

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 5-025

(заполняется секретарём)

Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=2$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.
Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

до столкновения

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

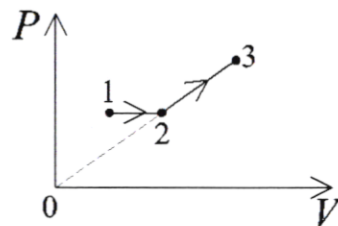
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/2$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=200 \text{ К}$ и $\nu_2=1/3$ моль другого одноатомного газа при температуре $T_2=300 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1 .

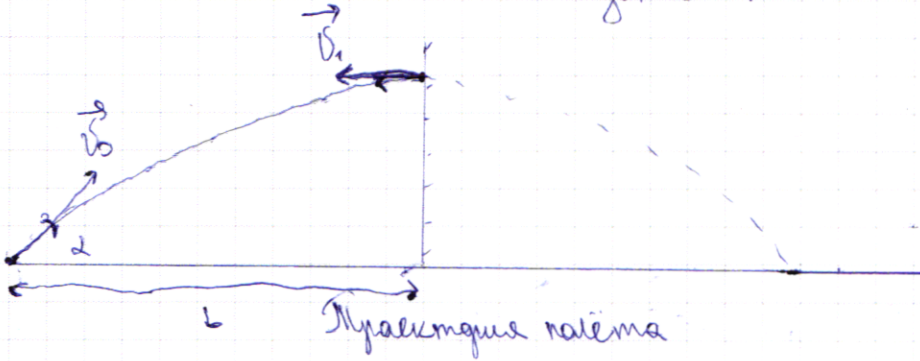
5. Объем идеального газа увеличивается в $n=2$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=2$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 1



П.к. удар упругий, то практически поле удара можно считать зеркальным
отражением относительно стены, а м.к. он выписан в ту же точку, то
практически ту же и обратно накладывается, и время движения одинаково.
1) $v_1 = v_0 \cos \alpha$ $t_1 = \frac{t_0}{2}$

$$L = v_0 \cos \alpha t_0$$

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2} - mgh + \frac{mv_1^2}{2} \quad - 3C \Rightarrow$$

$$h = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g} = \frac{v_0^2 (1 - \cos^2 \alpha)}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$h = v_0 \sin \alpha t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = \text{из уравнения движения}$$

$$\text{Значит, } v_0 \sin \alpha t_0 - \frac{gt_0^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$v_0 = \frac{gt_0}{\sin \alpha} \pm \sqrt{\sin^2 \alpha t_0^2 - 2 \sin^2 \alpha \frac{gt_0^2}{2g}} = \frac{gt_0}{\sin \alpha}$$

$$L = gt_0^2 \operatorname{ctg} \alpha = \frac{40}{\sqrt{3}} \cdot \frac{gt_0^2}{4} \operatorname{ctg} \alpha = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ м} = 3 \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \text{ м}$$

$$2) h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{gt_0^2}{2} = \frac{gt_0^2}{8} = 5 \text{ м}$$

Ответ: 1) $3 \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \text{ м}$; 2) 5 м.

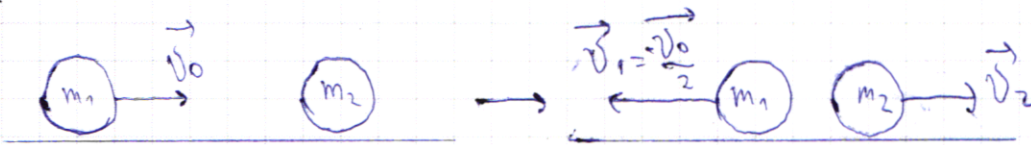


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 2



$$1) \quad m_1 v_0 = m_2 v_2 - m_1 v_1 - 300$$

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 v_1^2}{2} - 300$$

$$v_2 = m_1 (v_0 + v_1) = \frac{3m_1 v_0}{2m_2}$$

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 v_0^2}{8}$$

$$\frac{3m_1 v_0^2}{8} = \frac{9m_1^2 m_2 v_0^2}{8m_2^2}$$

$$3 \rightarrow 1 = 3 \frac{m_1}{m_2}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 3$$

