

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

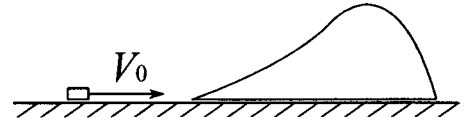
Шифр 14-002

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10$ м/с².

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

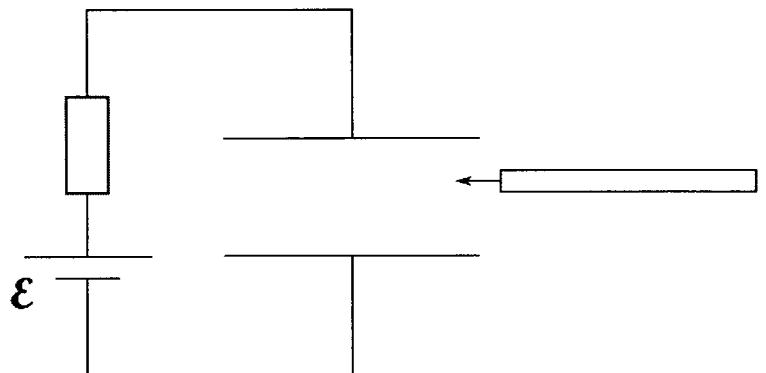


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3}$ м³ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27 °С в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7 °С в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

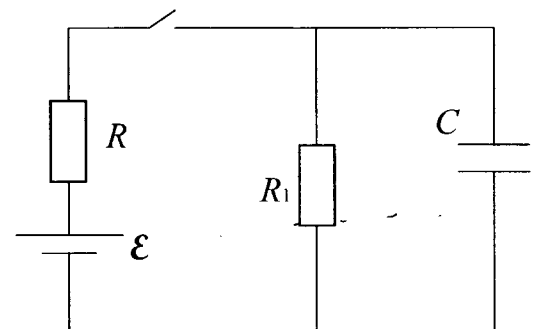
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС \mathcal{E} (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



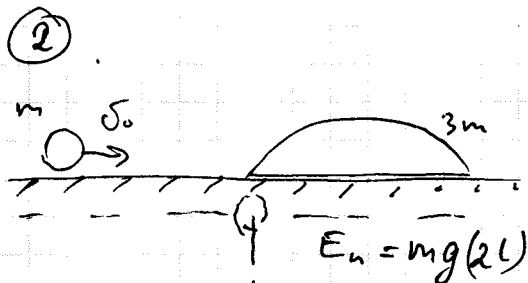
- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , \mathcal{E} , R .



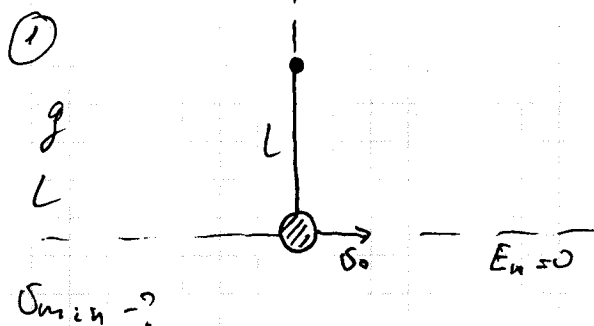
- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



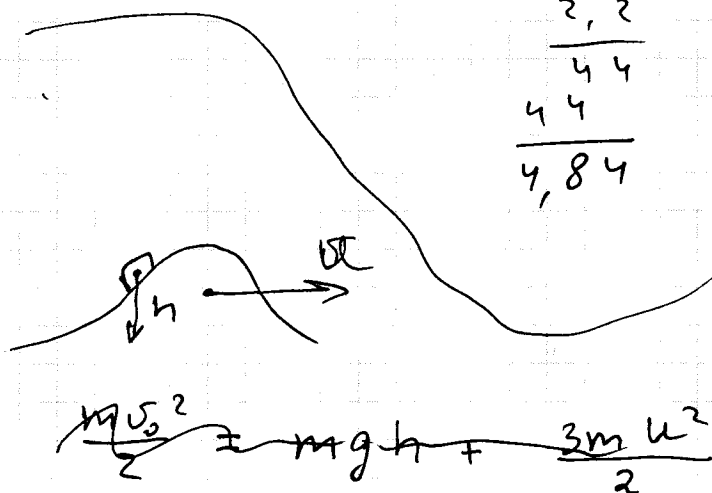
$$\begin{cases} \frac{m v_0^2}{2} = mgh + \frac{3m u^2}{2} \\ m v_0 = (m + 3m) u \end{cases}$$

