

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 9-12

(заполняется секретарём)

Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=2$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарика, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

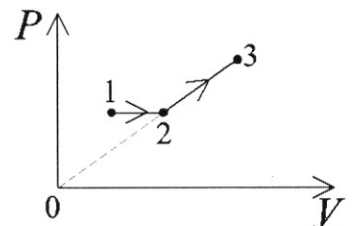
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/2$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=200 \text{ К}$ и $\nu_2=1/3$ моль другого одноатомного газа при температуре $T_2=300 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=2$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=2$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

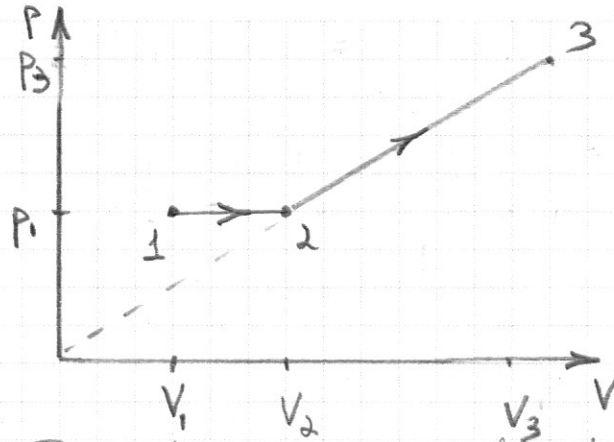
- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. $n = 2$
 $V_2 = n V_1$
 $V_3 = n V_2$

 $\frac{T_3}{T_1} = ?$
 $\frac{A_{12}}{A_{23}} = ?$



По уравнению Менделеева-Клапейрона:

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$P_3 V_3 = \nu R T_3$$

1) т.к. процесс $1 \rightarrow 2$ изобарический, то $P_1 = P_2$, т.к. в

процессе $2 \rightarrow 3$ $P \sim V$, то пусть $P_2 = k V_2$, тогда

$P_3 = k V_3$, разделив первое выражение на второе, получим:

$$\frac{P_2}{P_3} = \frac{k V_2}{k V_3} = \frac{V_2}{V_3}, \text{ с учетом условия } V_3 = n V_2, \text{ получим, что } \frac{P_2}{P_3} = \frac{1}{n} \text{ т.е. } P_3 = n P_2$$

$$\text{и } k = \frac{P_1}{n V_1} (*)$$

Тогда $P_2 = P_1$, $P_3 = n P_1$, $V_2 = n V_1$, $V_3 = n^2 V_1$, подставив в уравнение Менделеева-Клапейрона для состояний 1, 2, 3 получим:

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_1 n V_1 = \nu R T_2$$

$$n P_1 \cdot n^2 V_1 = \nu R T_3$$

разделив третье уравнение на первое,

получим: $\frac{n^3 P_1 V_1}{P_1 V_1} = \frac{\nu R T_3}{\nu R T_1} \rightarrow \frac{T_3}{T_1} = n^3$

$$\boxed{\frac{T_3}{T_1} = n^3}$$

2) $A_{12} = \int_{V_1}^{n V_1} P dV = P_1 (n V_1 - V_1) = P_1 V_1 (n - 1)$

$A_{23} = \int_{n V_1}^{n^2 V_1} P dV$, т.к. $P = k V$, где $k = \frac{P_1}{n V_1}$ из (*), то

