t_0^2}{2} - \frac{g t_0^2}{2}$$

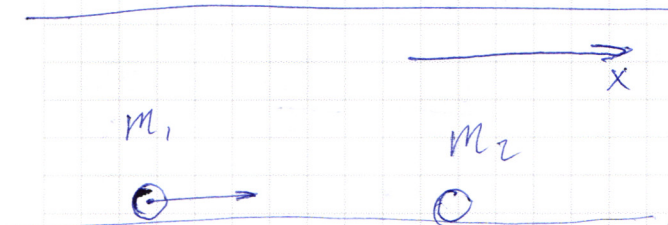
$$Q^+ = Q^-$$

$$L = g t_0 \operatorname{ctg} \alpha \cdot t_0 = g t_0^2 \operatorname{ctg} \alpha$$

$$10 \cdot 4 \cdot \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} = 6 \cdot 40 = 240$$

$$= 40 \cdot \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2 \cdot 40}{\sqrt{3}} = \frac{80}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{40}{\sqrt{3}}$$



$$m_1 \vec{v} = m_2 \vec{u} + m_1 \frac{v}{2}$$

$$m_1 v = m_2 u + m_1 \frac{v}{2}$$

$$\frac{3}{2} m_1 v = m_2 u$$

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 (\frac{v}{2})^2}{2} + \frac{m_2 u^2}{2}$$

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{8} + \frac{m_2 u^2}{2}$$

$$\frac{3 m_1 v^2}{8} = \frac{m_2 u^2}{2}$$

$$\frac{3 m_1 v^2}{4} = m_2 u^2$$

$$2a = 4a^2 \quad 2 \frac{u}{v} = 4 \frac{u^2}{v^2}$$

Handwritten calculations and results:

$\frac{40}{1,75}$

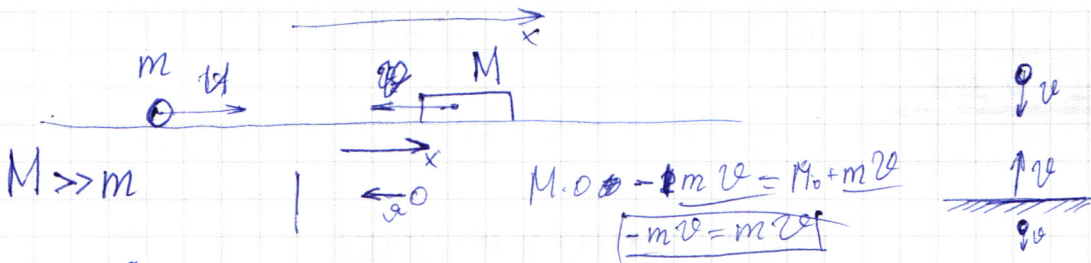
$40 \parallel 1,75$

Vertical multiplication:

$$\begin{array}{r} \times 1,75 \\ 3,50 \\ \hline \times 1,75 \\ 2,2 \\ \hline 350 \\ \hline 350 \\ \hline 3850 \\ \hline \times 1,75 \\ 525 \\ \hline 350 \\ \hline 4025 \end{array}$$

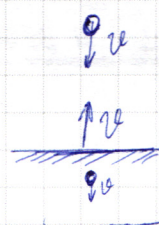
Another vertical multiplication:

$$\begin{array}{r} \times 1,8 \\ 144 \\ \hline 18 \\ \hline 3,24 \\ \hline \times 1,75 \\ 1,75 \\ \hline 875 \\ \hline 1225 \\ \hline 175 \\ \hline 3,0625 \end{array}$$