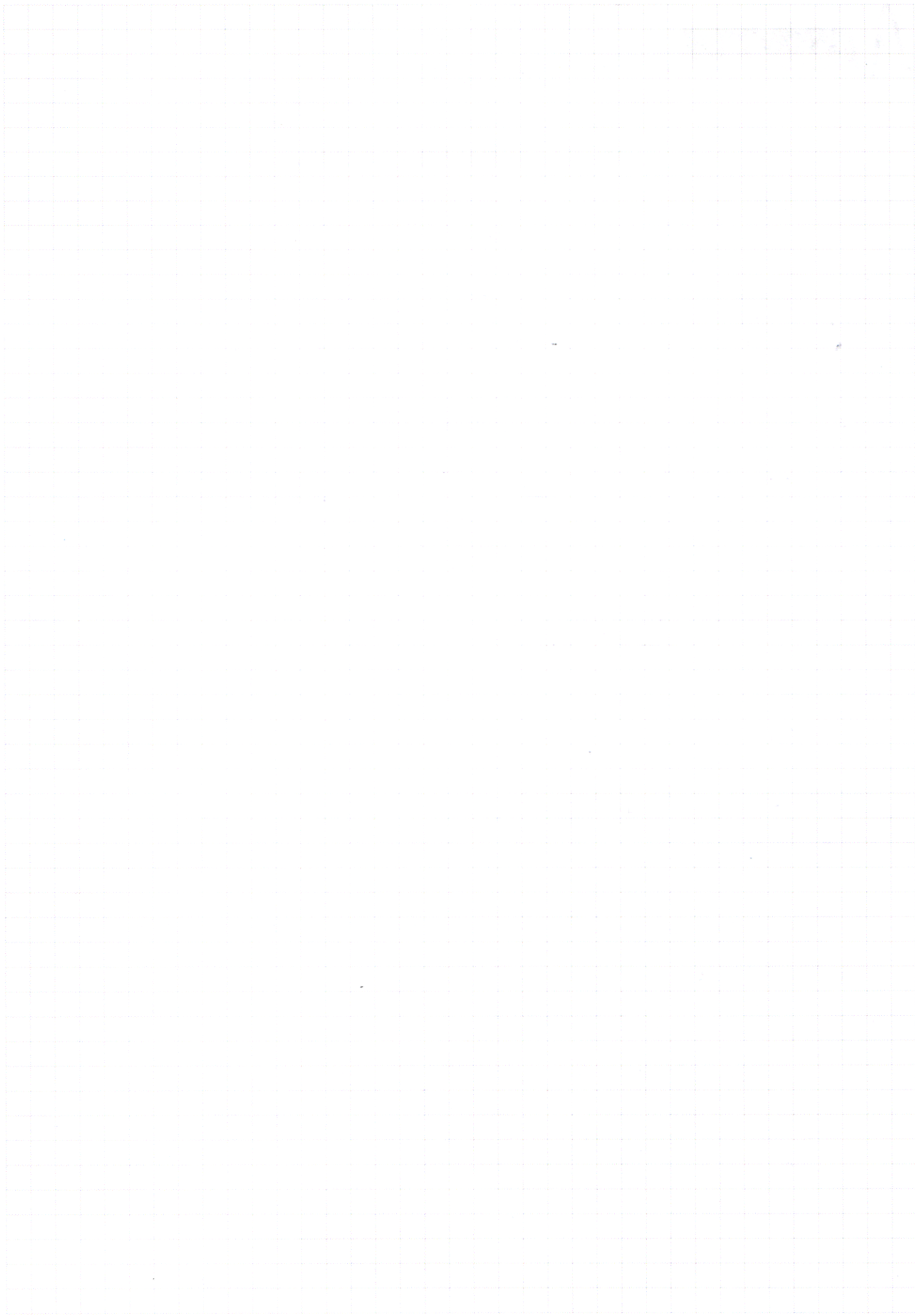
2) Момент касания m_2 до удара равен нулю, значит, и после столкновения 0 .

Ответ: 1) 3; 2) 0.

