

# Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 8-005

(заполняется секретарём)

## Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом  $\alpha=60^\circ$  к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время  $t_0=2$  секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии  $L$  от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту  $H$  от поверхности земли до места удара мяча о стену. Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

2. Шарик массой  $m_1$ , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой  $m_2$ , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой  $m_1$  начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс  $\frac{m_2}{m_1}$ .
- 2) Найти отношение скорости шарика массой  $m_2$  к скорости шарика массой  $m_1$  до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

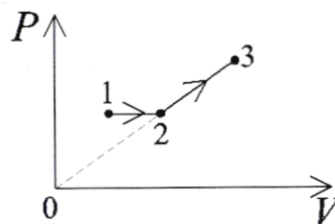
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся  $\nu_1=1/2$  моль одноатомного идеального газа при температуре  $T_1=200 \text{ К}$  и  $\nu_2=1/3$  моль другого одноатомного газа при температуре  $T_2=300 \text{ К}$ . Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой  $T_1$ .

5. Объем идеального газа увеличивается в  $n=2$  раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в  $n=2$  раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .



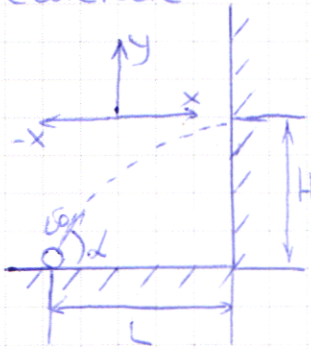


## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Дано:  
 $\alpha = 60^\circ$   
 $g = 10 \frac{м}{с^2}$   
 $t_0 = 2 с$   
 $L = ?$   
 $H = ?$

Решение:



В точке, когда мяч достигнет высоты H будет равно нулю, т.к. мяч упал в то же место, а значит, это угол падения равен углу отражения

$$v_x = v_0 \sin \alpha - gt \quad t = t_0, \text{ т.к. } H - \text{наивысшая точка}$$

$$v_0 \sin \alpha = gt \quad v_x = 0$$

$$v_0 = \frac{gt}{\sin \alpha}$$

возьмем  $v_0$ :

$$v_0 = \frac{10 \frac{м}{с^2} \cdot 2}{\frac{1}{2}} = \frac{10 \frac{м}{с^2} \cdot 2}{\frac{1}{2}} = \frac{20 \frac{м}{с}}{\frac{1}{2}} = 40 \frac{м}{с}$$

Раз H - это наивысшая точка, тогда L - это середина (половина длины), которую мяч пролетит над стеной, возмем L и H, через проекции на ось x и y:

$$L = v_0 \sin \alpha t = \frac{gt^2}{2}$$

$$H = v_0 \cos \alpha t - \frac{gt^2}{2}, \text{ где } t = t_0, \text{ а } v_0 = \frac{20 \frac{м}{с}}{\frac{1}{2}}, \text{ т.к. мяч не падает}$$

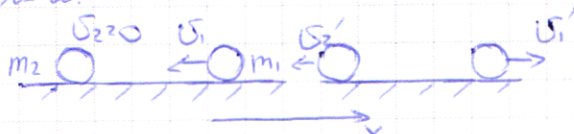
$$L = \frac{20 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \cdot 2 = \frac{10 \cdot 1}{\frac{1}{2}} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ м}$$

$$H = \frac{20 \cdot 1}{\frac{1}{2}} \cdot 2 - \frac{10 \cdot 1}{2} = \frac{10}{\frac{1}{2}} - 5 = 20 - 5 = 15 \text{ м}$$

Ответ:  $L = 20 \text{ м}$ ,  
 $H = 15 \text{ м}$

Задача №2

Дано:  
 $m_1$   
 $m_2$   
 $v_1 = 2v_2$   
 $m_2 = ?$   
 $m_1$   
 $v_2' = ?$   
 $v_1$



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$-m_1 v_1 = -m_2 v_2' + m_1 v_1'$$

$$3m_1 v_1 = m_2 v_2'$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 3, \text{ т.к. } \frac{v_2'}{v_1} = \frac{1}{3}, \text{ тогда}$$

$$\frac{v_2'}{v_1} = \frac{1}{3}$$

Направим ось ox вправо и запишем закон сохранения импульса:  
тогда проекции на ось ox равны:  
 $m_2 v_2 = 0$ , т.к.  $v_2 = 0$ , преобразуем и упростим  
Видим как удар был центральным и упругим, а шары соприкоснулись, то  $v_2' = v_1$ , тогда:

