

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

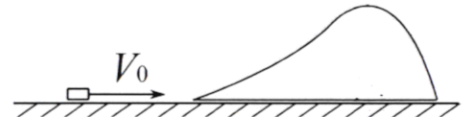
Шифр 5-023

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

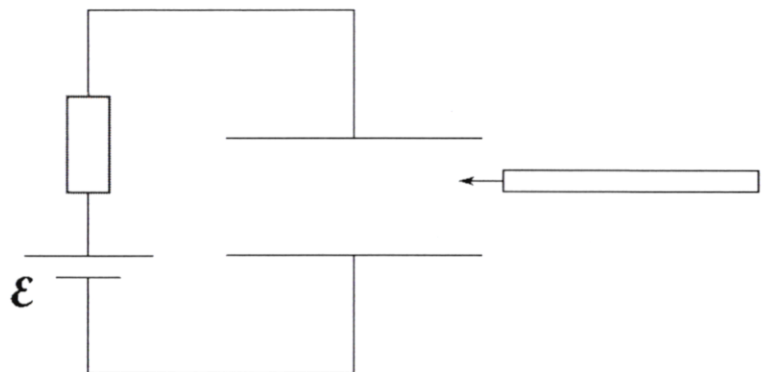


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27°C в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

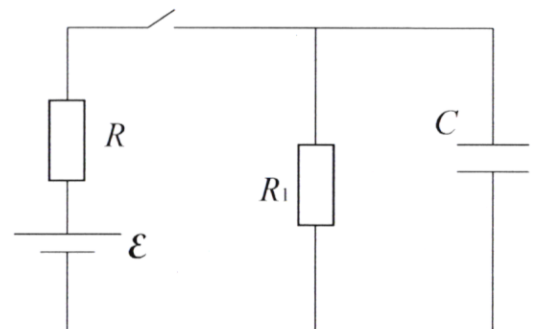
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС ε (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , ε , R .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Длина нити $R = 0,50 \text{ м}$. v_0 — искомая скорость. В верхней точке своей траектории шарик должен иметь такую скорость v_1 , чтобы не падал дальше по параболе. Также, сила натяжения нити \vec{T} должна быть равна нулю. Тогда по закону $mg = ma_{\text{ц}} \quad (\text{закон Ньютона}), m$ — масса шарика, $a_{\text{ц}}$ — центростремительное ускорение. $a_{\text{ц}} = \frac{v_1^2}{R}$

$$g = \frac{v_1^2}{R} \quad v_1^2 = gR$$

Можно записать ЗСЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = 2mgR + \frac{mv_1^2}{2}$

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2gR + \frac{gR}{2} \Rightarrow v_0^2 = 4gR + gR \Rightarrow v_0 = \sqrt{5gR}$$

Ответ: $\sqrt{5gR}$.

2. 1) Под действием шайбы гирка наклон движется. В верхней точке, на максимальной высоте, скорость шайбы будет равна скорости гирки, и тогда же направлена. Запишем закон сохранения энергии и импульса, т.к. отсутствуют сторонние силы.

$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = \frac{4mv_1^2}{2} + mgh, & v_1 \text{ — скорость шайбы и гирки; } h \text{ — макс. высота.} \\ mv_0 = 4mv_1 \Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{4} \Rightarrow gh = \frac{v_0^2 - 4v_1^2}{2} \\ h = \frac{v_0^2 - 4v_1^2}{2g} = \frac{3v_0^2}{8g} \end{cases}$$

Закон сохр. импульса спроецирован на ось, которая совпадает по направлению со ~~скоростью~~ скоростью v_0 . Таким же образом она спроецирована во второй части этой задачи.

2) Для второй части задачи тоже можно записать законы сохранения энергии и импульса.

$$\begin{cases} \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{3m v_2^2}{2} \\ m v_0 = m v_1 + 3m v_2 \end{cases} \Rightarrow v_2 = \frac{v_0 - v_1}{3}$$

v_1 - скорость шайбы; v_2 - скорость гирки

$$v_0^2 = v_1^2 + \frac{(v_0 - v_1)^2}{3}$$

$$2v_1^2 - v_0 v_1 - v_0^2 = 0$$

$$v_1 = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4 \cdot 2 \cdot v_0^2}}{4} = \frac{v_0 \pm 3v_0}{4}$$

Ответ $v_1 = v_0$ означает, что шайба продолжила движение, как будто гирки и не было. Ответ $v_1 = -\frac{v_0}{2}$ означает, что шайба продолжила движение в обратном направлении.