Решите.



$$\begin{array}{r} \times 2,4 \\ 2,4 \\ \hline 96 \\ \# 8 \\ \hline 5,46 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 2,3 \\ 2,3 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 5,29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2,2 \\ 2,2 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 4,84 \end{array}$$



~~$m v_0 = u$~~

$$m v_0 + 0 = (3m + m) u =$$

$$= \frac{v_0^2 - \frac{1}{4} v_0^2}{2g} = \frac{3}{4} \frac{v_0^2}{2g} = \frac{3 v_0^2}{8g}$$

$$v_0^2 = v^2 + 3 u^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 3 u^2 = v_0^2 - 3$$

① $\frac{m v_0^2}{2}$ ✓

② $mgh + \frac{3m u^2}{2} + \frac{m u^2}{2}$

③ $\frac{m v_0^2}{2} + \frac{3m u^2}{2}$

$$m v_0^2 = 2mgh + 4m u^2$$

$$h = \frac{v_0^2 - 4u^2}{2g}$$

$$= \frac{v_0^2 - 4 \cdot \frac{v_0^2}{16}}{2g}$$

$$Y_{R1} + Y_{R2} = Y$$

3. V

$$t_1 = 27^\circ C$$

$$P_1 = 0,2 \text{ mol}$$

$$t_2 = 7^\circ C$$

$$P_2 = 0,3 \text{ mol}$$

V_1	V_2
t_1	t_2
P_1	P_2
ν_1	ν_2
	He

μ_{He} ^{40? 7??}

V	$P_1 + P_2$
t_{av}	Per. He.

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

$$E = Y_{R1} R + Y_{R2} \cdot 3R$$

$$E =$$

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1$$

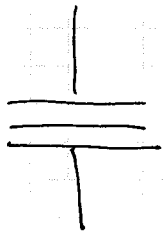
$$P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$P = \frac{1}{3} \text{ mol} \cdot \sigma^2$$

$$\frac{V_1 + V_2}{\nu_1 + \nu_2}$$

$$\begin{aligned} C_0 \\ E \\ S_1 = S_2 \end{aligned}$$

$$d = 4h_n \rightarrow h_n = \frac{d}{4}$$



$$\frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

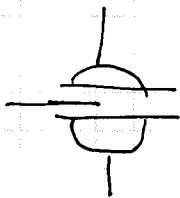
~~q = q~~

$$d = 4P$$

$$e = qU$$

$$q^2 = CU$$

q - ?



$$q = \frac{\Delta Y}{\Delta t} = \frac{\cancel{Q}}{\cancel{\Delta t}}$$

$$e = \frac{q^2}{C}$$

$$q = CU$$

$$\frac{8 \epsilon \epsilon_0 S \cdot S}{3 d^2}$$

$$\frac{3 d}{2 \cdot 8 \cdot \epsilon \epsilon_0 S}$$

$$= \frac{8 \epsilon \epsilon_0 S}{6 d} = \frac{4}{3} \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

$$\frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$

$$= q^2 = C^2 U^2$$

$$q = CU$$

$$= \frac{8 Y^2 \sqrt{\epsilon \epsilon_0 S}}{\Delta t^2 \cdot 2C}$$

$$Y = \frac{U}{R} = \frac{E}{R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

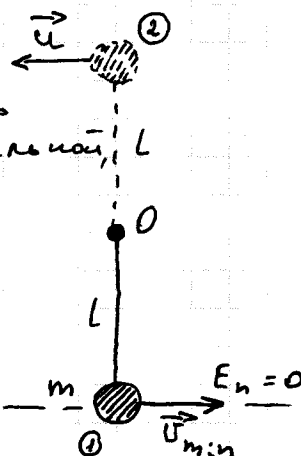
№ 1

Дано:
 $L = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

$v_{\min} - ?$

Решение:

1. Начальная скорость
 v_{\min} будет минимальной,
если $\vec{u} = \vec{0}$.