Ответ:  $\frac{m_2}{m_1} = 3$ ,  
 $\frac{v_2'}{v_1} = \frac{1}{3}$

### Задача №3

Дано:  
 $M \gg m$   
 $v_1 = 4v_2$   
 $v_1 = ?$   
 $v_2 = ?$

Решение:



$$m_1 v_1 + M v_2 = 4m_1 v_1 + M v_2'$$

$$- 3m_1 v_1 + M v_2 = 4m_1 v_1 + M v_2'$$

$$5m_1 v_1 = M(v_2 - v_2')$$

Направим ось  $Ox$  вправо и запишем закон сохранения импульса, после чего перенесем его для функции по оси  $Ox$ .

Итак же запишем закон сохранения энергии:

$E_{кин1} + E_{кин2} = E_{кин1'} + E_{кин2'}$ , где  $E_{кин}$  кинетическая с индексом  $m_1$  и  $m_2$  - это массы до и после взаимодействия, а  $v_1$  и  $v_2$  - скорости до и после взаимодействия.

$$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2} = \frac{4m v_1'^2}{2} + \frac{M v_2'^2}{2}$$

$$3m v_1^2 = M(v_2^2 - v_2'^2)$$

Учитывая, что масса бруска и шарика остаются во много раз (по условию) больше от начальной скорости.

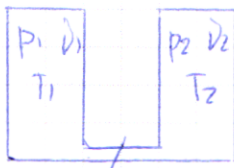
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$$

Ответ:  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$

### Задача №4

Дано:  
 $V_1 = \frac{1}{2}$  моль  
 $T_1 = 200$  К  
 $V_2 = \frac{1}{3}$  моль  
 $T_2 = 300$  К  
 $T = ?$   
 $P = ?$   
 $P_1 = ?$

Решение:



Общее давление будет равно сумме давлений у двух цилиндров после смешения.

$$P = P_1 + P_2 \text{ (у закона Давтона)}$$

$$V_1 = V_2 = V \text{ - по условию}$$

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для 1 и 2 цилиндров и найдем отношение  $P_1$  к  $P_2$

$$\begin{cases} P_1 V = \nu_1 R T_1 \\ P_2 V = \nu_2 R T_2 \end{cases}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2}$$

решим и получим:  $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 200}{2 \cdot 1 \cdot 300} = 1$ , значит  $P_1 = P_2$

Но по условию продолжим для процесса после смешения газ:

$$\begin{cases} P_1' 2V = \nu_1 R T \\ P_2' 2V = \nu_2 R T \end{cases}$$

2V - т.к. газ занимает весь предоставленный объем,  $P_1'$  и  $P_2'$  - одинаковы

$$P = \frac{\nu_1 R T}{2V} + \frac{\nu_2 R T}{2V} = \frac{R T}{2V} (\nu_1 + \nu_2) = \frac{5 R T}{12 V}$$

продолжение на стр. 3

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Как как давление равно, то найдём температуру  $T$   
после сжатия газа.

процесса дуга

$$T_2 = \frac{V_1}{V_2} T_1 \quad T_2 = \frac{1.3}{2 \cdot 1} T_1 = \frac{3}{2} T_1 = 250 \text{ K}$$

Как как в задаче нам нужно найти отношение конечного  
давления к давлению в 1 цилиндре, то:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{5RT}{12V} : \frac{RT_1}{V} = \frac{5RT \cdot V}{12V \cdot RT_1} = \frac{5T}{12T_1} = \frac{5 \cdot 250}{12 \cdot 200} = \frac{25}{24} = 1 \frac{1}{24}$$

Ответ:  $T_2 = 250 \text{ K}$ ;

$$\frac{p}{p_1} = 1 \frac{1}{24}$$

### Задача №5

Дано:

