

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр

11-005

(заполняется секретарём)

Вариант 10-03

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли, на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=1,5$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.
Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 3 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 , после столкновения к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 2 раза больше его начальной скорости.

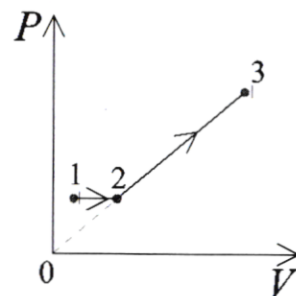
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/3$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=300 \text{ К}$ и $\nu_2=1/5$ моль другого одноатомного идеального газа при температуре $T_2=500 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_2 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=3$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=3$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Дано

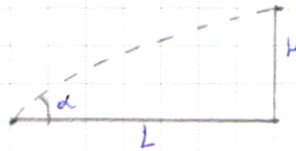
$$\alpha = 30^\circ$$

$$t_{\text{max}} = 1,5 \text{ с}$$

$$L = ?$$

$$H = ?$$

Решение



Сначала нам нужно найти высоту от поверхности земли до места удара мяча о стену. Для этого

мы находим максимальную высоту подъёма мяча. $H_{\text{max}} = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$, так как $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$.

Нам не известно начальная скорость. Поэтому мы

используем уравнение $v_0 t_{\text{max}} \sin \alpha - \frac{gt_{\text{max}}}{2} = 0$, так как

через время t_{max} мяч упал на то же место.

$$v_0 t_{\text{max}} \sin \alpha - \frac{gt_{\text{max}}^2}{2} = 0$$

$$v_0 t_{\text{max}} \sin \alpha = \frac{gt_{\text{max}}^2}{2}$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{gt_{\text{max}}}{2}$$

$$v_0 = \frac{gt_{\text{max}}}{2 \sin \alpha}$$

Мы вставим эту формулу в формулу $H_{\text{max}} = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$, где $t = \frac{t_{\text{max}}}{2}$, так как время подъёма и спуска мяча равны.

$$H = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

$$H = \frac{gt_{\text{max}}}{2 \sin \alpha} \cdot \frac{t_{\text{max}}}{2} \sin \alpha - \frac{g \cdot \frac{t_{\text{max}}^2}{4}}{2} = \frac{gt_{\text{max}}^2}{4} - \frac{gt_{\text{max}}^2}{8} = \frac{gt_{\text{max}}^2}{8}$$

$$H = \frac{g t_{\text{max}}^2}{8} = \frac{10 \cdot 2,25}{8} = \frac{22,5}{8} \approx 2,81 \text{ м}$$

Теперь нам нужно найти горизонтальное расстояние от стены до мяча, которое равно длине поля

$$S = v_{0x} t$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$


$$S = v_0 t \cdot \cos \alpha = \frac{g t \sin \alpha}{2 \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{t \sin \alpha}{2} \cdot \cos \alpha = \frac{g t^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha}{4 \cdot \sin \alpha} = \frac{10 \cdot 2,25 \cdot 0,866}{2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}} =$$

$$= 5 \cdot 2,25 \cdot 0,866 = 11,25 \cdot 0,866 = 9,7425 \text{ м} \quad S = L$$

Ответ: $L = 9,7425 \text{ м}$ $H \approx 2,81 \text{ м}$

2) Дано: m_1 , m_2 , $v_1 = v$, $v_2 = \frac{v}{3}$

Решение:



Согласно закону сохранения энергии энергия кинетическая не теряется, а переходит в другой вид или в другое тело. Следовательно

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 v^2}{2} + \frac{m_1 v_2^2}{2}$$

Из этого уравнения находим v_2 .

$$m_1 v_1^2 = m_2 v^2 + m_1 v_2^2$$

$$m_2 v^2 = m_1 v_1^2 - m_1 v_2^2$$

$$v^2 = \frac{m_1 (v_1^2 - v_2^2)}{m_2}$$

$$v' = \sqrt{\frac{m_1}{m_2} \cdot (v_1^2 - v_2^2)} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2} \cdot \left(\frac{9v^2 - v^2}{9}\right)} = \sqrt{\frac{8v^2}{9} \cdot \frac{m_1}{m_2}} =$$

$$= \frac{v}{3} \cdot \sqrt{\frac{8m_1}{m_2}}$$

Согласно закону сохранения импульса

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = \text{const}$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2' + m_1 v_2$$

