

# Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 15-001

(заполняется секретарём)

## Вариант 10-03

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли, на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом  $\alpha=30^\circ$  к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время  $t_0=1,5$  секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии  $L$  от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту  $H$  от поверхности земли до места удара мяча о стену. Ускорение свободного падения считать равным  $10 \text{ м/с}^2$ .

2. Шарик массой  $m_1$ , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой  $m_2$ , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой  $m_1$  начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 3 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс  $\frac{m_2}{m_1}$ .
- 2) Найти отношение скорости шарика массой  $m_2$ , после столкновения к скорости шарика массой  $m_1$  до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 2 раза больше его начальной скорости.

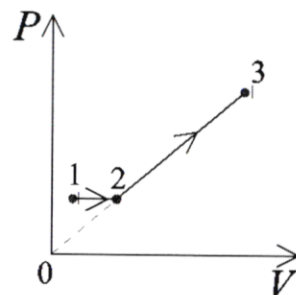
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся  $\nu_1=1/3$  моль одноатомного идеального газа при температуре  $T_1=300 \text{ К}$  и  $\nu_2=1/5$  моль другого одноатомного идеального газа при температуре  $T_2=500 \text{ К}$ . Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой  $T_2$ .

5. Объем идеального газа увеличивается в  $n=3$  раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в  $n=3$  раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа  $P$  от его объема  $V$ .



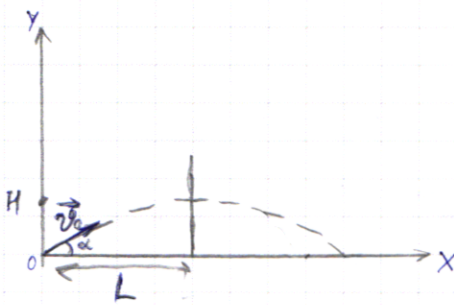


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:  
 $\alpha = 30^\circ$   
 $t_0 = 1,5 \text{ с}$   
 $g = 10 \text{ м/с}^2$   
 $L; H - ?$

Решение:



Так как удар абсолютно упругий, то скорость до отскока (в момент удара) равна скорости сразу после отскока, поэтому траектория

пути мяча до и после удара можно считать в параболу - траекторию мяча ~~и~~ при отсутствии стены. Так как мяч вернулся в начальное положение, то эти ветви <sup>совпадают,</sup> ~~симметричны~~ <sup>пара-</sup> ~~метричны~~ <sup>про-</sup> ~~симметричны~~ относительно ~~стены~~ <sup>стены</sup> находится в середине ~~траектории~~ <sup>траектории</sup> мяча ~~были~~:  $S_{x1} = v_{x1} t_1 = S_2 = v_{x2} t_2 = L$  - где  $v_{x1}$  ~~начальная~~ <sup>горизонтальная</sup> скорость на ось ~~OX~~ <sup>Ox</sup> и т.к. она остается неизменной, то  $v_{x1} = v_{x2}$ ;  $L = \frac{1}{2} S_{\text{max}}$ , ~~где~~  $S_{\text{max}}$  - ~~максимальное~~ <sup>максимальное</sup> перемещение по оси  $Ox$ :  $S_{\text{max}} = v_0 t_n \cos \alpha$   $v_0$  - скорость в <sup>начале полета</sup> ~~начале~~  $t_n$  - время всего полета  $\sin \alpha(t_0)$

$Oy: y = v_0 t_0 \sin \alpha - \frac{gt_0^2}{2} = 0;$

$v_0 = \frac{gt_0}{2 \sin \alpha}; \quad S_{\text{max}} = \frac{gt_0^2}{2 \tan \alpha}; \quad L = \frac{gt_0^2}{4 \tan \alpha}; \quad L = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 2,25 \text{ с}^2}{4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = 5,625 \sqrt{3} \text{ м.}$

$H = H_{\text{max}}$  (середина параболы)  $H_{\text{max}} = v_0 t_1 \sin \alpha - \frac{gt_1^2}{2}$ , где  $t_1$  - время подъема

Так как ветви параболы симметричны, то  $t_1 = t_2 = \frac{1}{2} t_0$   
 $H_{\text{max}} = \frac{gt_0}{2 \sin \alpha} \cdot \frac{1}{2} t_0 \sin \alpha - \frac{g t_0^2}{8} = \frac{g t_0^2}{8}; \quad H = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 2,25 \text{ с}^2}{8} = 2,8125 \text{ м}$