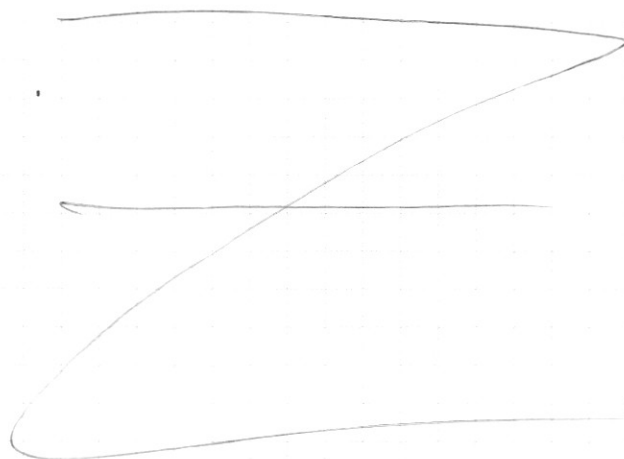
$$\begin{aligned}
 A_{23} &= \int_{nV_1}^{n^2V_1} \frac{p_1}{nV_1} V dV = \frac{p_1}{nV_1} \int_{nV_1}^{n^2V_1} V dV = \frac{p_1}{nV_1} \cdot \frac{1}{2} V^2 \Big|_{nV_1}^{n^2V_1} = \\
 &= \frac{p_1}{nV_1} \cdot \frac{1}{2} \left((n^2V_1)^2 - (nV_1)^2 \right) = \frac{p_1}{2nV_1} (n^4V_1^2 - n^2V_1^2) = \\
 &= \frac{p_1}{2nV_1} n^2V_1^2 (n^2 - 1) = \frac{p_1 V_1 n}{2} (n-1)(n+1).
 \end{aligned}$$

Тогда $\frac{A_{23}}{A_{12}} = \frac{p_1 V_1 n (n-1)(n+1)}{2 \cdot p_1 V_1 (n-1)} = \frac{n(n+1)}{2}$, т.е. $\boxed{\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{2}{n(n+1)}}$.

Подставив $n=2$ из условия, получим $\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{2}{2(2+1)} = \frac{1}{3}$.

и $\frac{T_3}{T_1} = 2^3 = 8$.

Ответ: конечная температура увеличивается в 8 раз, по сравнению с начальной;
 работа, которую совершает газ в изобарическом процессе относится к работе, которую он совершает в процессе, в котором $p \sim V$ как 1 к 3.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$H = \frac{gt_0^2}{8}$$

$$4v_0^2 \sin^2 \alpha = g t_0^2$$

Handwritten notes and calculations in the top right corner, including the number 136 and various scribbles.

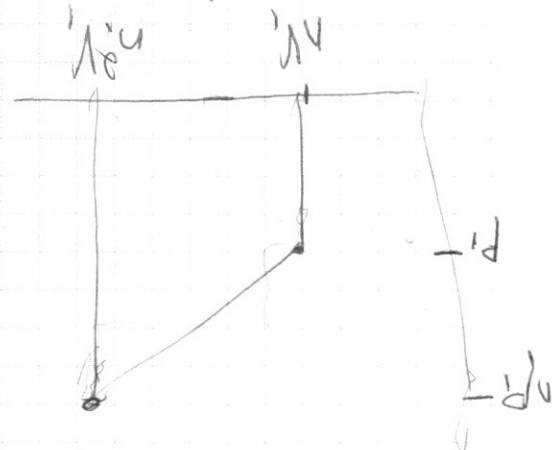
$$= (n^2 v_1 - n v_1) \left(p_1 + \frac{\rho}{2} \right) + p_1 (n^2 v_1 - n v_1)$$