2. Тогда, если $\vec{u} = \vec{0}$, то можем
записать закон сохранения мех.
энергии где возьмем 1 и 2:

$$W_1 = W_2$$

$$\frac{m v_{\min}^2}{2} = m g h, \text{ где } h = 2L.$$

$$\frac{m v_{\min}^2}{2} = 2m g L \Rightarrow v_{\min} = \sqrt{4 g L} = \boxed{2 \sqrt{g L}}$$

$$3. \quad 2 \sqrt{g L} = 2 \sqrt{10 \cdot 0,5} = 2 \sqrt{5} \approx 2 \cdot 2,2 \approx 4,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $2 \sqrt{g L}$; $4,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

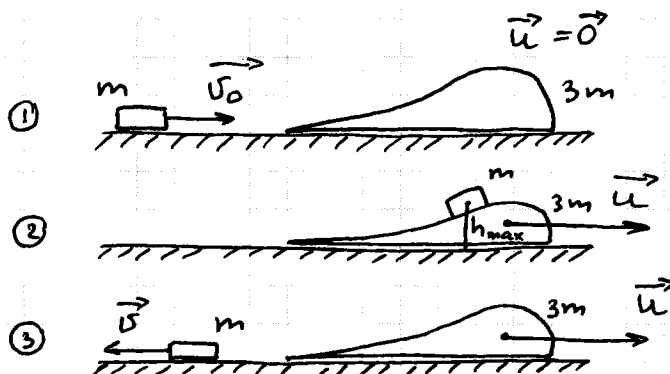
№ 2

Дано:
 $m_1 = m$
 $m_2 = 3m$
 $v_1 = v_0$

1) $h_{\max} - ?$

2) $v - ?$

Решение



$$1. \quad \sum W_1 = \frac{m v_0^2}{2}$$

$$2. \quad \sum W_2 = m g h_{\max} + \frac{(3m) u^2}{2} + \frac{m u^2}{2}$$

$$3. \quad \sum W_3 = \frac{m v^2}{2} + \frac{(3m) u^2}{2}$$

Так как нет неконсервативных
сил, то можем
использовать закон
сохранения энергии.

$$\sum W_1 = \sum W_2 = \sum W_3.$$

4. По закону сохранения энергии напишите:

$$m v_0 = \underbrace{(3m + m) u}_{\text{момент остановки}}$$

рассчитываем h_{\max} и u движение системы тел.

$$m v_0 = 4 m u \Rightarrow \boxed{u = \frac{1}{4} v_0}$$

5. $\sum W_0 = \sum W_{(2)} = \sum W_{(3)}$

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g h_{\max} + \frac{4 m u^2}{2}$$

$$m v_0^2 = 2 m g h_{\max} + 4 m u^2$$

$$v_0^2 = 2 g h_{\max} + 4 \frac{v_0^2}{16}$$

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 - \frac{1}{4} v_0^2}{2g} = \frac{3}{4} \frac{v_0^2}{2g} = \boxed{\frac{3 v_0^2}{8g}}$$