$$2) \quad \frac{m_1 v_0}{2} = m_2 v_2 = \frac{3m_1 v_0}{2m_2}$$

$$\frac{v_2}{v_0} = \frac{3m_1}{2m_2} = 0,5$$

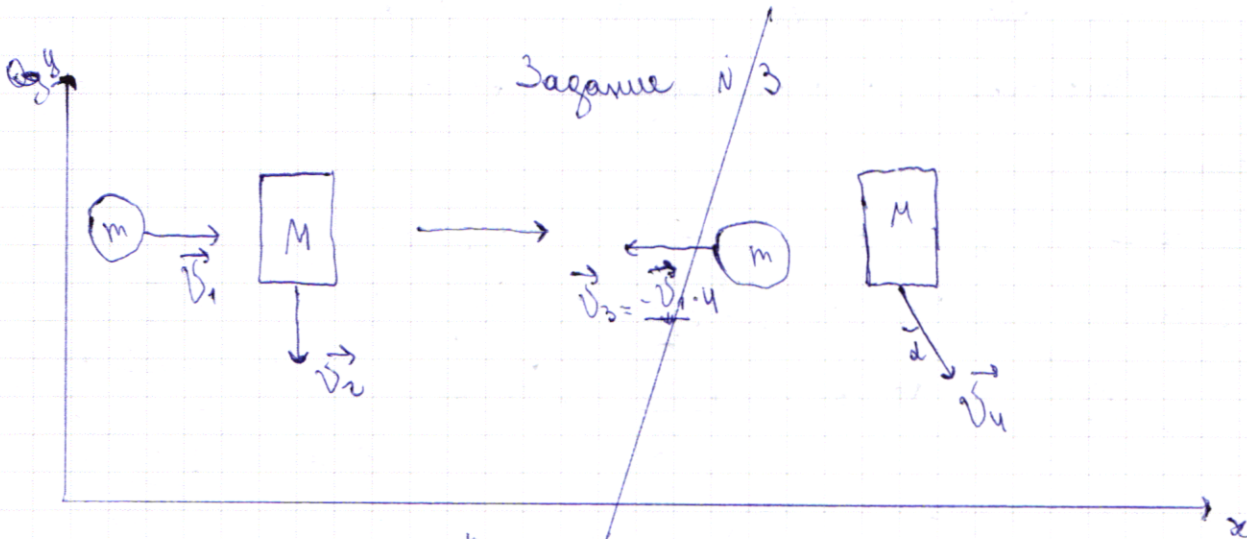
Ответ: 1) 3; 2) 0,5.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



ЗСУ:

$$Ox: m v_1 = M v_4 \sin \alpha - m v_3$$

$$5 m v_1 = M v_4 \sin \alpha$$

$$Oy: M v_2 = M v_4 \cos \alpha$$

$$v_2 = v_4 \cos \alpha$$

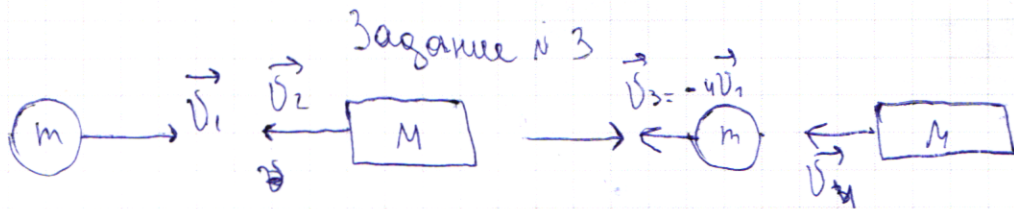
$$v_4 = \frac{v_2}{\cos \alpha}$$

$$5 m v_1 = M v_2 \operatorname{tg} \alpha; \operatorname{tg} \alpha = \frac{5 m v_1}{M v_2}$$

$$ЗСЭ: \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2} = \frac{m v_3^2}{2} + \frac{M v_4^2}{2}$$

$$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2} = 8 m v_1^2 + \frac{M v_2^2}{2 \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{15}{7} m v_1^2 = \frac{M v_2^2}{2} \left(1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)$$



Существовать два варианта направления скорости бруска после удара. Предположим, что он продолжает двигаться в прежнем направлении:

$$m v_1 - M v_2 = -m v_3 - M v_4 \quad - \text{ЗСЧ}$$

$$5m v_1 = M(v_2 - v_4); \quad \frac{5m v_1}{v_2} = M - M \frac{v_4}{v_2}; \quad \frac{v_4}{v_2} = \frac{M - 5m \frac{v_1}{v_2}}{M} \quad \text{①}$$

$$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2} = \frac{m v_3^2}{2} + \frac{M v_4^2}{2} \quad - \text{ЗСЭ}$$

$$15m v_1^2 = M(v_2^2 - v_4^2)$$

$$\frac{15m}{M} \frac{v_1^2}{v_2^2} = M - M \frac{v_4^2}{v_2^2}$$

$$15m \frac{v_1^2}{v_2^2} = M - \left(M - 5m \frac{v_1}{v_2} \right)$$

$$3 \frac{v_1}{v_2} = 1$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$$

(т.к. ответ получился > 0 , то направление \vec{v}_1 выбрано верно, в обратном случае получилось бы отрицательное, только со знаком \rightarrow минус).