$$= n^2 (n-1) \frac{\rho}{2} p_1 v_1$$

$$= (n^2 - n) \frac{\rho}{2} p_1 (n+1) v_1$$

$$= (n^2 v_1 - n v_1) \frac{\rho}{2} p_1 (n+1) v_1$$

$$= (n^2 v_1 - n v_1) \left(p_1 + \frac{\rho}{2} (n p_1 - p_1) \right)$$

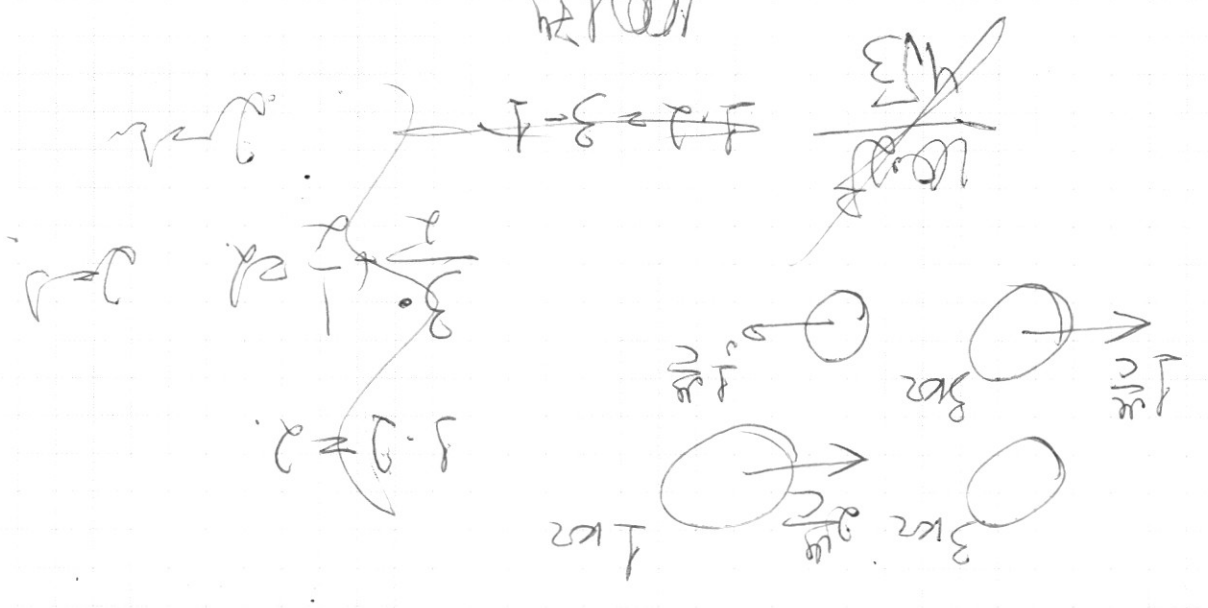


$$\frac{\rho}{2} p_1 (n+1) v_1$$

$$p_1 v_1 = \frac{\rho}{2} p_1 v_1$$

$$p_0 v_1 = \frac{\rho}{2} p_1 v_1 + \frac{\rho}{2} p_1 v_1$$

$L = \frac{p}{h} \cdot \lambda = 7$
 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$
 $v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 7} = 1.05 \cdot 10^6 \text{ m/s}$
 $v = 1.05 \cdot 10^6 \text{ m/s}$
 $v = 1.05 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

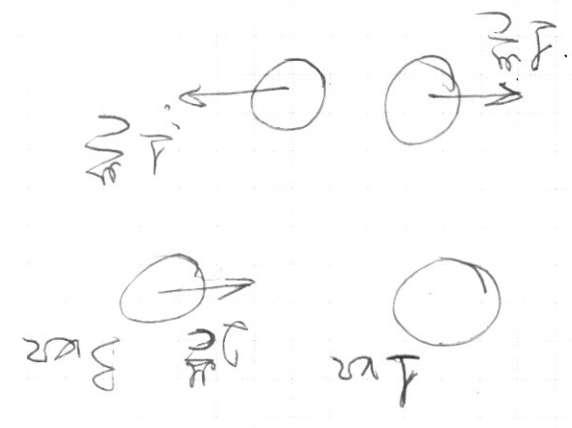


3.