$$h_{\max} = \frac{3}{8} \cdot \frac{v_0^2}{g}$$

6. $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{3 m u^2}{2}$

$$v_0^2 = v^2 + 3 u^2$$

$$v_0^2 = v^2 + 3 \cdot \frac{v_0^2}{16}$$

$$v^2 = v_0^2 \left(1 - \frac{3}{16} \right)$$

$$v^2 = v_0^2 \cdot \frac{13}{16}$$

$$v = v_0 \cdot \frac{\sqrt{13}}{4} = \boxed{\frac{\sqrt{13} v_0}{4}}$$

Ответ: 1) $h_{\max} = \frac{3}{8} \cdot \frac{v_0^2}{g}$

2) $v = \frac{\sqrt{13} v_0}{4}$

№4

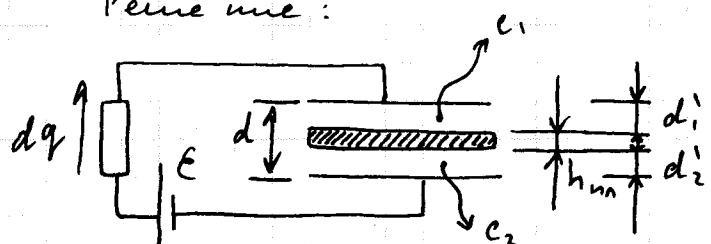
Дано:

$$C_0, \epsilon, 4h_{mn} = d$$

1) C - ?

2) dq - ?

Решение:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $4h_{пл} = d \Rightarrow h_{пл} = \frac{d}{4}$, тогда оставшееся
расстояние $d - \frac{d}{4} = \frac{3d}{4}$.

Если пластину вводят в конденсатор
ровно по середине, тогда

$$d'_1 = d'_2 = \frac{3d}{4} : 2 = \boxed{\frac{3d}{8} = d'}$$

$\frac{3d}{8}$ - расстояние от каждой обкладки до
пластины.

2. Если пластину вводят параллельно обкладкам,
то величина конденсаторов будет последователь-

ная. $\Rightarrow C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

$$S_{пл} = S_{обкладок}$$

$$C_2 = C_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d'} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S \cdot 8}{3d}$$

$$C = \frac{\frac{\epsilon \epsilon_0 S \cdot 8}{3d} \cdot \frac{\epsilon \epsilon_0 S \cdot 8}{3d}}{2 \cdot \frac{\epsilon \epsilon_0 S \cdot 8}{3d}} = \frac{\frac{8^2 \epsilon^2 \epsilon_0^2 S^2}{3^2 d^2}}{\frac{2 \cdot 8 \epsilon \epsilon_0 S}{3d}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

но $\frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} = C_0$, тогда

$$\boxed{C = \frac{4}{3} C_0}$$

3. Предположим, что конденсатор, в момент
введения пластины, заряжен, тогда заряд

который пройдет через резистор $dq = dC \cdot U$,

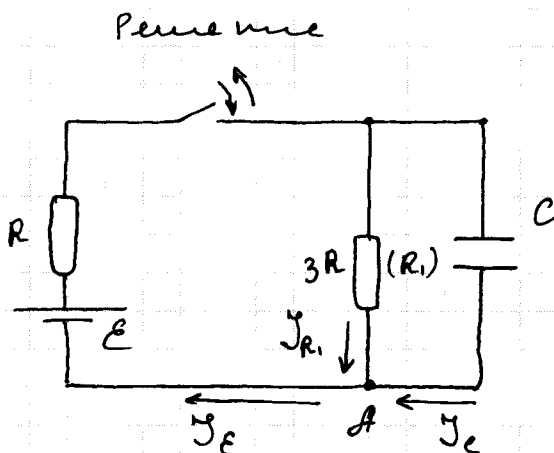
где $dC = (C - C_0)$, а $U = E$, тогда

$$dq = \left(\frac{4}{3} C_0 - C_0\right) \cdot E = \boxed{\frac{1}{3} \cdot E \cdot C_0}$$

- Answers: 1) $C = \frac{4}{3} C_0$
 2) $dQ = \frac{1}{3} \cdot C_0 \cdot E$

№5 Demo:
 C, E, R
 $R_1 = 3R$

- 1) I_E -?
 2) V_C -?
 3) Q -?



