

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 7-013

(заполняется секретарём)

Вариант 10-03

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли, на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=1,5$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.
Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 3 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 , после столкновения к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 2 раза больше его начальной скорости.

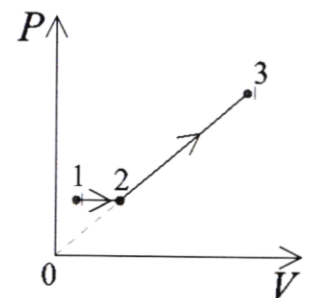
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/3$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=300 \text{ К}$ и $\nu_2=1/5$ моль другого одноатомного идеального газа при температуре $T_2=500 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_2 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=3$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=3$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Дано:

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$t_0 = 1,5 \text{ с.}$$

Найти:

H - ?

L - ?

Решение:

Т.к. мяч возвращается на прежнее место после удара об стену, то это значит, что ~~точка удара~~ удар мяча об стену произошел в наивысшей точке ~~траектории~~ траектории движения, следовательно высота H

равна:

$$H = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (1,5 \text{ с})^2}{2} = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2,25 \text{ с}^2}{2} = 10 \text{ м} \cdot 1,125 =$$

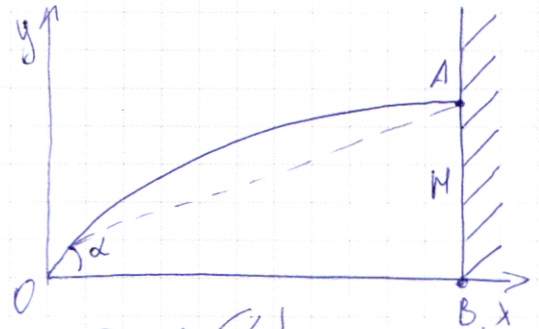
$$= 11,25 \text{ м.}$$

Т.к. мяч возвращается на прежнее место после удара об стену, то в треугольнике OAB AB - высота H , а

OB - путь расстояние от точки вылета мяча до стены (L)

$$\angle AOB = 30^\circ, \text{ тогда } L = \frac{H}{\text{tg} \alpha} = \frac{11,25 \text{ м}}{\text{tg} 30^\circ} = \frac{11,25 \text{ м}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \cdot 11,25 \text{ м.}$$

$$\text{Ответ: } H = 11,25 \text{ м} \quad L = 11,25 \sqrt{3} \text{ м.}$$



Задача 2.

Дано:

m_1

m_2

$$\alpha_1 = 30^\circ$$

Найти:

$$\frac{m_1}{m_2} - ? \quad \frac{\alpha_2}{\alpha_1} - ?$$

Решение:

Запишем законы сохранения импульса и энергии для данной системы тел:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}_2 + m_2 \vec{v}_2 \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_2^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \end{cases}$$

Если учесть направления, то полученную систему можно переписать в виде:

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_1 v_{12} , \\ m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2 - m_1 v_{12}^2 ; \end{cases}$$

Т.к. $v_1 = 3v_{12}$, то система ур-й принимает вид:

$$\begin{cases} 3m_1 v_{12} = m_2 v_2 - m_1 v_{12} , \\ 9m_1 v_{12}^2 = m_2 v_2^2 - m_1 v_{12}^2 ; \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} 4m_1 v_{12} = m_2 v_2 , \\ 10m_1 v_{12}^2 = m_2 v_2^2 ; \end{cases} \\ (2) & \end{aligned}$$

разделив второе ур-е на первое, получим:

$$\frac{(2)}{(1)} \quad \frac{10v_{12}}{4} = v_2 ;$$

$$\text{Т.к. } v_{12} = \frac{v_1}{3}, \text{ то } \frac{10v_1}{3 \cdot 4} = v_2 \Rightarrow \frac{10v_1}{12} = v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Из закона сохранения импульса системы следует:

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_1 v_{12} &= m_2 v_2 \Rightarrow m_1 (v_1 + v_{12}) = m_2 v_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} &= \frac{v_2}{v_1 + v_{12}} = \frac{v_2}{v_1 + \frac{v_1}{3}} = \frac{v_2}{\frac{4v_1}{3}} = \frac{3}{4} \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{6} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{8}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

Дано:

$$m_{бр} \gg m_{ш.}$$

$$v_{12} = 2v_{ш.}$$

Найти:

$$\frac{v_{ш.}}{v_{бр.}} - ?$$

Решение:

Свяжем инерциальную систему отсчета (далее ИСО) с одним из тел в этой системе, например, с бруском.

В ИСО связанной с бруском:

до ст. $v_1 = v_{ш.} - v_{бр.}$, где v_1 - скорость шарика в данной системе.