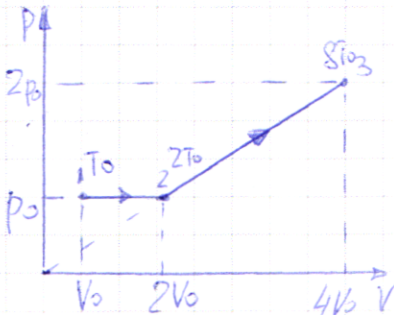
$$n_1 = 2p$$

$$n_2 = 2$$

$$\frac{T_3}{T_1} = ?$$

$$\frac{A_{12}}{T_1} = ?$$

$$\frac{A_{23}}{T_3} = ?$$



Мы знаем, что процесс 1-2 изобарный,  
значит применим это давление  $p_0$   
объём в точке 2, так как применил  $V_0$   
известно, что в точке 2  $V_2 = 2V_0$ , то есть

$$\text{а так как } V_3 = n_2 V_2 \\ V_3 = 4V_0$$

Как как процесс 2-3 прямо пропорционален, то давление  
увеличится во столько же раз, во сколько и объём, то  
есть в  $n_2$   $p_3 = n_2 p_0 \Rightarrow p_3 = 2p_0$

Мы знаем, что  $\frac{pV}{T} = \text{const}$  применим  $T_1 = T_0$

установим равенства для нахождения  $T_2$  и  $T_3$

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_0 2V_0}{T_2} \Rightarrow T_2 = 2T_0$$

$$\frac{p_0 2V_0}{T_2} = \frac{2p_0 4V_0}{T_3} \Rightarrow T_3 = 4T_2 = 8T_0$$

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{8T_0}{T_0} = 8$$

Тогда самое простое для  $T_3$   
найдём отношение  
конечной  $T_3$  к  $T_1$

продолжение на стр. 4

Известно, что работа процесса на теплоходе как площадь графика под линией.  
 Всегда по процессу, то процесс 1-2 - прямоугольник  
 2-3 - трапеция

Найдем площадь этих фигур и возмем:

$$A_{12} = p_0 (2V_0 - V_0) = p_0 V_0$$

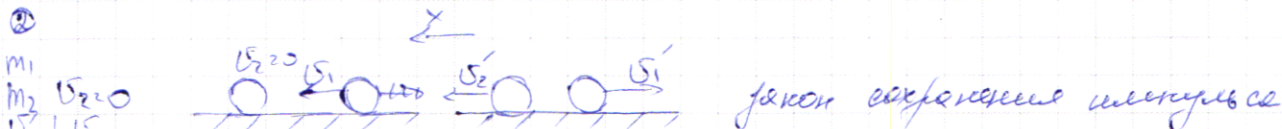
$$A_{23} = \frac{1}{2} (2p_0 + p_0) \cdot (4V_0 - 2V_0) = 1,5 p_0 2V_0 = 3 p_0 V_0$$

возмем отношение:

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{p_0 V_0}{3 p_0 V_0} = \frac{1}{3}$$

Ответ:  $\frac{T_{32}}{T_1} = 8$   
 $\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{1}{3}$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$m_1$   
 $m_2$   
 $v_2 = 0$   
 $v_1 = \frac{1}{2} v_1$   
 $\frac{m_2}{m_1} \rightarrow$   
 $\frac{v_2}{v_1} \rightarrow$

$m_2 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2'$  ось X

$m_1 v_1 = m_2 v_2' - \frac{1}{2} m_1 v_1$

$1,5 m_1 v_1 = m_2 v_2' \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{v_2'}{1,5 v_1} = \frac{2 v_2'}{3 v_1} \rightarrow$

$E_{k1} = E_2$   
 $\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \frac{m_1 v_1'^2}{2}$   
 $\frac{3 m_1 v_1^2}{8} = \frac{m_2 v_2'^2}{2}$

$6 m_1 v_1^2 = 8 m_2 v_2'^2$   
 $\frac{v_2'^2}{v_1^2} = \frac{6 m_1}{8 m_2} = \frac{3 m_1}{4 m_2}$   
 $\frac{v_2'}{v_1} = \frac{\sqrt{3 m_1}}{2 \sqrt{2 m_2}}$