Ответ: $\frac{1}{3}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4

V_0 - общий объём газа ~~в сосуде~~ V_0 - общий объём газа ~~в сосудах~~.

$$\frac{P_0 V_0}{2 T_0} = \frac{P_1 V_0}{T_0} \quad \text{— по уравнению Клапейрона для первого газа.}$$

$$\frac{P_0 V_0}{2 T_0} = \frac{P_1 V_0}{T_0} \quad ; \quad \frac{P_0 V_0}{2} = \nu_1 R T_1 \quad \text{— уравнение Менделеева — Клапейрона для первого газа.}$$

$$\frac{P_0 V_0}{2 T_0} = \frac{P_2 V_0}{T_0} \quad \text{— для второго газа.}$$

$$\frac{P_0}{2 T_0} = \frac{P_2}{T_0}$$

$$\frac{P_0 V_0}{2} = \nu_2 R T_2$$

$$2) \quad \frac{P_1 V_0}{P_2 V_0} = \frac{\nu_1 R T_0}{\nu_2 R T_0} \quad \text{— уравнение Менделеева — Клапейрона для конкретного состояния.}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2}$$

$$P_0 = P_1 + P_2 \quad \text{— общее давление в сосуде.}$$

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{\nu_1 + \nu_2}{\nu_1}$$

$$C \cdot \nu_1 (T_0 - T_1) = C \nu_2 (T_2 - T_0)$$

$$\nu_1 T_0 - \nu_1 T_1 = \nu_2 T_2 - \nu_2 T_0$$

$$T_0 =$$

Задача № 4

1) П.к. газы идеальные, но их давление меняем от температуры (и на всем процессе постоянны). Тогда уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$C J_1 (T_0 - T_1) = C J_2 (T_2 - T_0)$$

$$J_1 T_0 - J_1 T_1 = J_2 T_2 - J_2 T_0$$

$$T_0 = \frac{J_1 T_1 + J_2 T_2}{J_1 + J_2} = 240 \text{ K}$$

2) $P_1 V_0 = J_1 R T_0$
 $P_2 V_0 = J_2 R T_0$ — уравнение Менделеева-Клапейрона для конечных состояний газа.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{J_1}{J_2}$$

$P_0 = P_1 + P_2$ по закону Дальтона (P_0 — общее давление).

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{J_2}{J_1} + 1$$

$\frac{P_0 V_0}{2 T_1} = \frac{P_0 V_0}{T_0}$ — уравнение Клапейрона для первого газа.

$$\frac{P_0}{2 T_1} = \frac{P_1}{T_0}$$

$$P_1 = \frac{J_1 T_1 + J_2 T_2}{(J_1 + J_2) 2 T_1} P_0$$

$$\frac{P_0}{P_0} = \frac{2 T_1 (J_1 + J_2)}{J_1 T_1 + J_2 T_2} \left(\frac{J_2}{J_1} + 1 \right) = 2 \frac{7}{9}$$

Ответ: 1) 240 K ; 2) $2 \frac{7}{9}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 5

1) $1 \rightarrow 2$: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ - изобарный процесс. $\Rightarrow T_2 = nT_1$.

$2 \rightarrow 3$: $P = \alpha V$ - прямопропорциональная зависимость.

$\frac{PV}{T} = \text{const.}$ - уравнение Клапейрона.

$V^2 = \text{const.}, T$

$\frac{V_2^2}{T_2} = \frac{V_3^2}{T_3}$

$T_3 = n^2 T_2$

$T_3 = n^3 T_1$

$\frac{T_3}{T_1} = n^3 = 8$

2) $A_{12} = P_{12}(V_2 - V_1) = P_{12}V_2(n-1)$ - работа на изобарном процессе.

$A_{23} = \frac{1}{2}(P_2 + P_3)(V_3 - V_2) = \frac{1}{2}(P_2 + P_3) \frac{1}{2}V_3(n-1)$.

P_2 работе на $2 \rightarrow 3$, как площадь под графиком.

$\frac{P_2}{P_3} = \frac{V_2}{V_3}$

$P_3 = nP_2$

$A_{23} = \frac{1}{2} V_3 P_{12} (n-1)^2 = \frac{1}{2} n V_2 P_{12} (n-1)^2$

$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{2 P_{12} V_2 (n-1)}{n V_2 P_{12} (n-1)^2} = \frac{2}{n(n-1)} = \frac{1}{3}$.

