

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

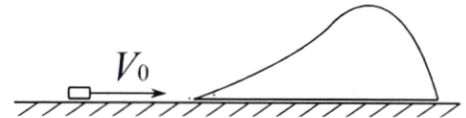
Шифр 06-021

(заполняется секретарём)

Вариант 11-04

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 18 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарика, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая монета массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $4m$ (см. рис.). Монета въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

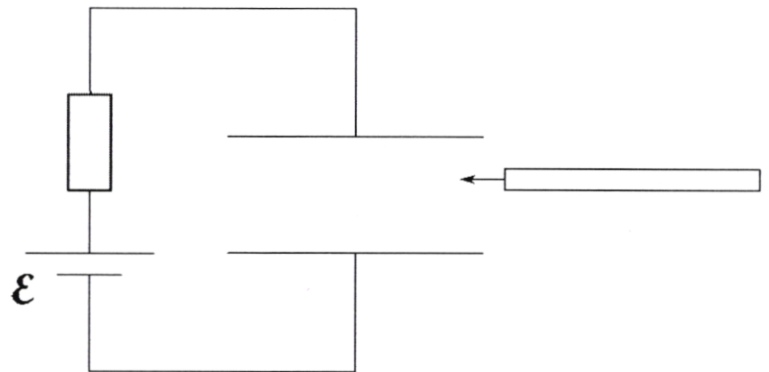


- 1) На какую максимальную высоту поднимается монета?
- 2) С какой скоростью монета съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре $127 \text{ }^\circ\text{C}$ в количестве $\nu_1 = 0,1$ моль. Во второй части находится гелий при температуре $7 \text{ }^\circ\text{C}$ в количестве $\nu_2 = 0,4$ моль. Перегородка прорывается.

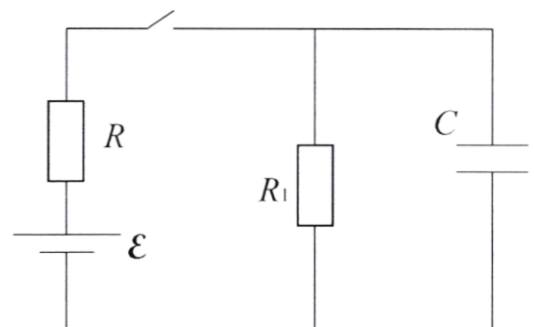
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС ε (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 3 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=4R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , ε , R .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\int_{U=0}^{U=\mathcal{E}} \frac{d(\frac{\mathcal{E}}{5} - U)}{\frac{\mathcal{E}}{5} - U} = - \int_{t=0}^{t=t} \frac{5 dt}{RC}$$

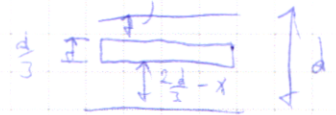
$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \frac{1}{2}$$

$$\frac{\frac{\mathcal{E}}{5} - U}{\frac{\mathcal{E}}{5}} = e^{-\frac{5t}{RC}}$$

$$\frac{6}{d} + \frac{2}{\frac{1}{3}d} = \frac{8}{\frac{1}{3}d}$$

$$1 - \frac{5U}{\mathcal{E}} = e^{-\frac{5t}{RC}}$$

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{x} \quad C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{\frac{2d}{3} - x}$$



$$U = (1 - e^{-\frac{5t}{RC}}) \frac{\mathcal{E}}{5}$$

$$d - x - \frac{d}{3} = \frac{2d}{3} - x$$

$$U_{уст} = U(t = \infty) = \frac{\mathcal{E}}{5}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{3}{\epsilon_0 S} = \frac{2d}{3\epsilon_0 S} = \frac{2}{3C_0}$$

$$C = \frac{3}{2} C_0$$

$$3) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{4RC} = 0$$

$$\frac{dq}{q} = - \frac{dt}{4RC}$$

$$\frac{q_0}{C} = \frac{\mathcal{E}}{5}$$

$$\frac{d}{dt} (q) = \frac{dq}{dt} = q_0 e^{-\frac{t}{4RC}}$$

$$q_0 = \frac{CE}{5}$$

$$I = - \frac{q_0}{4RC} e^{-\frac{t}{4RC}}$$



$$I = - \frac{\mathcal{E}}{20RX} e^{-\frac{t}{4RC}}$$

$$I = - \frac{\mathcal{E}}{20R} e^{-\frac{t}{4RC}}$$

$$Q = \int_{t=0}^{t=\infty} I^2 R dt = \frac{\mathcal{E}^2}{100R} \int_{t=0}^{t=\infty} e^{-\frac{2t}{4RC}} dt =$$