$$3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1$$

$$3 + 1 = 3 + 1$$

$$4 = 4$$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

9-22

ШИФР

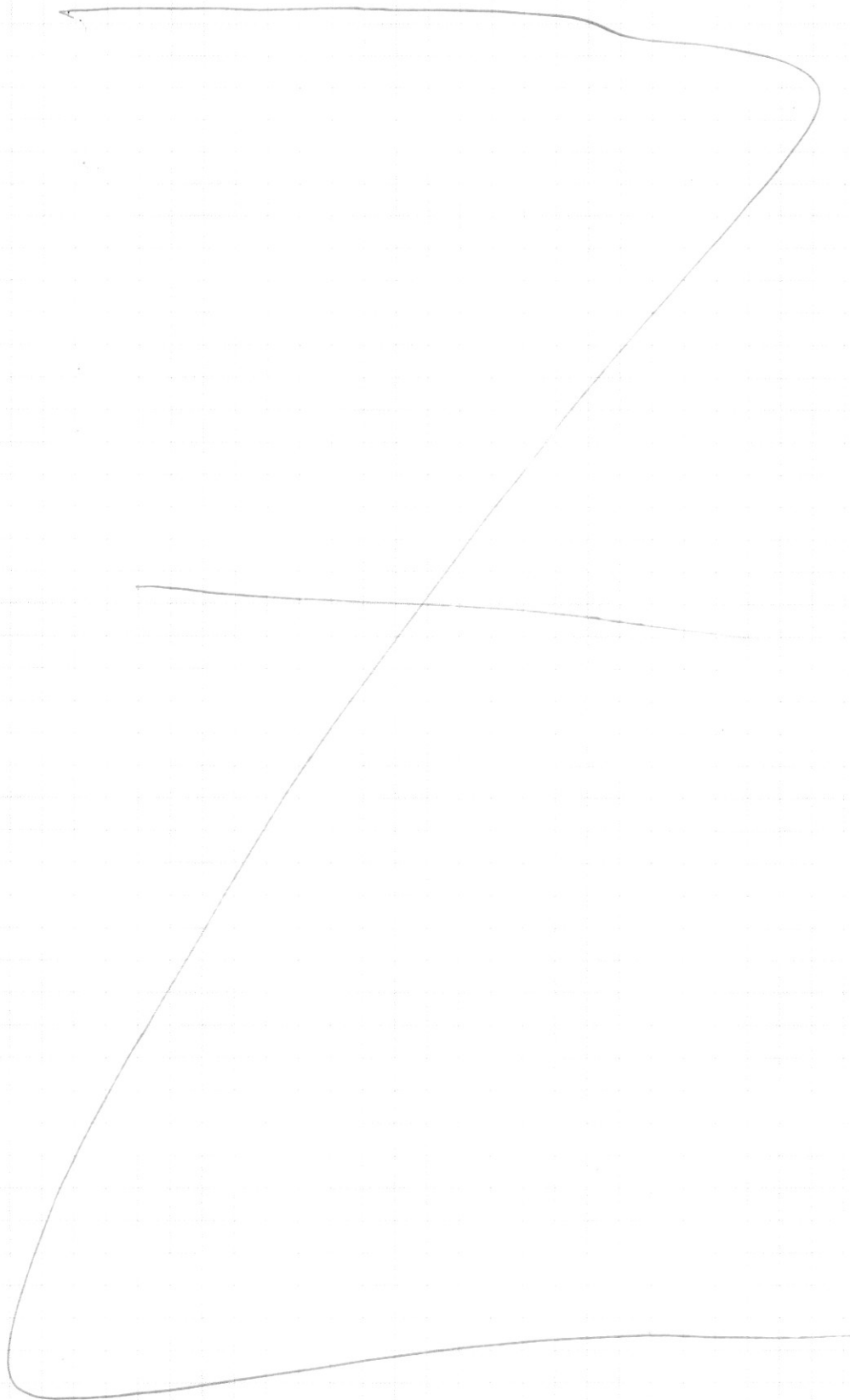
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



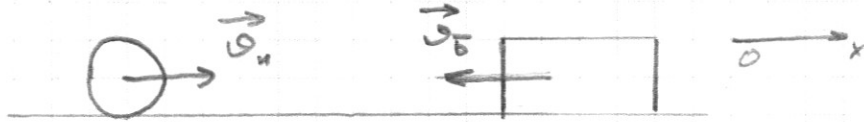
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3 \cdot 4 v_H = v_K$$

$$\frac{v_K}{v_B} = ?$$



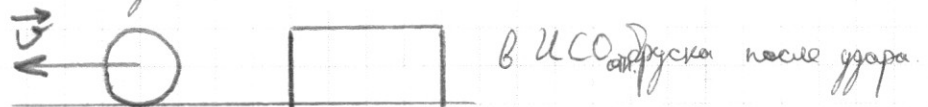
Рассмотрим данную задачу в ИСО отн. бруска:

Скорость шара относительно бруска равна

$$\vec{v} = \vec{v}_H - \vec{v}_B, \text{ в проекциях на } OX: v = v_H + v_B$$



После удара, т.к. масса бруска значительно больше массы шарика и скорость шарика перпендикулярна грани бруска в системе отсчёта бруска шар меняет направление вектора скорости, и модуль остаётся неизменным.