$m_1 v_1 - 0,5 m_1 v_1 = m_2 v_2'$

$0,5 m_1 v_1 = m_2 v_2'$

$\frac{m_1}{m_2} v_1 = \frac{2 m_2 v_2'}{v_1}$

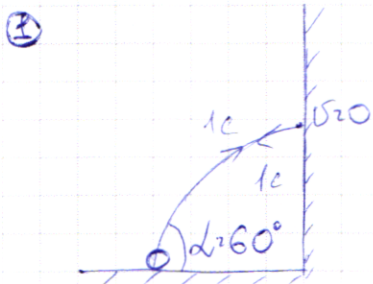
$m_1 v_1 = m_2 v_2' - m_1 v_1$   
 $3 m_1 v_1 = m_2 v_2'$

$\frac{m_1 4 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$   
 $3 m_1 v_1^2 = m_2 v_2'^2$

$v_2' = \frac{\sqrt{3 m_1 v_1}}{\sqrt{m_2}}$

$3 m_1 v_1 = m_2 \frac{\sqrt{3 m_1 v_1}}{\sqrt{m_2}} \cdot \frac{1}{2}$

$3 m_1^2 = m_2^2 \frac{3 m_1}{m_2} = m_1 m_2 \rightarrow m_1 = m_2$



$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

$L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

$H = \frac{400 \cdot \sqrt{3}}{13 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2} = \frac{100 \sqrt{3}}{13}$  м

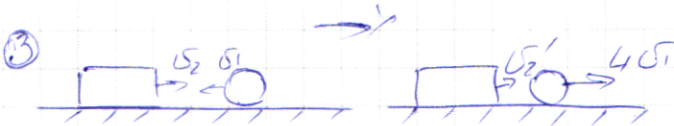
$L = \frac{400 \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 4 \cdot 4} = 25 \sqrt{3}$  м

$v_0 \sin \alpha = \frac{gt}{\sin \alpha}$   
 $2 v_0 \sin \alpha = \frac{gt}{\sin \alpha}$   
 $v_0 = \frac{gt}{2 \sin^2 \alpha} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 20}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$

$L = ?$   
 $H = ?$   
 $g = 10 \frac{м}{с^2}$

$\sin 120 \rightarrow \cos 30$

$v_0 \sin \alpha = \frac{gt}{\sin \alpha}$   
 $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{10 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = 2,5$  м



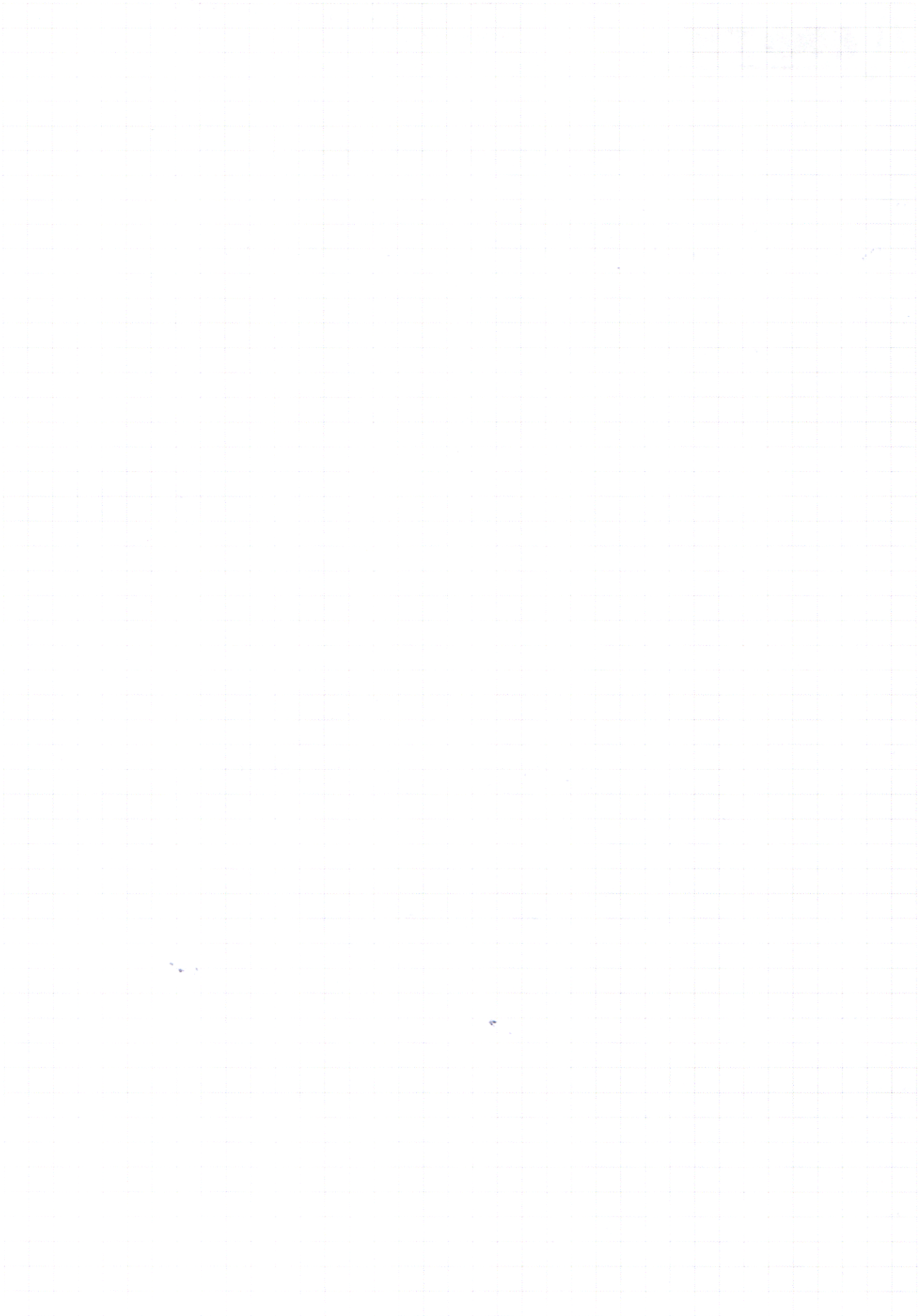
$-m v_1 + M v_2 = m v_1' + M v_2'$   
 $5 m v_1 = M (v_2 - v_2')$