после ст. $v_1 = 2v_{ш.} + v_{бр.}$

Тогда, приравняв эти два ур-я друг к другу, получим:

$$v_{ш.} - v_{бр.} = 2v_{ш.} + v_{бр.}; \text{ или}$$

$$v_{ш.} - 2v_{бр.} = 0 \Rightarrow v_{бр.} = \frac{v_{ш.}}{2}$$

Тогда $\frac{v_{ш.}}{v_{бр.}} = 2$

Ответ: $\frac{v_{ш.}}{v_{бр.}} = 2$.

Задача 4.

Дано:

$$v_1 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$v_2 = \frac{1}{5} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$T_2 = 500 \text{ К}$$

$$V_1 = V_2$$

Найти:

$$T_{\text{кон}} - ?$$

$$\frac{p_{\text{кон}}}{p_2} - ?$$

Решение:

Запишем ур-е Менделеева-Клапейрона для газов в каждом сосуде.

$$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1 \quad \text{и} \quad p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

Разделив одно ур-е на другое, получим:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\nu_1 R T_1}{\nu_2 R T_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} = \frac{\frac{1}{3} \text{ моль} \cdot 300 \text{ К}}{\frac{1}{5} \text{ моль} \cdot 500 \text{ К}} = \frac{100}{100} = 1$$

Это говорит о том, что давления газов до смешивания были равны.

По закону Дальтона:

$$p_1 + p_2 = p_{\text{кон}}, \text{ т.е. } p_{\text{кон}} = 2p_2 \Rightarrow \frac{p_{\text{кон}}}{p_2} = 2$$

Также по закону Дальтона:

$$\frac{\nu_1 RT_1}{V_1} + \frac{\nu_2 RT_2}{V_2} = \frac{\nu_{\text{общ}} RT_{\text{кон}}}{V_1 + V_2}$$

т.к. $V_1 = V_2$

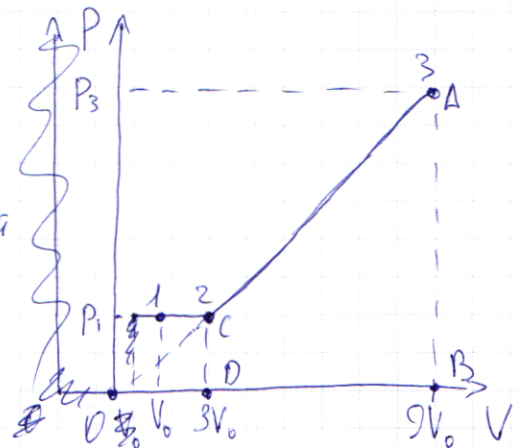
$$\frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{V_1} = \frac{\nu_{\text{общ}} \cdot T_{\text{кон}}}{2V_1}$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } T_{\text{кон}} &= \frac{(\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2) \cdot 2V_1}{\nu_1 \cdot (V_1 + V_2)} = \frac{200 \text{ моль} \cdot \text{К} \cdot 2}{\frac{8}{15} \text{ моль}} = \\ &= 375 \text{ К} \cdot 2 = 750 \text{ К}. \end{aligned}$$

Задача 5

Решение:

Для процесса прямо пропорциональной зависимости давления газа от объема характерна следующая особенность:



$$\frac{P_2}{V_2} = \text{const} \quad \frac{P_3}{V_3} = \text{const}; \text{ или } p_2 = V_2 \cdot \text{const} \quad p_3 = V_3 \cdot \text{const}. \quad (1)$$

Запишем ур-я состояния газа в точках 2 и 3:

$$\frac{P_2 3V_0}{T_2} = \nu R \quad \text{и} \quad \frac{P_3 9V_0}{T_3} = \nu R \quad \text{из чего следует, что } \frac{P_2 3V_0}{T_2} = \frac{P_3 9V_0}{T_3}$$

подставляя сюда значения p_2 и p_3 из формул (2) и (1) имеем:

$$\frac{\text{const} \cdot 9V_0^2}{T_2} = \frac{\text{const} \cdot 81V_0^2}{T_3}, \text{ откуда } \frac{T_3}{T_2} = 9.$$

Запишем ур-я состояния газа для точек 1 и 2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{p_1 V_0}{T_1} = \frac{p_2 3V_0}{T_2}$$

т.к. $p_1 = p_2$, то $\frac{T_2}{T_1} = 3$, тогда $\frac{T_3}{3T_1} = 9 \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = 27$.

Работа газа есть площадь фигуры, ограниченной графиком процесса.