Ответ:  $L = 5,625 \sqrt{3} \text{ м}; \quad H = 2,8125 \text{ м}$

№2

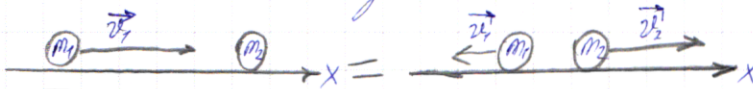
Дано:

$m_1, m_2$

$v_1' = \frac{1}{3}v_1$

$\frac{m_2 \cdot v_2' - ?}{m_1} \cdot v_1$

Решение: В СО земли:



По ЗУ:  $m_1 v_1' = m_1 v_1 + m_2 v_2'$

ОХ:  $m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_1 v_1'$

$m_1(v_1 + v_1') = m_2 v_2$  (1)

По ЗЭ:

$\frac{m_1 v_1'^2}{2} = \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \frac{m_1 v_1^2}{2}$   $m_1 v_1'^2 = m_2 v_2'^2 + m_1 v_1^2$

$m_1(v_1'^2 - v_1^2) = m_2 v_2'^2$  (2)

Поделим 2 на 1:  ~~$v_1 - v_1' = v_2'$~~

$\frac{2}{3}v_1 = v_2'$  (3)  $\frac{v_2'}{v_1} = \frac{2}{3}$

Подставим 3 в 1:  $m_1(v_1 + \frac{1}{3}v_1) = m_2 \cdot v_1 \cdot \frac{2}{3}$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_1 \cdot \frac{2}{3}}{v_1 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{1}{2}$

Ответ:  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$   $\frac{v_2'}{v_1} = \frac{2}{3}$

№3

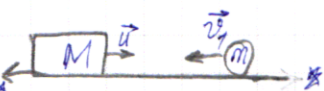
Дано:

$M \gg m$

$v_2 = 2v_1$

$\frac{v_1 - ?}{u}$

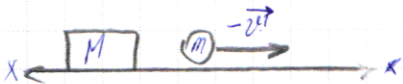
Решение: ~~Кача~~ До удара в СО земли:



Перейдем в СО относительно бруска: , где  $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$

ОХ:  $v' = v + u$

После столкновения в СО бруска:



В СО земли , где  $\vec{v}_2 = -\vec{v}' + \vec{u} = 2\vec{u} - \vec{v}'$

ОХ:  ~~$2u = 2u + v_1'$~~

$-v_2 = -2u - v_1'$

$v_2 = 2u + v_1'$

~~$v_2 = 2v_1 = 2u + v_1'$~~

$v_2 = 2v_1 = 2u + v_1'$

$v_1 = 2u$

$\frac{v_1}{u} = 2$

Ответ:  $\frac{v_1}{u} = 2$

№4.

Дано:

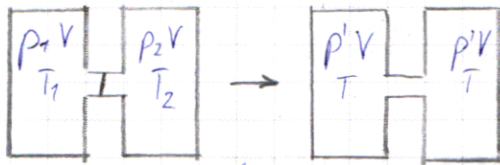
$$\nu_1 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{5} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$T, \frac{p'}{p_2} = ?$$



По ~~уравнению~~ Менделеева-Клапейрона:

$$p_1 V = \nu_1 R T_1; \quad p_2 V = \nu_2 R T_2;$$

так как  $\nu_1 T_1 = \nu_2 T_2$ , то  $p_1 = p_2 = p$ .

$$p' V = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} R T;$$

$$\frac{p'}{p_2} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) T}{2 \nu_1 T_1};$$

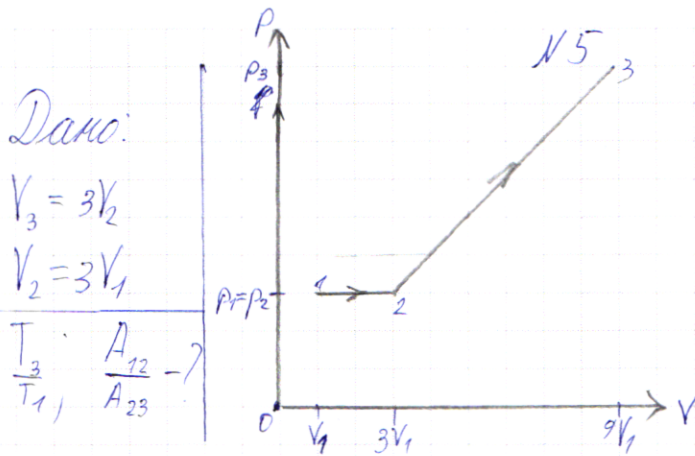
По 3СЭ:  $\frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{3}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T;$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}; \quad T = \frac{\frac{1}{3} \text{ моль} \cdot 300 \text{ K} + \frac{1}{5} \text{ моль} \cdot 500 \text{ K}}{\frac{1}{3} \text{ моль} + \frac{1}{5} \text{ моль}} = \frac{15 \cdot 200}{8} = 375 \text{ K}$$

$$\frac{p'}{p_2} = \frac{(\frac{1}{3} \text{ моль} + \frac{1}{5} \text{ моль}) \cdot 375 \text{ K}}{2 \cdot \frac{1}{3} \text{ моль} \cdot 300 \text{ K}} = 1$$