$$M \cdot 0 - m v = M v_0 + m v$$

$$-m v = m v_0 + M v_0$$



~~$$m v = M v_0 + m v_0$$~~

$$p_1 + p_2$$

$$\frac{200 + 300}{2} = 250 \quad v = \frac{m}{\mu}$$

$$c m_1 (T_2 - T) = c m_2 (T - T_1) \quad m = \rho V$$

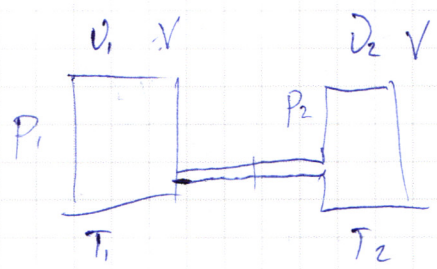
$$\frac{2pV}{T} = \frac{p_1 V}{T_1} + \frac{p_2 V}{T_2} \quad \left[\frac{2p}{T} = \frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right]$$

$$2pV = (v_1 + v_2) RT$$

~~$$2pV = \frac{p_1 V}{T_1} + \frac{p_2 V}{T_2}$$~~

$$\left[\frac{p_1 V}{T_1} + \frac{p_2 V}{T_2} \right]$$

~~$$2p = \frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}$$~~
~~$$p = p_1 + p_2$$~~



$$p_1 V = v_1 R T_1$$

$$p_2 V = v_2 R T_2$$

$$p_1 = \frac{v_1 R T_1}{V}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_1 T_1}{v_2 T_2}$$

$$p_1 = \frac{v_1 T_1}{v_2 T_2} p_2 = k p_2$$

$$p_1 + p_2 = p$$

$$2pV = (v_1 + v_2) RT$$

$$\frac{v_1 R T_1 + v_2 R T_2}{V} = \frac{(v_1 + v_2) RT}{2V}$$

$$\frac{v_1 R T_1 + v_2 R T_2}{V} = \frac{(v_1 + v_2) RT}{2V}$$

$$v_1 R T_1 + v_2 R T_2 = (v_1 + v_2) RT / 2$$

$$v_1 R T_1 + v_2 R T_2 = \frac{(v_1 + v_2) RT}{2}$$

$$v_1 T_1 + v_2 T_2 = (v_1 + v_2) T / 2$$

$$\frac{2(v_1 T_1 + v_2 T_2)}{v_1 + v_2} =$$

$$T = \frac{v_1 T_1 + v_2 T_2}{v_1 + v_2}$$

$$T = \left(\frac{1}{2} 200 + \frac{1}{3} 300 \right) K = \frac{200}{\frac{3+2}{6}} = \frac{6 \cdot 200}{5} =$$

$$\frac{6 \cdot 400}{5} = 6 \cdot 80 = 480$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{6}{5} = 6 \cdot 40 = 240$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{2pV}{T} = \frac{p_1 V}{T_1} + \frac{p_2 V}{T_2}$$

$$\frac{2p}{T} = \frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{2p}{T} = \frac{p-p_2}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}$$

~~$$\frac{2p}{T} = \frac{T_2(p-p_2) + p_2 T_1}{T_1 T_2} = \frac{2p T_2 - T_2 p_2 + p_2 T_1}{T_1 T_2} = \frac{2p}{T_1} - \frac{p_2}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}$$~~

$$\begin{matrix} 1 & V_1 & T_1 & V \\ & V_2 & T_2 & V \end{matrix}$$

$$\begin{cases} p_1 V = \nu_1 R T_1 \\ p_2 V = \nu_2 R T_2 \\ 2pV = (\nu_1 + \nu_2) R T \end{cases}$$

$$\frac{\nu_1 T_1}{p_1} + \frac{\nu_2 T_2}{p_2} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) T}{2p}$$

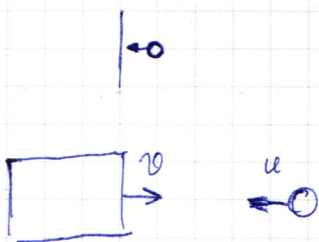
$$\frac{\nu_1 T_1}{p_1} + \frac{\nu_2 T_2}{p_2} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) T}{2p_1 + 2p_2}$$

$$\frac{\nu_1 T_1 p_2 + \nu_2 T_2 p_1}{p_1 p_2} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) T p}{p_1 p_2}$$