$M \gg m$

$E_{k1} = E_{k2} + E_{kM}$   
 $\frac{m v_1^2}{2} = \frac{M v_2^2}{2} + \frac{m v_1'^2}{2}$

$v_2' = \frac{v_2 - v_1}{\frac{M}{m}}$   
 $3 m v_1^2$

$\frac{3 m v_1^2}{2} = \frac{M (v_2^2 - v_1'^2)}{2} \Rightarrow 3 m v_1^2 = M (v_2^2 - \frac{v_2^2 - v_1^2}{\frac{M}{m}})$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①  $v = v_0 \sin \alpha - g t$   $t = 1$   $v = 0$   
 $v_0 \sin \alpha = g t$   
 $v_0 = \frac{g t}{\sin \alpha} = \frac{10 \cdot 1 \cdot 2}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \approx 11,5$

$L = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2}$   $L = \frac{20 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 2} - \frac{10 \cdot 1}{2}$   $\frac{20 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 2} = 20 - 10$

$L = 10 - 5 = 5 \text{ м}$   $2:1,4 \approx 2,8$

$H = v_0 \cos \alpha t - \frac{g t^2}{2} = \frac{20 \cdot 1}{\sqrt{3} \cdot 2} - \frac{10 \cdot 1}{2} = \frac{10}{\sqrt{3}} - 5$

$H = \frac{10}{\sqrt{3}} - 5 = 3,3 - 5 = -1,7 \text{ м} \approx 2,9 \text{ м}$



$2m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1$   
 $3m_1 v_1 = m_2 v_2$

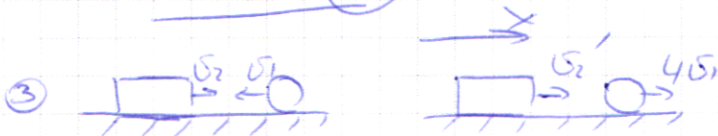
$\frac{m_2}{m_1} = 3 \frac{v_2}{v_1}$   
 $\frac{m_2}{m_1} = 3$

$v_2 = v_1$  т.к. удар  
центральный  
и упругий

$v_2 = v_1$   
 $\frac{v_2}{2v_1} = \frac{v_1}{2v_1} = \frac{1}{2}$

$2m_1 v_1 = 3m_1 v_2 - m_1 v_1$   
 $3m_1 v_1 = 3m_1 v_2$   
 $\frac{v_2}{v_1} = 1$