$$= (-2RC) \frac{\mathcal{E}^2}{100R} \int_{t=0}^{t=\infty} e^{-\frac{2t}{4RC}} d(\frac{t}{2RC}) = - \frac{CE^2}{50} (-1) = \frac{CE^2}{50}$$

$$l = 18 \text{ cm} = 0.18 \text{ m}$$

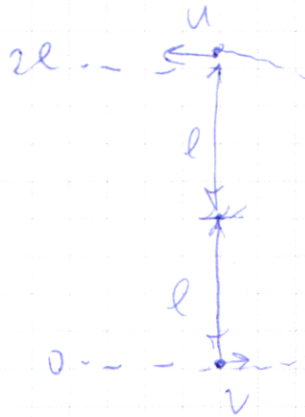
$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$V = ?$$

Возьмем за 0

положение тела в нижней точке

N1.



$\frac{u^2}{l} = g$, условие
равного
оборота
 $u = \sqrt{gl}$ (совершим
полный оборот
вокруг точки вращающейся
точки вращающейся
по окружности)

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + 2mgl$$

$$V^2 = u^2 + 4gl = 5gl$$

$$V = \sqrt{5gl} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ответ! $V = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$V_0 \text{ (m/s) } 9 \text{ m}$$

$$h_{\text{max}} = ?$$

$$V = ?$$

N2. т.к. движется без трения и мы берем
скорость по вертикали, т.к. $g_x = 0$

ЗСМ: $mV_0 = 4mU - mV$ (т.к. тело движется в одну
направление)

$$V_0 = 4U - V \quad V = 4U - V_0$$

ЗСЭ: $m\frac{V_0^2}{2} = \frac{4mU^2}{2} + \frac{mV^2}{2} + mgh$ т.к. движение
одно не совершит
работы.

$$V_0^2 = 4U^2 + V^2 + 2gh$$

$$V_0^2 = 4U^2 + 16U^2 - 8UV_0 + V_0^2 + 2gh$$

$$4UV_0 = 10U^2 + gh$$

$$h = \frac{4UV_0 - 10U^2}{g}$$

$$h = h_{\text{max}} \Rightarrow \left(\frac{dh}{dU} \right)_{h=\text{max}} = 0$$

$$4V_0 = 20U$$

$$U = \frac{V_0}{5}$$

$$h_{\text{max}} = \frac{\frac{4V_0^2}{5} - \frac{10V_0^2}{25}}{g} = \frac{2V_0^2}{5g}$$

$$V = 4U - V_0 = \frac{4V_0}{5} - V_0 = -\frac{V_0}{5}$$

$$|V| = \frac{V_0}{5}$$

ответ! $h_{\text{max}} = \frac{2V_0^2}{5g}$; $V = -\frac{V_0}{5}$; $|V| = \frac{V_0}{5}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3У

$$T_1 = 127^\circ\text{C} = 400^\circ\text{K}$$

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_1 = 0,1 \text{ моль}$$

$$T_2 = 7^\circ\text{C} = 280^\circ\text{K}$$

$$V_2 = 0,5 \text{ моль}$$

$$T = ?$$

$$p = ?$$

№3

1. 3СЭ:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{m_1}{\rho} + \frac{m_2}{\rho} \text{ (Т.к. в обоих частях 1 см}^3\text{)}$$

$$V_1 + V_2 = V$$

$$\frac{1}{2} V_1 \rho T_1 + \frac{1}{2} V_2 \rho T_2 = \frac{1}{2} (V_1 + V_2) \rho T$$

$$T = \frac{V_1 T_1 + V_2 T_2}{V_1 + V_2} = 309^\circ\text{K} \approx 31^\circ\text{C}$$

2. 3. Метод - клон.?

$$(V_1 + V_2) \rho T = p V$$

(вычисление числ. ответа в черновике)

$$p = \frac{(V_1 + V_2) \rho T}{V} = 1,52 \cdot 10^5 \text{ Па} \approx 1,5 \text{ атм}$$

Ответ! $T = 31^\circ\text{C}$; $p = 1,52 \cdot 10^5 \text{ Па} \approx 1,5 \text{ атм}$

№4.