Ответ: ~~$\frac{v_0}{2}$~~ 1) $\frac{3v_0^2}{8g}$
2) $\frac{v_0}{2}$

3. 1) Когда перегородка прорывается, газы смешиваются. По закону сохранения энергии внутренняя энергия смеси должна быть равна ^{сумме} внутр. энергии двух газов до смешивания

$$U_1 + U_2 = U_k, \quad U_1 \text{ и } U_2 - \text{внутр. энергия газов I части и II части.}$$

U_k - внутр. энергия конечной смеси.

$$\frac{i}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{i}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{i}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T_k, \quad i - \text{степень свободы газов.}$$

$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T_k \quad T_k = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,2 + 0,3} = 288 \text{ K.}$$

2) Когда газы смешались, мы имеем газ с количеством $\nu_1 + \nu_2$, объемом V_0 и температурой T_k . (V_0 - объем сосуда равный $8,31 \cdot 10^{-3}$ м³.)

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева

$$p V_0 = (\nu_1 + \nu_2) R T_k \Rightarrow p = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T_k}{V_0} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 144000 \text{ Па.}$$

Ответ: 1) 288 K

2) 144000 Па.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. 1) т.к. напряжение на конденсаторе будет равно 0, то ток не пойдёт по резистору R_1 .



$$E = I_1 R \quad \underline{I_1 = \frac{E}{R}}$$

- 2) По закону сохранения энергии для контуров 1 и 2

$$\begin{cases} E = I_2 R + I_2 R \cdot 3, & I_2 - \text{ток через резисторы } R \text{ и } R, \\ 3I_2 R = U_k & \underline{U_k = \frac{3}{4} E} \end{cases}$$

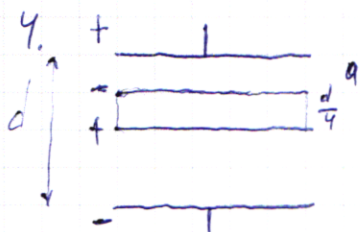
- 3) После размыкания ключа ток будет идти по резистору R_1 за счёт напряжения на конденсаторе. Энергия э. поля конденсатора перейдёт в тепло, это и будет выделившаяся энергия.

$$Q = \frac{C U_k^2}{2} = \frac{C \left(\frac{3}{4} E\right)^2}{2} = \frac{9}{32} C E^2 - \text{выделившаяся энергия}$$

Ответ: 1) $I_1 = \frac{E}{R}$

2) $U_k = \frac{3}{4} E$

3) $Q = \frac{9}{32} C E^2$



1) $C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$, ϵ_0 - э. постоянная, S - площадь конденсатора.

Когда поместим пластину в конденсатор, на ней образуются индуцированные заряды, равные зарядам обкладок.

Эту систему можно рассматривать как два конденсатора соединенные последовательно, т.к. напряженность в пластине равна нулю. Емкости этих конденсаторов будут равны C_1 и C_2 , расстояние между их обкладками a и $d - \frac{d}{4} - a$. Тогда новая емкость находится из уравнения

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_H} \quad , \quad C_H - \text{новая емкость}$$

$$\frac{1}{C_H} = \frac{a}{\epsilon_0 S} + \frac{d - \frac{d}{4} - a}{\epsilon_0 S} = \frac{3d}{4\epsilon_0 S} \quad \underline{C_H = \frac{4}{3} \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{4}{3} C_0.}$$

2) Т.к. напряжение на конденсаторе будет постоянным и равным ϵ , то заряд на конденсаторе изменится. Из разности U будет равен заряду прошедшему через резистор.

$$q = q_2 - q_1 = \frac{4}{3} \epsilon C_0 - C_0 \epsilon = \underline{\frac{1}{3} \epsilon C_0}$$

Ответ: 1) $\frac{4}{3} C_0$

2) $\frac{1}{3} \epsilon C_0.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $v = \sqrt{5gR} = 5 \text{ м/с}$

2. $m v_0 = 4m v_1 \quad v_1 = \frac{v_0}{4}$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{4m v_1^2}{2} + gmh$$

$$m v_0 = 3m v_3 - m v_2$$

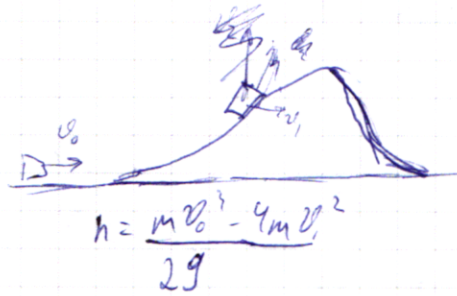
$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{3m v_3^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2}$$

$$v_0^2 = 3v_3^2 + v_2^2$$

$$v_0 = 3v_3 - v_2$$

$$3v_3 = v_0 + v_2 \quad v_3 = \frac{v_0 + v_2}{3}$$

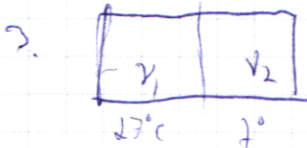
$$v_0^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + 2v_0 v_2}{3} + v_2^2$$