$\frac{v_1}{v_2 - v_2} = \frac{5m}{M}$



$M \gg m$

$-m_1 v_1 + M v_2 = 4m_1 v_1 + M v_2'$   
 $5m_1 v_1 = M(v_2 - v_2')$

$\frac{m}{M} = \frac{v_2 - v_2'}{5v_1}$

$\frac{m}{M} = \frac{v_2 - v_2 + v_1}{5v_1}$

$-m_1 v_1 + 3M v_1 = 4m_1 v_1 + M v_2'$

$5m_1 v_1 + 3M v_1 = M v_2'$

$v_1(5m_1 + 3M) = M v_2'$   
 $2M v_1 = v_1(5m_1 + 3M)$   
 $2M = 5m_1 + 3M \Rightarrow$

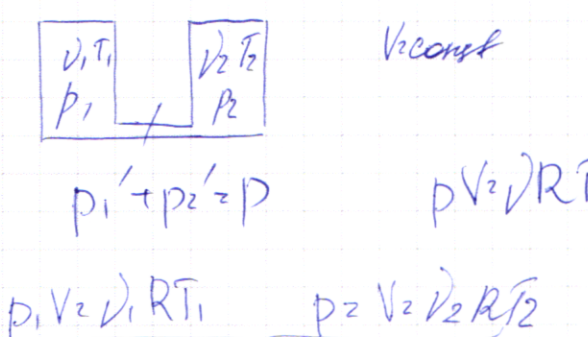


черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

④  
 $V_1 = 1/2$  моль  
 $T_1 = 200$  К  
 $V_2 = 1/3$  моль  
 $T_2 = 300$  К  
 $T = ?$   
 $P = ?$   
 $P_1 = ?$



$V = \text{const}$   
 $\frac{2}{200} + \frac{1}{300} = \frac{1}{T}$   
 $\frac{2}{300} + \frac{2}{600} = \frac{1}{T} \Rightarrow T = 240$   
 $P_2 = 480$

$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1$        $P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$   
 $\frac{P_1}{P_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2}$        $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 200}{2 \cdot 1 \cdot 300} = 100 \Rightarrow P_1 = P_2$

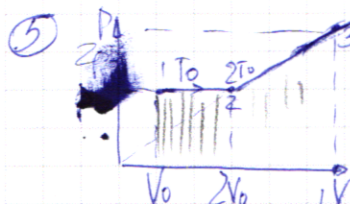
$P_1 \cdot 2V = \nu_1 R T$        $P_2 \cdot 2V = \nu_2 R T$   
 $\Rightarrow P_2 = \frac{\nu_1 R T}{2V} + \frac{\nu_2 R T}{2V} = \frac{R T}{2V} (\nu_1 + \nu_2) = \frac{R T \cdot 5}{2V \cdot 6}$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{R T \cdot 5}{12V} \cdot \frac{2V}{R T} = \frac{R T \cdot 2V}{12V \cdot 100} = \frac{T}{240}$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{250}{240} = \frac{25}{24} = \frac{1}{24}$

$T = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 200}{2 \cdot 1 \cdot 300} = \frac{3}{2} \cdot \frac{200}{300} = \frac{3}{2} \cdot T_1 = 250$  К

так как обьем и давление до состояния критическим



$\frac{T_3}{T_1} \rightarrow$   
 $\frac{A_{12}}{A_{23}} \rightarrow$

$\frac{PV}{T} = \text{const}$

когда  $P = \text{const}$  в 12, а обьем увеличился в 2 раза, то  $T$  увеличился в 2 раза

$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{2 P_2 V_1}{T}$   
 $\frac{P_1}{200} = \frac{P_2}{300} = \frac{4 P_2}{T}$

$\frac{4 V_0 \cdot 2 P_0}{n T_0} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \Rightarrow \frac{8 P_0 V_0}{n T_0} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \Rightarrow T_0 \cdot 8 P_0 V_0 = n T_0 P_0 V_0$   
 $n = 8$