$$m_1 v_1 - m_1 v_2 = m_2 v_2'$$

$$m_1 (v_1 - v_2) = m_2 v_2'$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1 - v_2}{v_2'} = \frac{v - \frac{v}{3}}{\frac{2v}{3}} = \frac{2v}{3 \cdot \frac{2v}{3}} = \frac{2v}{2v} = 1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2v}{3 \cdot \frac{v}{3} \cdot \sqrt{\frac{8m_1}{m_2}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{8m_1}{m_2}}}$$

$$\frac{m_2}{m_1} \cdot \sqrt{\frac{8m_1}{m_2}} = 2$$

$$\frac{m_2 \sqrt{8}}{m_1 \sqrt{m_2}} \cdot \frac{\sqrt{8m_1}}{m_2} = 4$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{8}{4} = \frac{1}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{g'}{g_1} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{8m_1}{m_2}}}{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{8m_1}{9m_2}}$$

Так как $\frac{m_2}{m_1} = 0,5$, следовательно $\frac{m_1}{m_2} = 2$

$$\frac{g'}{g_1} = \sqrt{\frac{8 \cdot 2}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

Ответ: $\frac{g'}{g_1} = \frac{4}{3}$; $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2}$

4) Дано

$$V_1 = \frac{1}{3} \text{ моль}$$

$$V_2 = \frac{1}{5} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$T_2 = 500 \text{ К}$$

$$T - ?$$

$$\frac{P_2}{P_0} - ?$$

Решение

После открытия крана происходит
перемешивание газов.

$$a_1 = a_2$$

$$\nu m_1 (T - T_1) = \nu m_2 (T_2 - T)$$

$$\nu_1 \nu (T - T_1) = \nu_2 \nu (T_2 - T)$$

$$\nu_1 T - \nu_1 T_1 = \nu_2 T_2 - \nu_2 T$$

$$\nu_1 T + \nu_2 T = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2$$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{300 \cdot \frac{1}{3} + 500 \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}} = \frac{200}{\frac{8}{15}} = \frac{200 \cdot 15}{8} = 375 \text{ К}$$

$$\frac{P_2}{\nu_2 T_2} = \frac{P_0}{\nu T}$$

$$\frac{P_2}{P_0} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu T} = \frac{\nu_2 T_2}{(\nu_1 + \nu_2) T} = \frac{100}{\frac{8}{15} \cdot 375} = \frac{1500}{375 \cdot 8} = \frac{1500}{3000} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $T = 375 \text{ К}$
 $\frac{P_2}{P_0} = \frac{1}{2}$

5) Дано

$$V_1 = V$$

$$V_2 = 3V$$

$$V_3 = 9V$$

$$\frac{T_3}{T_1} = ?$$

$$\frac{A_{(PV)}}{A_{из}} = ?$$

$$\frac{A_{(PV)}}{A_{из}} = ?$$

Решение: $P = \text{const}$

$$\frac{V_1}{\nu RT_1} = \frac{V_2}{\nu RT_2}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$T_2 = 3T_1$$

$$P = \frac{\nu RT}{V}$$

$$P_2 = \frac{\nu RT_2}{V_2}$$

$$P_3 = \frac{\nu RT_3}{V_3}$$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{\frac{\nu RT_3}{V_3}}{\frac{\nu RT_2}{V_2}} = \frac{T_3 V_2}{T_2 V_3} = \frac{3T_3}{3T_2}$$

$$\frac{P_3}{P_2} = 3 \quad \frac{T_3}{T_2} = 1$$

$$T_2 = T_3$$

$$T_2 = 3T_1$$

$$\frac{T_3}{T_1} = 3$$

$$A_{из} = P \Delta V_1 = 2PV$$

$$A_{(PV)} = P \Delta V_2 = P \left(\frac{\nu RT_3}{P} - \frac{\nu RT_2}{P} \right) = \frac{\nu R(T_3 - T_2)}{P}$$

$$= \nu R(T_3 - T_2) = 2\nu RT$$

$$\frac{A_{(PV)}}{A_{из}} = \frac{2\nu RT}{2PV} = \frac{\nu RT}{PV}$$

Ответ: $\frac{T_3}{T_1} = 3$ - 6 мпм разга

$$\frac{A_{(PV)}}{A_{из}} = \frac{\nu RT}{PV}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) Дано