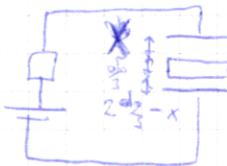
$$\epsilon \cdot d = \frac{d_0}{3} \cdot C_0$$

$$C = ?$$

$$\Delta q = ?$$

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{\frac{2d}{3} - x}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{2d}{3\epsilon_0 S} = \frac{2}{3C_0}$$



$$1. C_1 = \epsilon_0 \frac{3S}{x} = 3C_0$$

$$\frac{1}{C} = \frac{2}{3C_0} = \frac{2}{3} \frac{1}{C_0}$$

$$C = \frac{3C_0}{2} = \frac{3C_0}{2}$$

$$2. \Delta q = C \mathcal{E} - C_0 \mathcal{E} = \frac{1}{2} C_0 \mathcal{E}$$

Ответ! $C = \frac{3C_0}{2}$; $\Delta q = \frac{1}{2} C_0 \mathcal{E}$

$$q = C U = C \mathcal{E}$$

$$U = \mathcal{E} \text{ т.к. в цепи}$$

напряжение равно ЭДС

пролетит заряд, при котором

напряжение на резисторе равно ЭДС

$$\text{т.к. } \Delta U = U \Rightarrow IR = \mathcal{E} \Rightarrow I = 0$$

через резистор больше не пролетит заряд.

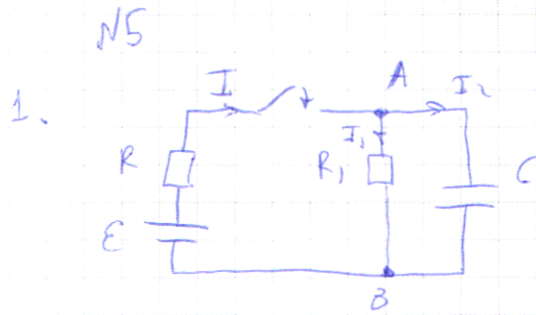
$$C, \varepsilon, R$$

$$R_1 = 4R$$

$$I = ?$$

$$U_{\text{уст}} = ?$$

$$Q = ?$$



$$U_{AB}(t=0) = 0 \text{ , т.к.}$$

$$q = 0$$

$$\varepsilon = I_0 R$$

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$2. \quad I = I_1 + I_2$$

$$q = C U$$

$$dq = C dU + U dq = C dU$$

$$I_2 = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU}{dt}$$

$$\varepsilon = IR + 4I_1 R = IR + 4R(I - I_2) \quad \leftarrow$$

$$= 5IR - 4I_2 R$$

$$I = \frac{\varepsilon + 4I_2 R}{5R} = \frac{\varepsilon}{5R} + \frac{4}{5} I_2$$

$$U = (I - I_2) 4R$$

$$U = \left(\frac{\varepsilon}{5R} + \frac{4}{5} I_2 - I_2 \right) 4R = \left(\frac{\varepsilon}{5R} - \frac{I_2}{5} \right) 4R = \frac{4}{5} \varepsilon - \frac{4R}{5} I_2$$

$$U = \frac{4}{5} \varepsilon - \frac{4RC}{5} \frac{dU}{dt} \quad \frac{4RC}{5} \frac{dU}{dt} = \frac{4}{5} \varepsilon - U$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{5d\varepsilon - 5U}{4RC}$$

$$\int_{U=0}^{U=U_{\text{уст}}} \frac{d\left(\frac{4}{5} \varepsilon - U\right)}{\frac{4}{5} \varepsilon - U} = - \int_{t=0}^{t=\infty} \frac{5 dt}{4RC}$$

$$\frac{\frac{4}{5} \varepsilon - U_{\text{уст}}}{\frac{4}{5} \varepsilon} = e^{-\infty} = 0$$

$$U_{\text{уст}} = \frac{4}{5} \varepsilon$$

$$U_{\text{уст}} = U(t \rightarrow \infty)$$

$$\left(\int_{x_0}^x \frac{dx}{x} = \int_{y_0}^y \frac{dy}{y} \right)$$

$$\ln \frac{x}{x_0} = y - y_0$$

$$x = x_0 e^{y - y_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. Контур АВА:

$$\frac{q}{C} + \frac{dq}{dt} 4R = 0 \quad q_0 = C \mathcal{E} U_{уст} = \frac{4CE}{5}$$

$$\int_0^{q_0} \frac{dq}{q} = - \int_0^t \frac{dt}{4RC}$$

$$\ln \frac{q}{q_0} = - \frac{t}{4RC}$$

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{4RC}}$$

$$q = \frac{4CE}{5} e^{-\frac{t}{4RC}}$$

$$\frac{dq}{dt} = I = - \frac{4CE}{5 \cdot 4RC} e^{-\frac{t}{4RC}} = - \frac{\mathcal{E}}{5R} e^{-\frac{t}{4RC}}$$

$$Q = \int_{t=0}^{t=\infty} I^2 R dt = \frac{\mathcal{E}^2}{25} 4R \int_{t=0}^{t=\infty} e^{-\frac{t}{2RC}} dt = \frac{8}{25} C \mathcal{E}^2 = \frac{8CE^2}{25}$$