Переходя обратно в начальную (лабораторную) систему

отсчёта получим, что $\vec{v}_K = \vec{v} + \vec{v}_B$, в проекциях

получим $v_K = v + v_B$, а т.к. $v = v_H + v_B$, то $v_K = v_H + 2v_B$.

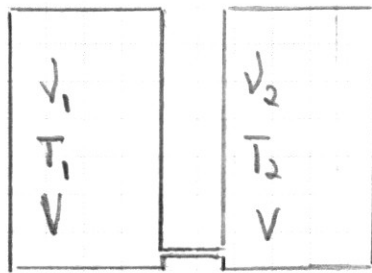
Из условия $4v_H = v_K$, т.е. $4v_H = v_H + 2v_B \rightarrow 3v_H = 2v_B$

$$v_H : v_B = 2 : 3,$$

Ответ: скорость шарика до столкновения относится к скорости бруска как 2 к 3.

4. $V_1 = V_2 = V$
 $\nu_1 = \frac{1}{2} \text{ моль}$
 $T_1 = 200 \text{ K}$
 $\nu_2 = \frac{1}{3} \text{ моль}$
 $T_2 = 300 \text{ K}$

$T = ?$
 $\frac{P}{P_1} = ?$



Т.к. сосуды теплоизолированы,
 то по 3СЭ:

$$\frac{i}{2} \nu_1 RT_1 + \frac{i}{2} \nu_2 RT_2 = \frac{i}{2} (\nu_1 + \nu_2) RT$$

$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}}$$

По закону Менделеева-Клапейрона:

$P_1 V = \nu_1 RT_1$ для первого сосуда

$P \cdot 2V = (\nu_1 + \nu_2) RT$ для конечной смеси газов.

Разделив первое равенство на второе, получим:

$$\frac{P_1 V}{P \cdot 2V} = \frac{\nu_1 RT_1}{(\nu_1 + \nu_2) RT} \rightarrow \frac{P}{P_1} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) T}{2 \nu_1 T_1};$$

подставляя в данное рав-во выражение для T, получим:

$$\frac{P}{P_1} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) \cdot (\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2)}{2 \nu_1 T_1 (\nu_1 + \nu_2)} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{2 \nu_1 T_1}$$

$$\boxed{\frac{P}{P_1} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{2 \nu_1 T_1}}$$

Подставляя данные задачи в выведенные формулы, получим:

$$T = \frac{\frac{1}{2} \text{ моль} \cdot 200 \text{ K} + \frac{1}{3} \text{ моль} \cdot 300 \text{ K}}{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \text{ моль}} = \frac{200 \cdot \frac{5}{6} \text{ моль} \cdot \text{K}}{\frac{5}{6} \text{ моль}} = 40 \cdot 6 \text{ K} = 240 \text{ K}$$

$$\frac{P}{P_1} = \frac{\frac{1}{2} \text{ моль} \cdot 200 \text{ K} + \frac{1}{3} \text{ моль} \cdot 300 \text{ K}}{2 \cdot \frac{1}{2} \text{ моль} \cdot 200 \text{ K}} = \frac{200 \text{ моль} \cdot \text{K}}{200 \text{ моль} \cdot \text{K}} = 1$$

Ответ: после установления теплового равновесия температура в сосудах равна 240K;

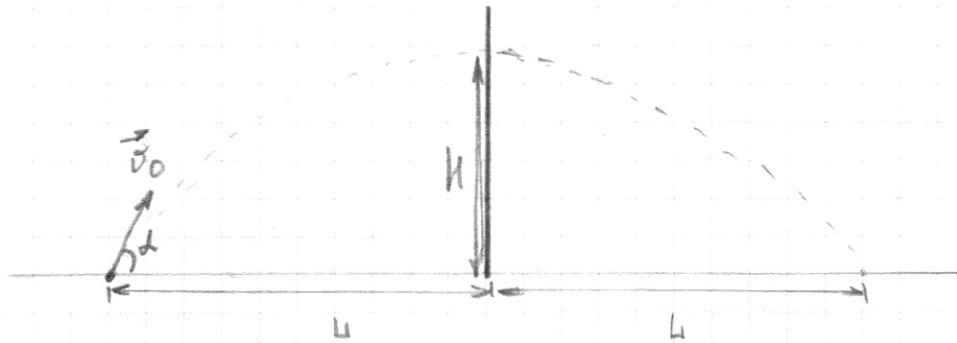
отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1 равно 1.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} & \angle = 60^\circ \\ & t_0 = 2 \text{ секунды} \\ & L = ?, H = ? \end{aligned}$$

Т-к летит урал на то же место, но он ударился
о стену в высшей точке траектории.