$$V_1$$

$$V_2 = 3V_1$$

$$V_3 = 3V_2$$

$$\frac{T_3}{T_1} = ?$$

$$\frac{A_2}{A_3} = ?$$

$$\frac{A_2}{A_3} = ?$$

Решение

$$P = \text{const}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 3$$

$$A = P \Delta V$$

$$P = \frac{\gamma R T}{V}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 3$$

$$V_2 = V$$

$$V_3 = 3V$$

$$P_2 = \frac{\gamma R T_2}{V}$$

$$P_3 = \frac{\gamma R T_3}{3V}$$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{\frac{\gamma R T_3}{3V}}{\frac{\gamma R T_2}{V}} = \frac{T_3 V_2}{T_2 V_3} = 2$$

$$3 T_3 V_3 = T_2 V_2$$

$$3 \cdot 3 T_3 V_2 = 3 T_1 V_2$$

$$3 T_3 = T_1$$

$$\frac{T_1}{T_3} = 3$$

$$A_{\text{воздуха}} = P \Delta V = 2 P V$$

$$A_{(PV)} = P \Delta V =$$

$$m_1 g_1 - m_1 g_2 = m_1 g_2 + m_2 g$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{2g}{\cancel{g} \cdot \sqrt{\frac{8m_1}{8m_2}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{8m_1}{m_2}}}$$

$$\frac{m_2}{m_1} \cdot \sqrt{\frac{8m_1}{m_2}} = 2$$

$$\sqrt{\frac{m_2^2}{m_1^2} \cdot \frac{8m_1}{m_2}} = 2$$

$$\frac{m_2^2}{m_1^2} \cdot \frac{8m_1}{m_2} = 4$$

$$\frac{m_2 \cdot 8}{m_1} = 4$$

$$a) \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$b) \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{2\sqrt{g} \cdot \cancel{g} \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}}{\cancel{g}} = \sqrt{\frac{8m_1}{9m_2}}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 0,5$$

$$\frac{m_1}{m_2} = 2$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

Ответ: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2}$
 $\frac{v_2}{v_1} = \frac{4}{3}$

34) Дано Решение

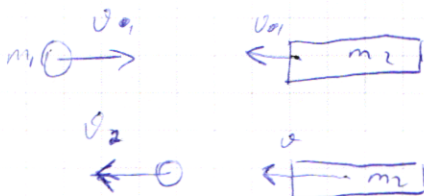
m_1

m_2

$v_1 = v$

$v_2 = 2g$

$\frac{v_{01}}{v_{02}} = ?$



4) Дано

$\nu_1 = \frac{1}{3} \text{ моль}$

$\nu_2 = \frac{1}{5} \text{ моль}$

$T_1 = 300 \text{ K}$

$T_2 = 500 \text{ K}$

$T = ?$

$\frac{P_2}{P_02} = ?$

Решение

$$P_1 V = \nu_1 R T_1$$

$$V P_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{P_1}$$

$$P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$\frac{P_2 \nu_2 R T_2}{P_1} = \nu_2 R T_2$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1}$$

$$P_1 \nu_2 T_2 = P_2 \nu_1 T_1 = P_1 \nu_1 T_1$$

$$P_1 = \frac{P_2 \nu_1 T_1}{\nu_2 T_2}$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$c \frac{\nu_1}{M} (T - T_1) = c \frac{\nu_2}{M} (T_2 - T)$$

$$\nu_1 T - \nu_1 T_1 = \nu_2 T_2 - \nu_2 T$$

$$\nu_1 T + \nu_2 T = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2$$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 300 + \frac{1}{5} \cdot 500}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} =$$

$$= \frac{200}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{25}{8} \cdot 200 = 375 \text{ K}$$

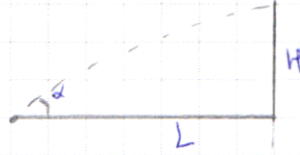
$$\begin{array}{r} 375 \\ 8 \\ \hline 3000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200/8 \\ -16 \cdot 25 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 15 \\ \hline 125 \\ + 25 \\ \hline 375 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