1. По правилу Кирхгофа где узел А:
- $$I_{R_1} + I_C = I_E, \text{ но } I_{R_1} + I_C = I_{\text{общ}},$$
- тогда $I_E = \frac{E}{R_{\text{общ}}}$, где $R_{\text{общ}} = R_1 + R =$
 $= 3R + R = 4R.$

$$I_E = \frac{E}{4R}$$

2. $V_C = V_{R_1}$, тк они соединены параллельно, тогда $V_C = V_R + E =$
 $= I_R R + E$, но $I_R = I_{\text{общ}} = \frac{E}{4R}$, тогда
 $V_C = \frac{E}{4R} \cdot R + E = \frac{E}{4} + E = \frac{5}{4} E.$

$$V_C = \frac{5}{4} E$$

3. $Q = I^2 R_0 \Delta t$ (Закон Джоуля - Ленца). $R_0 = 3R.$

- Когда цепь разомкнута $W_C = 0$,
 когда мы замыкаем $W_C \uparrow \uparrow$.

$$W_C = \frac{C U^2}{2} = \frac{q^2}{2C}, \text{ но } q = \frac{\Delta Y}{\Delta t}, \text{ тогда}$$

$$\frac{C U^2}{2} = \frac{\Delta Y^2}{\Delta t^2 \cdot 2C} \Rightarrow C^2 U^2 = \frac{\Delta Y^2}{\Delta t^2}$$

$$CU = \frac{\Delta Y}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta Y}{CU}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = I_{\max}^2 (3R) \frac{I_{\max}}{cU}, \text{ но } \frac{I_{\max}}{U} = R^{-1}, \text{ тогда}$$

$$Q = \frac{3 I_{\max}^2}{c}, \quad I_{\max} = I_{\text{осл}} - I_{R_1}, \text{ но}$$

$$I_{\text{осл}} = \frac{\mathcal{E}}{4R}, \quad I_{R_1} = \frac{U_c}{3R} = \frac{5\mathcal{E}}{12R}, \text{ тогда}$$

$$I_{\max} = \frac{\mathcal{E}}{4R} - \frac{5\mathcal{E}}{12R} = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{12} \right) = -\frac{\mathcal{E}}{6R}, \text{ где}$$

минус говорит о направлении тока.

$$Q = \frac{3 I_{\max}^2}{c} = \frac{3 \cdot \mathcal{E}^2}{36 R^2 c} = \boxed{\frac{1}{12} \cdot \frac{\mathcal{E}^2}{R^2 c}}$$

Ответ:

1. $I_{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E}}{4R}$
2. $U_c = \frac{5}{4} \mathcal{E}$
3. $Q = \frac{1}{12} \cdot \frac{\mathcal{E}^2}{R^2 c}$.

№3. Дано:

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$t_1 = 27^\circ \text{C} = 300 \text{ K}$$

$$p_1 = 0,2 \text{ мПа}$$

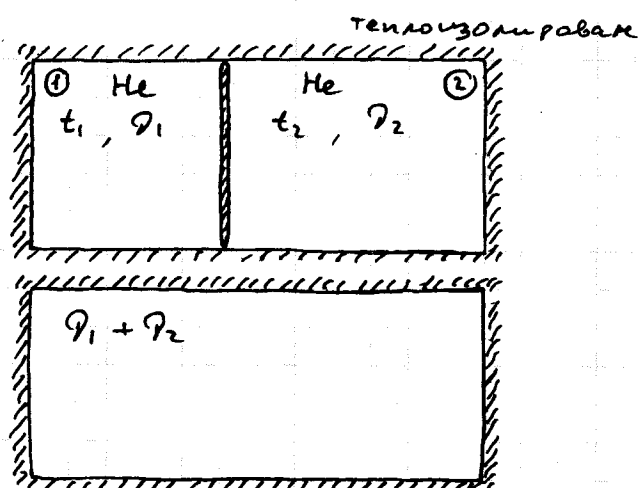
$$t_2 = 7^\circ \text{C} = 280 \text{ K}$$

$$p_2 = 0,3 \text{ мПа}$$

1) $t_{\text{ср}} - ?$

2) $p_{\text{ср}} - ?$

Решение



1. Выведите формулы для средней температуры и среднего давления, которые получаются в сосуде.