~~$$T = \frac{(2p_1 + 2p_2)(\nu_1 T_1 p_2 + \nu_2 T_2 p_1)}{p_1 p_2 (\nu_1 + \nu_2)}$$~~

~~$$\nu_1 R T_1 + \nu_2 R T_2 = (\nu_1 + \nu_2) R T$$~~

$\nu_1 \quad \nu_2$



Переходим в СО с бруском:
импульс шара меняется вдвое

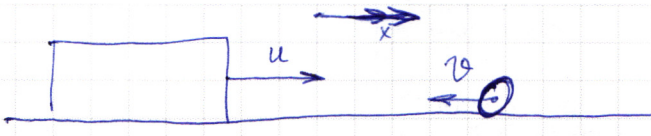
$$\frac{2m(v+u)}{2m(v+u)} = \Delta p$$

$$\frac{2mv}{\Delta p} = \Delta p$$

~~$$2m(v+u) + 2m(v-u) = 2mv$$~~

$$2m(v+u) = 2mv$$

$$\frac{v+u}{v} = 1$$



~~$m u + m u = m u + m u$~~

$$\frac{u+2v}{u+2v} = 4v$$

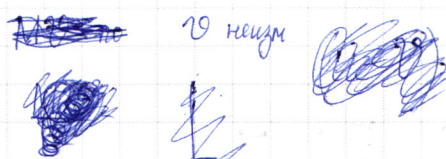
~~$u+2v \Rightarrow m(u+2v) = m 4v$~~

~~$p_1 V_1 (T_2 - T_1) = p_2 V_2 (T_2 - T_1)$~~

$pV = \nu RT$



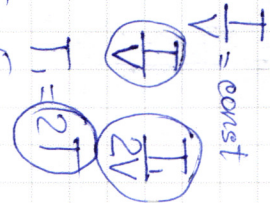
$M \gg m$



$CO \quad C \quad m$

~~$m 2v$~~

$E_1 + E_2 =$



$pV = \nu RT$

$p = \frac{RTD}{V}$

2T

$E = \frac{3}{2} \nu RT$

$E = \frac{3}{2} \nu kT$

$$\begin{cases} p_1 V = \nu_1 R T_1 \\ p_2 V = \nu_2 R T_2 \\ 2pV = (\nu_1 + \nu_2) RT \\ \nu_2 (T_2 - T) = \nu_1 (T - T_1) \end{cases}$$

$$\nu_2 T_2 - \nu_2 T = \nu_1 T - \nu_1 T_1$$

$$(\nu_1 + \nu_2) T = \nu_2 T_2 + \nu_1 T_1$$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 300 + \frac{1}{2} \cdot 200}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = 240$$

$\Delta C = 3\nu$

$3\nu = \nu + 2\nu$

$2\nu = \nu$

$\frac{\nu}{\nu} = 2$

После перепада

$p_1 + p_2 = p$

$p_1 = \frac{\nu_1 RT}{V}$

$p_2 = \frac{\nu_2 RT}{V}$

$p = \frac{(\nu_1 + \nu_2) RT}{2V}$

$\frac{(\nu_1 + \nu_2) RT}{2V}$

$\nu h = \nu_1 h + \nu_2 h$

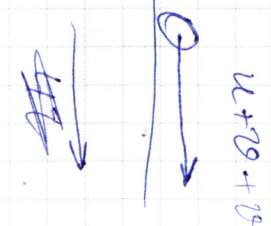
$pV = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} RT$

$pV = \frac{5}{12} RT_e$

$p_1 V = \frac{1}{2} RT_1$

$p_2 V = \frac{1}{3} RT_2$

$\frac{5}{12} RT = \frac{1}{2} RT_1 + \frac{1}{3} RT_2$



$\frac{5}{12} T = \frac{1}{2} T_1 + \frac{1}{3} T_2 = 200$

$T = \frac{6}{5} T_1 + \frac{4}{5} T_2$

$T = \frac{6}{5} \cdot 200 + \frac{4}{5} \cdot 300 = 40 \cdot 12 = 480$

В CO с бруском

$\nu_m = m$

$\nu_m = m$