Ответ: 1) 8 ; 2) $\frac{1}{3}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin 30^\circ = 0,5$

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$\frac{15}{7} m \Delta v^2$

$\frac{15}{7} \frac{m \Delta v_1^2}{M \Delta v_2^2} = \text{tg}^2 \alpha$

$\frac{30}{7} \frac{m \Delta v_1^2}{M \Delta v_2^2}$

~~Handwritten scribble~~

$\Delta v_1 = \frac{m_1}{M_1}$

$\Delta v_2 = \frac{m_2}{M_2}$

$\Delta v_0 = \frac{m_1 + m_2}{M_0}$

$\Delta v_0 = \Delta v_1 + \Delta v_2$

~~Handwritten scribble~~

$P_0 \Delta v_0 = \Delta v_0 R T_0$

$P_0 = P_1 + P_2 = \frac{\Delta v_1 R T_0}{\Delta v_0} + \frac{\Delta v_2 R T_0}{\Delta v_0}$

$\Delta T_0 = \dots$

~~Handwritten scribble~~

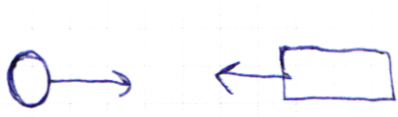
$\frac{2 \Delta v_1 R T_1}{\Delta v_0} = \dots$

$\frac{\Delta v_1}{\Delta v_0} = \frac{P_1}{P_0}$

$\frac{P_0 T_2}{P_0 T_1} = \frac{P_1}{P_2}$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
 $\text{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$



$$\frac{400}{240} \left(\frac{2}{3} + 1 \right) \sqrt{v_0} \frac{P_{01} + 2P_1}{P_{02} + 2P_2} = \frac{J_1 (T_1 + T_0)}{J_2 (T_2 + T_0)}$$

$$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2} = \frac{16 m v_1^2}{2} + \frac{M v_4^2}{2}$$

$$\frac{15}{2}$$

$$\frac{P_{01}}{2T_1} = \frac{P_1}{T_0}; \quad \frac{P_{02}}{2T_2} = \frac{P_2}{T_0}$$

$$\frac{J_0}{J_0 T_0}$$

~~$$\frac{J_1 + J_2}{T_0} = \frac{J_1}{T_1}$$~~

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{P_{01} V_0}{2} &= J_1 R T_1 \\ P_{01} V_0 &= J_1 R T_0 \\ \frac{P_{02} V_0}{2} &= J_2 R T_2 \\ P_2 V_0 &= J_2 R T_0 \end{aligned} \right.$$

$$P_0 = P_{01} + P_2$$

$$P_0 V_0 = R T_0 (J_1 + J_2)$$

$$P_2 = \frac{R T_0 (J_1 + J_2)}{V_0} - P_1$$

$$V_0 (P_1 + P_2) = 2 (J_1 + J_2) R T_0$$

~~$$V_0 T_0 \left(\frac{P_{01}}{T_1} + \frac{P_{02}}{T_2} \right) = (J_1 + J_2) R T_0$$~~

$$V_0 T_0 \left(\frac{2 J_1 R T_1}{V_0 T_1} + \frac{2 J_2 R T_2}{V_0 T_2} \right) = (J_1 + J_2) R T_0$$

~~$$2 J_1 R T_0 + 2 J_2 R T_0 = J_1 + J_2$$~~

$$\frac{P_{01}}{P_{02}} = \frac{J_1 T_1}{J_2 T_2}$$

$$\frac{P_{01}}{2T_1} = \frac{P_1}{T_0}$$

~~$$\frac{P_{02}}{2T_2} = \frac{P_2}{T_0}$$~~

$$\frac{P_{02}}{2T_2} = \frac{P_2}{T_0}$$

$$\frac{P_{01} T_2}{P_{02} T_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\frac{P_{01}}{P_0}$$

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\frac{P_{01}}{2T_1} = \frac{P_1}{T_0}; \quad \frac{P_{02}}{2T_2} = \frac{P_2}{T_0}$$

$$P_0 = T_0 \left(\frac{P_{01}}{2T_1} + \frac{P_{02}}{2T_2} \right)$$

~~$$m_1 v_0 = 3 \cdot 0,5 m_1 v_0 \rightarrow 0,5 m_1 v_0$$~~

$$\frac{P_{01}}{P_{02}} = \frac{J_1 T_1}{J_2 T_2}$$

$$T_0 = \frac{J_1 T_1 + J_2 T_2}{J_1 + J_2} = \frac{6(200 + 100)}{5} = 240 \text{ K}$$

~~$$(J_1 + J_2) R T_0 = J_1 T_1 R + J_2 T_2 R$$~~

~~$$P_{01} + P_{02} = \frac{P_1 T_0}{T_1} + \frac{P_2 T_0}{T_2}$$~~

$$V_0 \left(\frac{P_{01}}{2} + P_1 \right) = J_1 R (T_1 + T_0)$$

$$V_0 \left(\frac{P_{02}}{2} + P_2 \right) = J_2 R (T_2 + T_0)$$