Ответ:  $T = 375 \text{ K}; \quad \frac{p'}{p_2} = 1.$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1-2: изобарный процесс. По закону Гей-Люссака:  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = 3; \quad T_2 = 3T_1 \quad A = p_1(V_2 - V_1) = p_2 \cdot 2V_1 = 2p_2V_1$$

2-3: По уравнению Менделеева Клапейрона:

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3}; \quad \text{Пусть } p = kV \text{ - прямая пропорциональность}$$

$k$  - коэффициент

$$p_2 = kV_2; \quad p_3 = kV_3 \quad p_2 = \frac{V_2}{2} \quad p_3 = 3p_2$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{p_2 V_2} = \frac{kV_3^2}{kV_2^2} = 9 \quad T_3 = 9T_2 = 27T_1$$

$$\frac{T_3}{T_1} = 27$$

Из геометрического смысла работа - площадь фигуры под графиком  $(p; V)$ :  $A_{23} = \frac{p_3 + p_2}{2} (V_3 - V_2) = \frac{4p_2}{2} \cdot 2V_2 = 12p_2V_1$

$$A_{23} \quad \frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{2p_2V_1}{12p_2V_1} = \frac{1}{6}$$

Ответ:  $\frac{T_3}{T_1} = 27; \quad \frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{1}{6}$

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2 \quad (2)$$

Поделим на 1

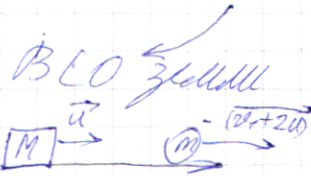
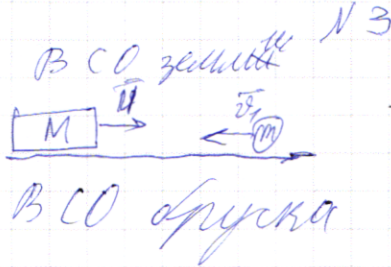
$$v_1 - v_1' = v_2', \quad \frac{2v_1}{3} = v_2', \quad \frac{v_1'}{v_1} = \frac{2}{3} \quad \text{вз: } \frac{m_1}{m_2} = \frac{3v_2'}{4v_1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

Дано:

$$M \gg m$$

$$v_2 = 2v_1$$

$$\frac{v_1'}{v_1} = ?$$



$$v_1 + 2u = v_2 = 2v_1$$

$$v_1 = 2u$$

$$\frac{v_1'}{u} = 2$$

Дано:

$$V_1 = V_2 = V$$

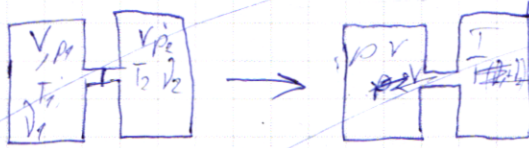
$$v_1 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$v_2 = \frac{1}{5} \text{ моль}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$T; \frac{p}{p_2} = ?$$



По закону М-К:  $p_1 V = \nu_1 R T_1$   
 $p_2 V = \nu_2 R T_2$

По закону Дальтона  $p = p_1 + p_2 = \frac{\nu_1 R T}{2V} + \frac{\nu_2 R T}{2V} = \frac{RT}{2V} (\nu_1 + \nu_2) = \frac{RT}{2V} \left( \frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right) = \frac{T}{2} \left( \frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right)$

$$\nu_1 T_1 = \nu_2 T_2 \Rightarrow p_1 = p_2$$

$$p = \frac{p_2 T}{2} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \quad T = \frac{2(p_1 + p_2)}{p_2 \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)}$$

$$p_1 \frac{V}{T_1} = p_2 \frac{2V}{T} \quad T = T_1 \frac{2p_1}{p_2}$$

$$T = T_2 \frac{2p_2}{p_2}$$

$$T = T_2 \frac{2p_1}{p_2} + T_1 \frac{2p_1}{p_2} = \frac{(2p_1 + 2p_2) T_1 T_2}{p_2 (T_1 + T_2)} = \frac{2 T_1 T_2 p_2 + 2 T_2^2 p_2 + 2 T_1^2 p_1 + 2 T_1 T_2 p_1 - 2 p_1 T_1 T_2}{p_2 (T_1 + T_2)}$$