тогда $A_{12} = p_2 (3V_0 - V_0) = p_2 2V_0$

подставляя значение p_2 из формулы (1) получаем: $\text{const} \cdot 6V_0^2$

A_{23} - разность площадей треугольников OAB и OCD.

$$A_{23} = \frac{1}{2} 9V_0 p_3 - \frac{1}{2} 3V_0 p_2 = \frac{1}{2} V_0 (9p_3 - 3p_2)$$

подставляя значения p_3 и p_2 из формул (1) и (2) имеем:

$$A_{23} = \frac{1}{2} V_0 (9/V_0 \cdot \text{const} - 3V_0 \cdot \text{const}) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow A_{23} = \frac{1}{2} V_0 \cdot 72V_0 \cdot \text{const} = 36V_0^2 \cdot \text{const}.$$

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{6 \cdot \text{const} \cdot V_0^2}{36 \cdot \text{const} \cdot V_0^2} = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{T_3}{T_1} = 27$ $\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{1}{6}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

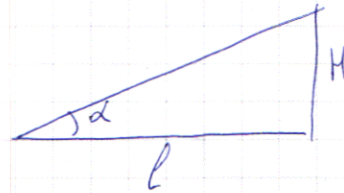
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$t_0 = 1,5 \text{ с}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$H = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1,5^2 \text{ с}^2}{2} = \frac{10 \cdot 2,25}{2} = 5 \cdot 2,25 = 11,25 \text{ м}$$

$$\begin{array}{r} 11,25 \\ \times 2,25 \\ \hline 225 \\ 2250 \\ \hline 11,25 \end{array}$$



$$\text{tg } \alpha = \frac{H}{l} \Rightarrow l = \frac{H}{\text{tg } \alpha}$$

$$\Delta \vec{v}_{\text{по оси удара}} = \Delta v_{\text{ох}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$l = \frac{11,25}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 11,25 \sqrt{3}$$

Задача 2

$$m_1$$

$$m_2$$

$$v_1 = 3v_{12}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = ?$$

$$\frac{v_2}{v_1} = ?$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}_{12} + m_2 \vec{v}_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_{12}^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_1 v_{12} \Rightarrow m_1 (v_1 + v_{12}) = m_2 v_2$$

$$m_1 v_1^2 = \frac{m_1 v_{12}^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \Rightarrow m_1 (v_1^2 + v_{12}^2) = m_2 v_2^2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1 + v_{12}} = \frac{v_2}{4v_{12}}$$

$$v_2^2 = \frac{m_1}{m_2} ((3v_{12})^2 + v_{12}^2)$$

$$v_2^2 = \frac{v_2}{4v_{12}} \cdot 10v_{12}^2 = \frac{5v_2}{2}$$

$$v_2^2 = \frac{5\sqrt{2}v_2}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}_{12} + m_2 \vec{v}_2 \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_{12}^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \end{cases}$$

$$v_1 = 3v_{12}$$

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_1 v_{12} \\ m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2 - m_1 v_{12}^2 \end{cases}$$

$$3m_1 v_{12} = m_2 v_2 - m_1 v_{12}$$

$$m_1 (4v_{12}) = m_2 v_2 \quad (1)$$

$$\begin{cases} 3m_1 v_{12} + m_1 v_{12} = m_2 v_2 \\ 9m_1 v_{12}^2 + m_1 v_{12}^2 = m_2 v_2^2 \end{cases}, \quad \begin{cases} m_1 (4v_{12}) = m_2 v_2 \quad (1) \\ m_1 (10v_{12}^2) = m_2 v_2^2 \quad (2) \end{cases}$$

$$v_{12} = \frac{1}{3} v_1 = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{m_1 (10v_{12}^2)}{m_1 (4v_{12})} = \frac{m_2 v_2^2}{m_2 v_2} \Rightarrow \frac{10v_{12}}{4} = v_2$$

$$\frac{10 \frac{\sqrt{5}}{3}}{4} = v_2$$

$$\frac{10\sqrt{5}}{12} = v_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{4v_{12}} = \frac{3v_2}{4v_{12}} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

$$= \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{10\sqrt{5}}{12} = v_2$$

$$\frac{10}{12} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{8}{5}$$

Задача 3.

$m_{бр} \rightarrow$
 $m_{ш.}$

$$v_{12} = 2v_{ш.}$$

в ЦО:

$$v_{ш.} \quad v_{бр.}$$

~~в ЦО (связанной с бруском)~~

$$v_{сб.ш.} = v_{ш.} + v_{бр.}$$

$$v_{сб.бр.} = 2v_{ш.} - v_{бр.}$$

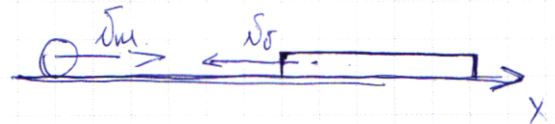
в ЦО (связанной с бруском)