Ответ: $Q = \frac{8CE^2}{25}$, $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$, $U_{уст} = \frac{4\mathcal{E}}{5}$

№2.

v_0 ; m ; $9m$

$h_{max} = ?$
 $V = ?$

1) ЗСИ: $m v_0 = (m + 9m) U_0$
ЗСЭ: $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{4m U_0^2}{2} + \frac{m U_0^2}{2} + mg h_{max}$
 $U_0 = \frac{v_0}{5}$

$$v_0^2 = 5 U_0^2 + 2g h_{max}$$

$$v_0^2 = \frac{v_0^2}{5} + 2g h_{max}$$

$$\frac{4v_0^2}{5} = 2g h_{max}$$

$$h_{max} = \frac{2v_0^2}{5g}$$

ЗСИ:

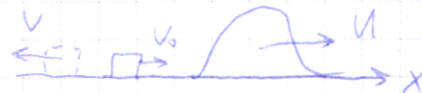
2) $m v_0 = 9m U + m V$

ЗСЭ: $v_0^2 = 4U^2 + V^2$

$$U = \frac{v_0 - V}{4}$$

$$v_0^2 = V^2 = \frac{v_0^2 - 2v_0 V + V^2}{4}$$

При $h = h_{max}$
 $V = U$, т.к.
отт. скорость
справа > 0 , левая
векле преобразована
 $h = h_{max} < 0 \Rightarrow$
 \Rightarrow при $h = h_{max} V = U$



$$4V_0^2 - 9V^2 = V_0^2 + V^2 - 2V_0V$$

$$5V^2 - 2V_0V - 3V_0^2 = 0$$

$$D_1 = V_0^2 + 15V_0^2 = 16V_0^2$$

$$V = \frac{V_0 \pm 4V_0}{5}$$

$$V < 0 \Rightarrow V = -\frac{3V_0}{5} \quad (\text{Т.к. в зад. направлении})$$

$$\text{Answer! } h_{\max} = \frac{2V_0^2}{5g}, \quad V = -\frac{3V_0}{5}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$U_0 = \frac{V_0}{5}$$

$$mV_0 = 5mU_0$$

$$V_0 = 5U_0$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{9mU_0^2}{2} + mgh_{\max}$$

$$V_0^2 = 9U_0^2 + 2gh_{\max}$$

$$V_0^2 = 9 \frac{V_0^2}{25} + 2gh_{\max}$$

$$\frac{21V_0^2}{25} = 2gh_{\max}$$

$$h_{\max} = \frac{21V_0^2}{50g}$$

$$mV_0 = 9mU - mV$$

$$V_0 = 9U - V$$

$$U = \frac{V_0 + V}{9}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{9mU^2}{2} + \frac{mV^2}{2}$$

$$V_0^2 = 9U^2 + V^2$$

$$V_0^2 - V^2 = \frac{V_0^2 + 2V_0V + V^2}{4}$$

$$4V_0^2 - 4V^2 = V_0^2 + 2V_0V + V^2$$

$$5V^2 + 2V_0V - 3V_0^2 = 0$$

$$D = V_0^2 + 15V_0^2 = 16V_0^2$$

$V > 0$

$$V = \frac{-2V_0 \pm 4V_0}{5}$$

$$V = \frac{3V_0}{5}$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = 9mU - mV$$

$$V_0 = 9U - V$$

$$V = 9U - V_0$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1) \quad \frac{mV^2}{2} = \frac{mU^2}{2} + mg2l$$

$$\frac{mU^2}{2} = mg$$

$$U^2 = 2l$$

$$V^2 = U^2 + 4gl = 5gl$$

$$V = \sqrt{5gl} = \sqrt{10 \cdot 0,1 \cdot 5} = \sqrt{10 \cdot 0,5} = 3 \frac{m}{c}$$

$$2) \quad V_0 = 4m$$

$$1. \quad mV_0 = 4mU + mV$$

$$V_0 = 4U - V$$

$$V = 4U - V_0$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{4mU^2}{2} + \frac{mV^2}{2} + mgh$$