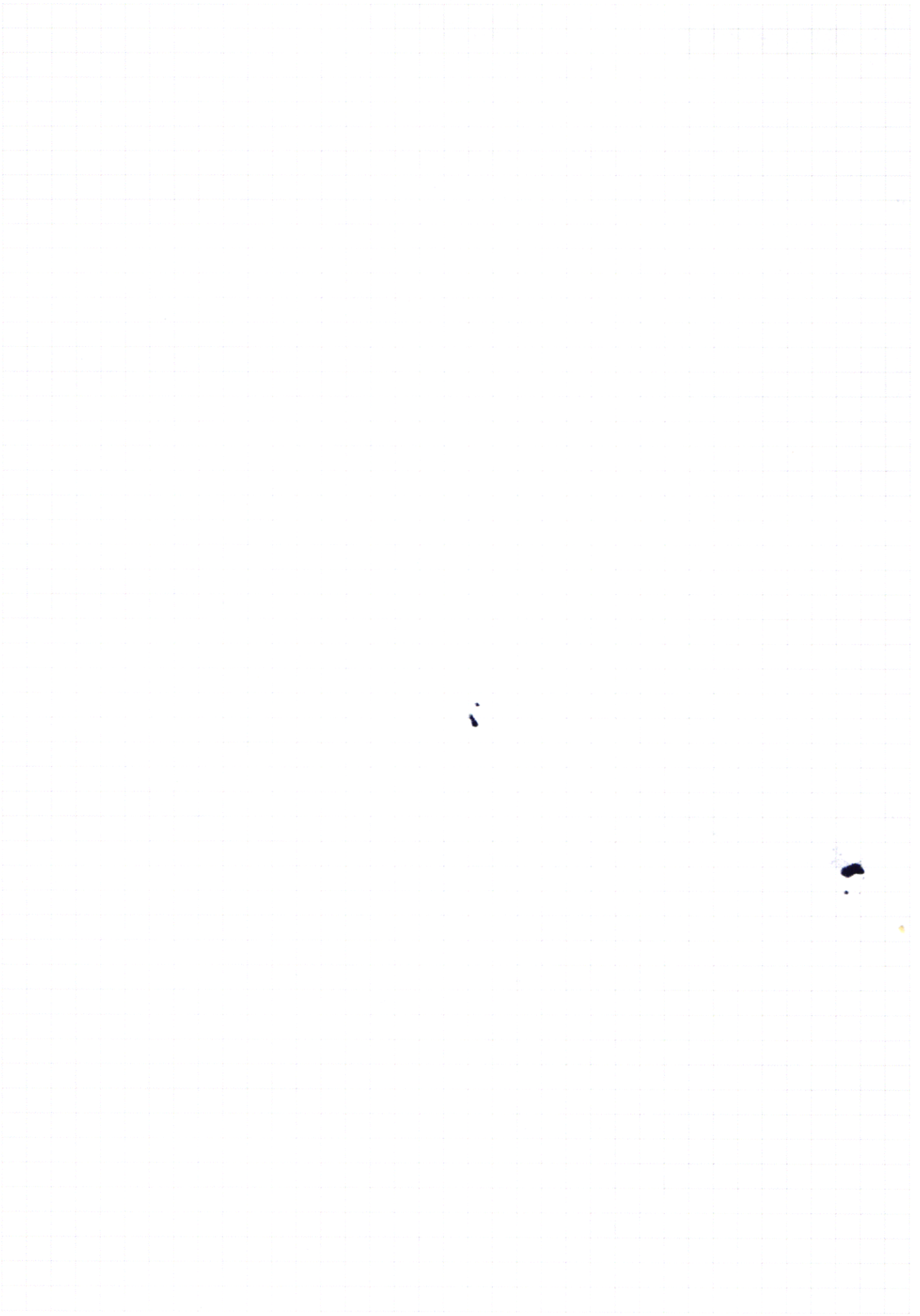
$n = 2 \text{ лит}$        $T_3 = 8 T_0 \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \frac{8 T_0}{T_0} = 8$

каждая, это количество под графиком

$A_{12} = P_0 \cdot V_0$

$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{P_0 V_0}{3 P_0 V_0} = \frac{1}{3}$

$A_{23} = 2 V_0 \cdot \frac{1}{2} P_0 = 2 V_0 \cdot 1,5 P_0 = 3 V_0 P_0$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)