$$\text{до ст.: } v_1 = v_{ш.} - v_{бр.}$$

$$\text{после ст.: } v_1 = 2v_{ш.} + v_{бр.}$$

$$2v_{ш.} + v_{бр.} = v_{ш.} - v_{бр.}$$

$$v_{ш.} - 2v_{бр.} = 0 \Rightarrow v_{бр.} = \frac{v_{ш.}}{2}$$



~~в ЦО (связанной с шариком)~~

$$v_{ш.} \neq$$

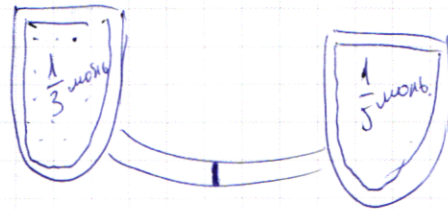
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$V_1 = V_2$$



$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\nu_1 R T_1}{\nu_2 R T_2}$$

$$P_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V_1}$$

$$P_2 = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\nu_1 R T_1}{\nu_2 R T_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \text{ моль} \cdot 300 \text{ K}}{\frac{1}{5} \text{ моль} \cdot 500 \text{ K}} = 1$$

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{\text{общ}} = 2P_2 \Rightarrow \frac{P_{\text{общ}}}{P_2} = \frac{2}{1}$$

~~$$P_1 V_1 + P_2 V_2 = P_{\text{общ}} V$$~~

$$\nu_1 R T_1 + \nu_2 R T_2 = \nu_{\text{общ}} R T$$

$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = \nu_{\text{общ}} T \Rightarrow T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_{\text{общ}}} = \frac{200}{\frac{8}{15}} =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{2}{\frac{8}{15}} = \frac{25}{4} = \frac{125}{25} = 375 \text{ K}$$

$$= \frac{200 \cdot 15}{8} = 25 \cdot 15 = 375 \text{ K}$$

$$T_{\text{общ}} = 375 \text{ K}$$

Задача 5.

$$\frac{P_1 V_0}{T_1} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \frac{P_3 V_3}{P_1 V_0} = \frac{9P_3 V_0}{P_1 V_0} =$$

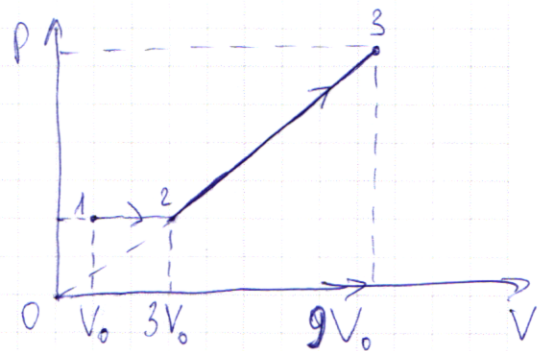
$$= \frac{9P_3}{P_1}$$

$$P_1 = P_2 = P_3$$

$$\frac{P_2 3V_0}{T_2} = \frac{P_3 9V_0}{T_3} \Rightarrow \frac{P_2}{P_3} = \frac{T_2 3V_0}{T_3 9V_0}$$

$$\frac{P_2}{P_3} = \frac{3T_2}{3T_3} = \frac{T_2}{T_3}$$

$$\frac{T_1}{T_3} = \left(\frac{V_0}{9V_0}\right)^2 \frac{3T_2}{T_3}$$



$$P_1 = \beta V_0$$

$$P_3 = \beta \rho V_0$$

$$\frac{P_1 V_0}{T_1} = \frac{P_3 \rho V_0}{T_3}$$

$$P_2 = \beta \rho V_0$$

$$P_3 = \beta \rho V_0$$

$$\frac{P_2 \rho V_0}{T_2} = \frac{P_3 \rho V_0}{T_3}$$

$$\frac{\beta \rho V_0^2}{T_2} = \frac{\beta \rho V_0^2}{T_3}$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \rho$$

$$\frac{P_1 V_0}{T_1} = \frac{P_2 \rho V_0}{T_2}$$

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{T_3}{3T_1} = \rho \Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = 27\rho$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 3 \Rightarrow T_2 = 3T_1$$

$$A_{12} = P_2 \rho V_0 = 6 \beta V_0^2$$

$$A_{23} = \frac{1}{2} \rho V_0 P_3 - \frac{1}{2} \rho V_0 P_2$$

$$A_{23} = \frac{1}{2} V_0 (\rho P_3 - \rho P_2)$$

$$A_{23} = \frac{1}{2} V_0 (\beta \rho V_0 - \beta \rho V_0)$$

$$A_{23} = \frac{1}{2} V_0 \cdot 72 \beta V_0 = 36 \beta V_0^2$$

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{6 \beta V_0^2}{36 \beta V_0^2} = \frac{1}{6}$$