Максимум можно считать второй частью траектории
из-за относительно стены, т.е. удар был абсолютно
упругий.



Длина полёта $2L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ или $2L = v_0 \cos \alpha \cdot t_0$ т.е.

$$\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = v_0 \cos \alpha \cdot t_0$$

$$2v_0 \sin \alpha = g t_0$$

$$v_0 = \frac{g t_0}{2 \sin \alpha} \quad (**)$$

Тогда, подставив в формулу (*) v_0 из (**), получим: $2L = \frac{g t_0}{2 \sin \alpha} \cdot \cos \alpha \cdot t_0$

$$\boxed{L = \frac{g t_0^2}{4} \operatorname{ctg} \alpha}$$

Из кинематики известна формула для $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$,
подставив v_0 из (**), получим: $\boxed{H = \frac{g t_0^2}{8}}$

$$L = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2^2}{4 \sqrt{3}} \approx 5,9 \text{ м} \quad H = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2^2}{8} = 5 \text{ м.}$$

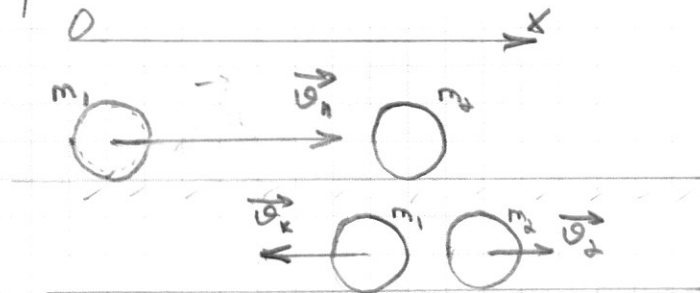
Ответ: летит урал на расстоянии 5,9 м.
от стены и ударился о нее на высоте 5 м.

2. Так поверхность гладкая, то отсутствует сила трения и можно применить ЗСЦ.

$$\vec{v}_H = -2\vec{v}_K$$

$$\frac{m_2}{m_1} = ?$$

$$\frac{v_2}{v_H} = ?$$



Данные рисунки иллюстрируют движение шариков до и после удара.

По ЗСЦ: $m_1 \vec{v}_H = m_1 \vec{v}_K + m_2 \vec{v}_2$

в проекциях на OX: $m_1 v_H = m_2 v_2 - m_1 v_K$

По ЗСЭ: $\frac{1}{2} m_1 v_H^2 = \frac{1}{2} m_1 v_K^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$ (т.к. удар упругий).

$$m_1 v_H^2 = m_1 v_K^2 + m_2 v_2^2$$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} m_1 v_H = m_2 v_2 - m_1 v_K \\ m_1 v_H^2 = m_1 v_K^2 + m_2 v_2^2 \end{cases} \quad \text{т.к. } v_H = 2v_K, \text{ получим:}$$

$$\begin{cases} 2m_1 v_K = m_2 v_2 - m_1 v_K \\ 4m_1 v_K^2 = m_1 v_K^2 + m_2 v_2^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3m_1 v_K = m_2 v_2 \\ 3m_1 v_K^2 = m_2 v_2^2 \end{cases}$$

Разделив второе уравнение системы на первое, получим:

$$\begin{cases} \frac{3m_1 v_K^2}{3m_1 v_K} = \frac{m_2 v_2^2}{m_2 v_2} \\ 3m_1 v_K = m_2 v_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_2 = v_K \\ \frac{1}{2} v_H = v_2 \\ 3m_1 = m_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{v_2}{v_H} = \frac{1}{2} \\ \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{1} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{1}$; $\frac{v_2}{v_H} = \frac{1}{2}$.