$$V_0^2 = 4U^2 + V^2 + 2gh$$

$$V_0^2 = 4U^2 + 16U^2 - 8UV_0 + V_0^2 + 2gh$$

$$20U^2 + 2gh = 8UV_0$$

$$10U^2 + gh = 4UV_0$$

$$h = \frac{4UV_0 - 10U^2}{g} = \frac{4V_0 \frac{V_0}{5} - 10 \frac{V_0^2}{25}}{g} = \frac{\frac{2}{5} V_0^2}{g} = \frac{2V_0^2}{5g}$$

$$h' = 0$$

$$4V_0 = 20U$$

$$V_0 = 5U$$

$$U = \frac{V_0}{5}$$

$$2. \quad V_0 = \frac{4V_0}{5} - V$$

$$V = \frac{4V_0}{5} - \frac{V_0}{5} = -\frac{V_0}{5}$$

$$|V| = \frac{V_0}{5}$$

$$3) T_1 = 273 + 127 = 400^\circ\text{K}$$

$$V = 0,31 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_1 = 0,1 \text{ мм}^3$$

$$V_2 = 0,4 \text{ мм}^3$$

$$T_2 = 280^\circ\text{K}$$

$$T = ?$$

$$28 \cdot 9 = 80 + 32 = 112$$

$$U_1 + U_2 = U$$

$$\frac{1}{2} V_1 R T_1 + \frac{1}{2} V_2 R T_2 = \frac{1}{2} (V_1 + V_2) R T$$

$$T = \frac{V_1 R T_1 + V_2 R T_2}{(V_1 + V_2) R} = \frac{V_1 T_1 + V_2 T_2}{V_1 + V_2} =$$

$$= \frac{90 + 112}{0,5} = 80 + 226 = 306^\circ\text{K}$$

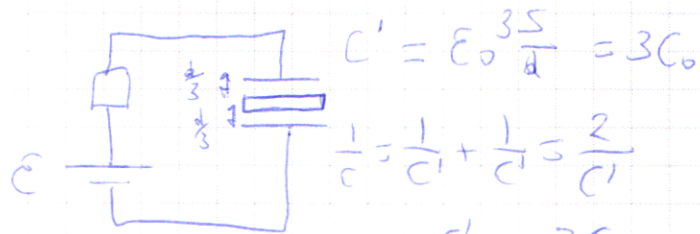
$$(V_1 + V_2) R T = p V$$

$$p = \frac{(V_1 + V_2) R T}{V} = 10^3 \cdot 0,5 \cdot 306 = 10^3 \cdot 152 = 1,52 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$9) \epsilon; d_{\text{ш}} = \frac{d_0}{3}$$

$$C = ?$$

$$\Delta q = ?$$



$$C' = \epsilon_0 \frac{3\epsilon}{d} = 3C_0$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C''} = \frac{2}{C'}$$

$$C = \frac{C'}{2} = \frac{3C_0}{2}$$

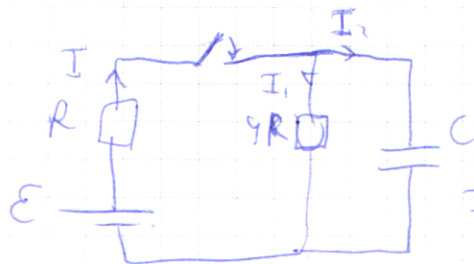
$$\Delta q = C E - C_0 E = \frac{1}{2} C_0 E$$

$$5) C; \epsilon; R; R_1 = 4R$$

$$I = ?$$

$$U = ?$$

$$Q = ?$$



$$I_2 = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU}{dt}$$

$$E = I R + 4 I_1 R =$$

$$= I R + 4 (I - I_2) R =$$

$$= 5 I R - 4 I_2 R = E$$

$$I = \frac{E + 4 I_2 R}{5 R} = \frac{E}{5 R} + \frac{4}{5} I_2$$

$$E = I_0 5 R$$

$$I_0 = \frac{E}{5 R}$$

$$U = (I - I_2) R$$

$$\frac{U}{R} = I - C \frac{dU}{dt} =$$

$$= \frac{E}{5 R} + \frac{4}{5} C \frac{dU}{dt} - C \frac{dU}{dt} = \left(\frac{E}{5 R} - \frac{C dU}{5 dt} = \frac{U}{R} \right) \frac{5}{C}$$

$$E \neq \frac{E}{R C} - \frac{dU}{dt} = \frac{5U}{R C} \quad \frac{E}{R C} - \frac{5U}{R C} = \frac{dU}{dt}$$

$$\frac{dU}{\frac{E}{R C} - \frac{5U}{R C}} = dt$$

$$\frac{dU}{\frac{5}{R C} (E - U)} = dt$$

$$\frac{d(E-U)}{E-U} = \frac{5 dt}{R C}$$