$$p_1 v_1 = p' \cdot 2V \quad p_1' + p_2' = 2p'$$

$$p_1' = \frac{1}{2} p' \quad \frac{p_1'}{p} = \frac{T_1}{T} \quad - \text{из } \frac{p_1' T_1 (v_1 + v_2)}{2} = p' T$$

$$p_1' = \frac{T_1}{T} p$$

$$p' = \frac{(v_1 + v_2) R T}{2V} = \dots$$

$$V = \frac{v_1 \cdot R T_1}{p}$$

$$p' = \frac{(v_1 + v_2) T}{2 T_1} p$$

$$\frac{p'}{p} = \frac{(v_1 + v_2) T}{2 T_1}$$

$$T = \frac{2 p v_1}{(v_1 + v_2) R}$$

$$T = \frac{800}{4 \cdot 300} = \frac{8}{15 \cdot 300}$$

По 3СЭ для изохорного процесса для сосуда

$$\frac{3}{2} v_1 R T_1 + \frac{3}{2} v_2 R T_2 = \frac{3}{2} (v_1 + v_2) R T$$

$$p \frac{p'}{2p} = \frac{T_1}{T}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Дано:

$$\nu_1 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

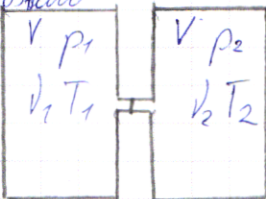
$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{5} \text{ моль}$$

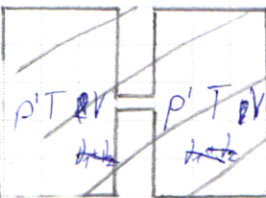
$$T_2 = 500 \text{ К}$$

Решение:

Было



Стало:



По закону Менделеева-Клапейро-  
но:  $p_1 V = \nu_1 R T_1$ ,  $p_2 V = \nu_2 R T_2$ .

Поскольку  $\nu_1 T_1 = \nu_2 T_2$ , то  $p_1 = p_2 = p$

По закону Менделеева-Клапейрона:

$$p'_1 2V = \nu_1 R T$$

$$p'_2 \cdot 2V = \nu_2 R T$$

$$\frac{p'_1}{p'_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\frac{1}{3} \text{ моль}}{\frac{1}{5} \text{ моль}} = \frac{5}{3}$$

$p'_1$  - давление первого газа после открытия клапана  
 $p'_2$  - давление второго газа после открытия клапана.

По закону Дальтона:

$$p' = p'_1 + p'_2 = \frac{8}{3} p'_1$$

~~$p'_1 = p'_2 = p'$  - давление в каждом сосуда;~~

~~$$p' V = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} R T;$$~~

~~$$\frac{p_1}{2p'_1} = \frac{T_1}{T}, \quad \frac{p_2}{2p'_2} = \frac{T_2}{T}, \quad p_0 V = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} R T$$~~

~~$$p' V = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} R T;$$~~

~~$$p_0 V = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} R T =$$~~

~~$$p'_1 = \frac{2 \nu_1 T_1}{(\nu_1 + \nu_2) T}$$~~

~~$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{2p'_1}{T}$$~~

~~$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{2p'_2}{T}$$~~

~~$$= p'_1 V + p'_2 V$$~~

~~$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{2p'_1}{T}$$~~

~~$$p_0 = p'_1 + p'_2$$~~

~~$$p_0 = p'$$~~

~~$$V = \frac{2 \nu_1 T_1}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 15}{8} = 375$$~~

По БСЗ

~~$$\frac{3}{2} p R T_1 + \frac{3}{2} p R T_2 = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T;$$~~

~~$$3T_1 = 2T_2 \Rightarrow$$~~

~~$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T, \quad T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{200 \cdot 15}{8} = 375$$~~

$$2p_1'V = \nu_1 RT \quad 2p_2'V = \nu_2 RT$$

$$p_1' = \frac{\nu_1}{\nu_2} p_2' = \frac{5}{3} p_2' \quad p' = p_1' + p_2' = \frac{8}{3} p_2'$$

$$\underline{p_2' = \frac{3}{8} p'}$$

$$(\nu_1 + \nu_2) = \frac{pV}{R} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)$$

$$2Vp' = p_2 V \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) T$$

$$T = \frac{2p'}{p_2 \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)} = \frac{2p' T_1 T_2}{p_2 (T_1 + T_2)} = \frac{16 T_1 T_2}{3(T_1 + T_2)}$$