$$h = \frac{m v_0^2 - 4m v_1^2}{2g}$$

$$v_0^2 = \frac{(v_0 + v_2)^2}{3} + v_2^2$$

$273 + 27 =$



$$v_1 + v_2 = v_0$$

$$\frac{27}{84}$$

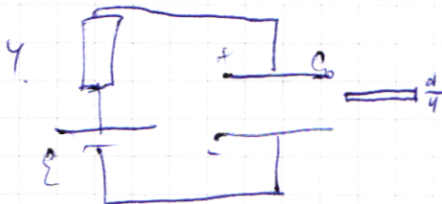
$$U_1 + U_2 = U_k \quad \frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{3}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T_k$$

$$\rho = \frac{0.5 \cdot 8.31 \cdot 273}{0.1 \cdot 10^{-3}} = 144 \cdot 10^3$$

$$T_k = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}$$

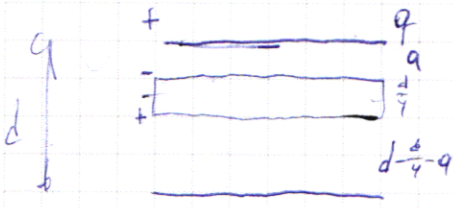
$$\rho = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T_k}{V_0}$$

$$T_k = \frac{0.2 \cdot 200 + 0.3 \cdot 280}{0.2 + 0.3} = 2. \frac{(60 + 84)}{5} = 288 \text{ K}$$



$$C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



$$U_1 + U_2 = U_0 \quad C_1 U_1 = q_1 \quad C_0 U_0 = C(q_1 + q_2)$$

$$\frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_1 + q_2}{C_0} \quad \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_0}$$

$$C_0 = \frac{4\epsilon_0 \epsilon S}{3d} = \frac{4}{3} C_0$$

$$q_1 = C_0 E \quad q_2 = C_0' E$$

$$q_1 - q_2 = \epsilon (C_0 - C_0') = \epsilon (C_0 - \frac{1}{3} C_0) = \epsilon \frac{2}{3} C_0$$

$$5. 1) \quad \varepsilon = IR \quad I_1 = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$2) \quad \varepsilon = I_2(R+3R) \quad I_2 = \frac{\varepsilon}{4R} \quad U = \frac{\varepsilon}{4R} \cdot 3R = \frac{3}{4}\varepsilon$$

$$3) \quad \frac{C U^2}{2} = \frac{C \left(\frac{3}{4}\varepsilon\right)^2}{2} = \frac{9}{32} C \varepsilon^2$$

$$2. \quad m v_0 = 4m v_1 \quad v_1 = \frac{v_0}{4}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{4m v_1^2}{2} + gmh \quad h = \frac{v_0^2 - 4v_1^2}{2g} = \frac{v_0^2 - \frac{v_0^2}{4}}{2g} = \frac{3v_0^2}{8g}$$

$$m v_0 = -m v_1 + 3m v_2$$

$$v_2 = \frac{v_0 + v_1}{3}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{3m v_2^2}{2}$$

$$v_0^2 = v_1^2 + 3v_2^2$$

$$v_0^2 = v_1^2 + \frac{v_0^2 + v_1^2 + 2v_0 v_1}{3}$$

$$v_0^2 = v_1^2 + \frac{v_1^2}{3} + \frac{v_0^2}{3} + \frac{2}{3} v_0 v_1$$

$$\frac{4}{3} v_1^2 + \frac{2}{3} v_0^2 + \frac{2}{3} v_0 v_1 = 0$$

$$4v_1^2 - 2v_0^2 + 2v_0 v_1 = 0$$

$$2v_1^2 - v_0^2 + v_0 v_1 = 0$$

$$v_1 = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4 \cdot v_0^2 \cdot 2}}{4} = \frac{-v_0 \pm 3v_0}{4}$$

$$-v_0 \text{ или } \frac{1}{2} v_0$$

$$13. \quad g = \frac{2v^2}{R}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = 2g m R + \frac{m v_1^2}{2}$$

$$v_0^2 = 4gR + gR \quad v_0 = \sqrt{5gR}$$

$$mg + T = m a$$

$$T_0 - mg = m \frac{v^2}{R} = m \frac{5g}{R} \quad T = 6mg$$

$$\begin{cases} m v_0 = m v_1 + 3m v_2 \\ \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{3m v_2^2}{2} \end{cases}$$

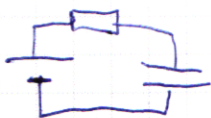
$$v_2 = \frac{v_0 - v_1}{3}$$

$$v_0^2 = v_1^2 + \frac{v_0^2 - v_1^2 - 2v_0 v_1}{3}$$

$$\frac{4}{3} v_1^2 - 2v_0^2 - 2v_0 v_1 = 0$$

$$2v_1^2 - v_0 v_1 - v_0^2 = 0$$

$$v_1 = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4 \cdot 2v_0^2}}{4} = \frac{v_0 + 3v_0}{4}$$



$$U_n = \frac{3\varphi_0}{4C_0} = \frac{3C_0 \varepsilon}{4C_0} = \frac{3}{4} \varepsilon$$

$$I = \frac{\varepsilon}{4R}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-023

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-023

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)