<p>1) Дано</p> <p>$\alpha = 30^\circ$</p> <p>$t_{\text{max}} = 1,5 \text{ c}$</p> <p>$L = ?$</p> <p>$H = ?$</p>	<p>Решение</p>
---	----------------



$$v_0 t \sin \alpha - g \frac{t^2}{2} = H$$

$$v_0 t_{\text{max}} \sin \alpha - g \frac{t_{\text{max}}^2}{2} = 0$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{g t_{\text{max}}}{2}$$

$$v_0 = \frac{g t_{\text{max}}}{2 \sin \alpha}$$

$$H = v_0 t \sin \alpha - g \frac{t^2}{2}$$

$$t = \frac{t_{\text{max}}}{2}$$

$$H = v_0 \cdot \frac{t_{\text{max}}}{2} \cdot \sin \alpha - g \frac{t_{\text{max}}^2}{8}$$

$$= \frac{g t_{\text{max}}}{2 \sin \alpha} \cdot \frac{t_{\text{max}}}{2} \cdot \sin \alpha - \frac{g t_{\text{max}}^2}{8} = \frac{g t_{\text{max}}^2}{4} - \frac{g t_{\text{max}}^2}{8} = \frac{g t_{\text{max}}^2}{8} =$$

$$\frac{10 \cdot 2,25}{8} = 2,8125 \text{ m}$$

$$\begin{array}{r} 22,5 \mid 2 \\ \underline{-11,25} \\ 02 \\ \underline{-0} \\ 05 \\ \underline{-0} \\ 100 \\ \underline{-0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,25 \\ \underline{-1,25} \\ 1,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,25 \\ + 8,66 \\ \hline 6,750 \\ + 6,750 \\ \hline 9,000 \\ + 9,000 \\ \hline 9,74250 \end{array}$$

$$L = v_0 \cos \alpha = \frac{g t_{\text{max}}}{2 \sin \alpha} \cdot \frac{t_{\text{max}}}{2} \cdot \cos \alpha = \frac{g t_{\text{max}}^2}{4} \cdot \text{ctg} \alpha = \frac{10 \cdot 2,25}{4} \cdot 2,25 =$$

$$L = \frac{g t_{\text{max}}^2}{4} \cdot \text{ctg} \alpha = \frac{10 \cdot 2,25}{4} \cdot 0,866 = 4,866$$

$$L = \frac{10 \cdot 2,25}{2} \cdot 0,866 = 9,7425 \text{ m}$$

Ответ: $H \approx 2,81 \text{ m}$

$L = 9,7425 \text{ m}$

$$\begin{array}{r} 22,5 \mid 8 \\ \underline{-16} \\ 65 \\ \underline{-64} \\ 10 \\ \underline{-8} \\ 20 \end{array}$$

и дано

m_1

m_2

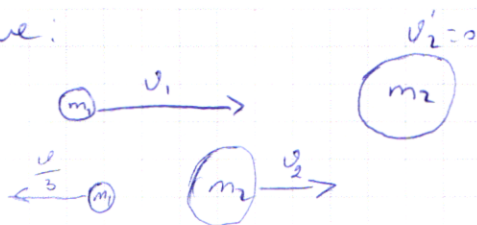
$v_1 = v$

$v_2 = \frac{v}{3}$

$\frac{m_2}{m_1} = ?$

$\frac{v_2}{v_1} = ?$

Решение:



$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 v^2}{2}$$

$$\cancel{\frac{m_2 v_2^2}{2}} = m_1 v_1^2 - m_1 v^2$$

$$m_1 (v_1^2 - v^2) = m_2 v_2^2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1^2 - v^2}{v_2^2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{m_1 (v_1^2 - v^2)}{m_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2} \cdot (v^2 - \frac{v^2}{3})}$$

~~$$= \sqrt{8v^2 \cdot \frac{m_1}{m_2}} = 2v \sqrt{2 \frac{m_1}{m_2}} = 2\sqrt{2} v \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$~~

~~$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{9v^2 - v^2}{9 \cdot 2\sqrt{2} v \cdot \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}}$$~~

$$v_2 = \sqrt{\frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{(9v^2 - v^2)}{3}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{8v^2}{3}} =$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot v \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

~~$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{9v^2 - v^2}{\frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{(9v^2 - v^2)}{3}} = \frac{9v^2 - v^2}{\frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{8v^2}{3}} = \frac{m_2}{m_1}$$~~

$P_1 + P_2 + \dots + P_n = const$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 + m_1 v$$

$$m_1 (v_1 - v) = m_2 v_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1 - v}{v_2} = \frac{\frac{2v}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot v \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}} =$$

$$= \frac{2v}{2\sqrt{2} v \cdot \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}}$$

~~20~~