• Из сосуда 1 вытесняет He: p_1, t_1

- Из сосуда 2 вытеснет He : $P_2 t_2$,
- Весь в сумме вытесняет $P_1 + P_2$,

Тогда формула:

$$t_{\text{ср}} = \frac{P_1 t_1 + P_2 t_2}{P_1 + P_2} = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,3 + 0,2} =$$

$$= \frac{60 + 84}{0,5} = \frac{144}{0,5} = 288 \text{ К, тогда}$$

$$t_{\text{ср}} = 288 - 273 = \boxed{15 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

2. Конечное давление в сосуде будет столько же, сколько из давления He, столько же, сколько весь воздух и давление He 2 столько же, сколько весь воздух, при $t_{\text{ср}}$.

Из уравнения Менделеева - Клапейрона - конечное давление:

$$P_1' V = P_1 R t_{\text{ср}} \Rightarrow P_1' = \frac{P_1 R t_{\text{ср}}}{V}$$

$$P_2' V = P_2 R t_{\text{ср}} \Rightarrow P_2' = \frac{P_2 R t_{\text{ср}}}{V}$$

$$P = P_1' + P_2' = \frac{P_1 R t_{\text{ср}}}{V} + \frac{P_2 R t_{\text{ср}}}{V} =$$

$$= \boxed{\frac{(P_1 + P_2) R t_{\text{ср}}}{V}}$$

$$P = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 144 \cdot 10^3 \text{ Па.} =$$

$$= 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Ответ: 1. $15 \text{ } ^\circ\text{C}$

2. $1,44 \cdot 10^5 \text{ Па.}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = \Delta y^2 (3R) \frac{\Delta y}{cR} = \frac{3R \Delta y^3}{cR}, \quad \frac{\Delta y}{c} = R^{-1}$$

$\Delta y = y_{\max}$ на конденсаторе, т.к.

$$\Delta y = y_0 - y_k, \quad \text{где } y_0 = y_{\max}, \quad \text{а } y_k = 0.$$

$$y_{\max} + y_{R_1} = y_{0\text{с}y}.$$

$$y_{\max} = y_{0\text{с}y} - y_{R_1} = y_{0\text{с}y} - \frac{U_e}{3R} =$$

$$= \frac{E}{4R} - \frac{5E}{4 \cdot 3R} = \frac{E}{R} \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{12} \right) = \ominus \frac{E}{6R}.$$

говорит о
неправильности,

$$\text{тогда } y_{\max} = \frac{E}{6R}.$$

~~$$Q = \frac{3R y_{\max}^3}{cR} = \frac{3 y_{\max}^3}{c} = \frac{3 \cdot E^3}{36R^3 c}$$~~

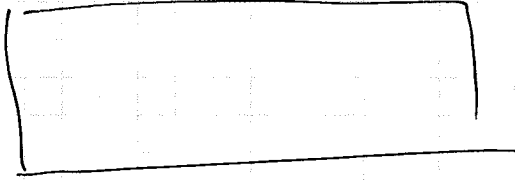
$$Q = \frac{3R y_{\max}^2}{cR} = \frac{3 y_{\max}^2}{c} = \frac{3 \cdot E^2}{36R^2 c} = \boxed{\frac{1}{12} \frac{E^2}{R^2 c}}$$

Ответ 1. $y_e = \frac{E}{4R}$

2. $U_e = \frac{5}{4} E$

3. $Q = \frac{1}{12} \cdot \frac{E^2}{R^2 c}$

3.



$$\begin{array}{r} + 273 \\ 27 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 273 \\ 7 \\ \hline 280 \end{array}$$

$$T_{\text{ср}} = \frac{Q_1 t_1 + Q_2 t_2}{Q_1 + Q_2} = \frac{Q_2 \cdot 300 + Q_3 \cdot 280}{0,3 + 0,2}$$

~~$$T_{\text{ср}} = \frac{Q_1 t_1 + Q_2 t_2}{Q_1 + Q_2} = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{280 + 300}$$~~

горюχοςиса по мере и-во

бензостра

$$= \frac{60 + 84}{0,5} = \frac{144}{0,5} = \boxed{288}$$