$$\frac{p_1' V}{T_1} = \frac{p_2' V}{T_2} = \frac{p_2' V}{T}$$

$$T = T_2 \frac{2p_2'}{p_1'}$$

$$T = \frac{16 \cdot 300 \cdot 500}{3(300 + 500)} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 500}{3} = 1000 \text{ K}$$

$$\frac{p_1' V}{T_1} = \frac{p_2' V}{T_2}$$

$$T = \frac{2p' V}{R(\nu_1 + \nu_2)} = \frac{16 V p_2'}{3 R(\nu_1 + \nu_2)}$$

$$\nu_1 + \nu_2 = \frac{pV}{R} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)$$

$$2p' = \frac{pV}{R} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \cdot p' = \frac{V}{R} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) p'$$

$$p' V = \frac{pV}{2R} T R \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \Rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{T}{2} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)$$

$$Q_1 = C_{\nu_1} \nu_1 \Delta T_1$$

$$Q_2 = C_{\nu_2} \nu_2 \Delta T_2$$

$$C_{\nu_1} \nu_1 (T - T_1) = C_{\nu_2} \nu_2 (T_2 - T)$$

$$\frac{p_1' V}{T} = \frac{p_2' V}{T_1} = \frac{p_2' V}{T_2}$$

$$T_1 = T_2 \frac{p_1'}{p_2'} = T_2 \frac{p_1'}{p_2'}$$

$$p_1' V = p_2' V$$

$$p_1' = x p$$

$$p_2' = \frac{2}{3} x p$$

$$\frac{p_1'}{p_2'} = \frac{\nu_1}{\nu_2}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2}$$

$$p = \frac{3}{5} x p$$

$$x = \frac{5}{8}$$

$$p_1 V = \nu_1 R T_1$$

$$p_2 V = \nu_2 R T_2$$

$$2p_1' V = \nu_1 R T$$

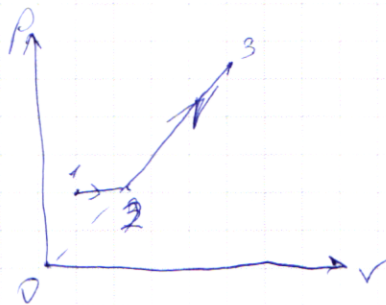
$$2p_2' V = \nu_2 R T$$

$$\frac{2p_1'}{p_2'} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2}$$

$$\frac{2p_1'}{p_2'} = \frac{T_1}{T_2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:  $V_3 = 3V_2$   
 $V_2 = 3V_1$   
 $\frac{I_1}{T_1} \mid \frac{A_{12}}{A_{23}} - ?$



из центрального угла графика pV  
 $A_{12}$  Для 2-3:  $A = \frac{P_2 + P_3}{2} (V_3 - V_2) = \frac{kV_1 + kV_3}{2} (3V_2 - V_2) = \frac{k}{2} (V_3^2 - V_2^2) = \frac{k}{2} (9V_2^2 - V_2^2) = 4kV_2^2$

Для 1-2: изобарный.

По закону Гей-Люссака:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = 3$$

$$T_2 = 3T_1; \quad A_{12} = p_1 \Delta V = p_1 (V_2 - V_1) = p_1 \cdot 2V_1$$

Для 2-3:  $\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3}$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_2 V_3}{p_3 V_2} = \frac{kV_3^2}{kV_2^2} = 9$$

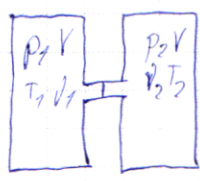
$$T_3 = 9T_2 = 27T_1$$

$$\frac{T_3}{T_1} = 27$$

~~$pV = \nu RT$~~   
 ~~$kV^2 = \nu RT$~~   
 ~~$kV_2^2 = \nu RT_2$~~   
 ~~$kV_3^2 = \nu RT_3$~~   
 $\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{1}{6}$

14.

Дано:  
 $V_1 = \frac{1}{3}$  моль  
 $V_2 = \frac{1}{5}$  моль  
 $T_1 = 300$  К  
 $T_2 = 500$  К  
 $\frac{T_1}{T_2} \mid \frac{p_1}{p_2} - ?$



По закону уравнения М-К:  
 $p_1 V_1 = \nu_1 R T_1; \quad p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$   
 П.к.  $\nu_1 T_1 = \nu_2 T_2 \quad p_1 = p_2 = p$

По закону Дальтона:  
 $p'V = p_1'V + p_2'V = \frac{\nu_1 RT}{2V} + \frac{\nu_2 RT}{2V} \quad 2p'V = (\nu_1 + \nu_2) RT$