

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

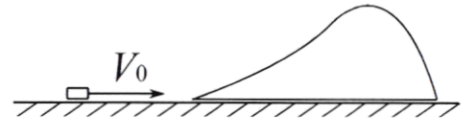
Шифр 5-026

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

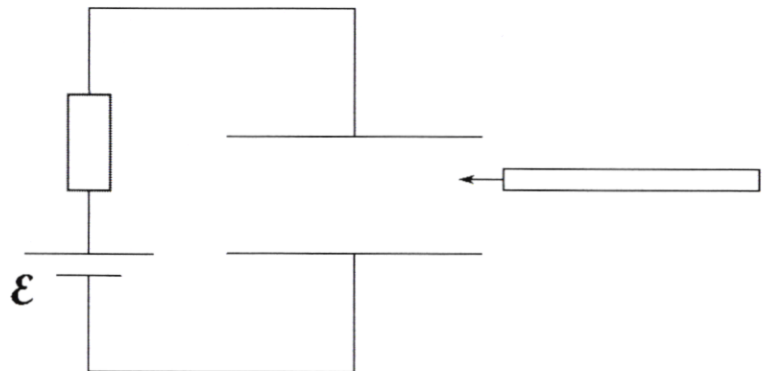


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27°C в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

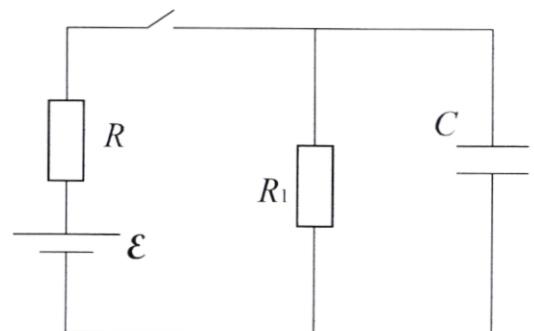
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС ε (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



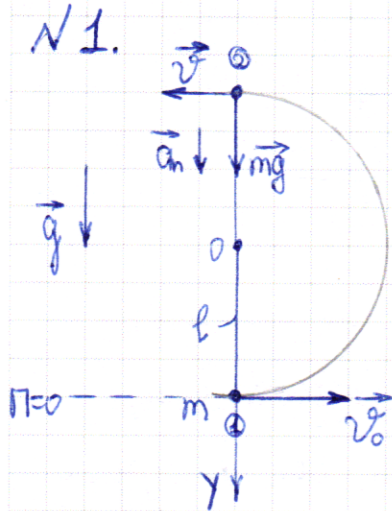
- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , ε , R .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



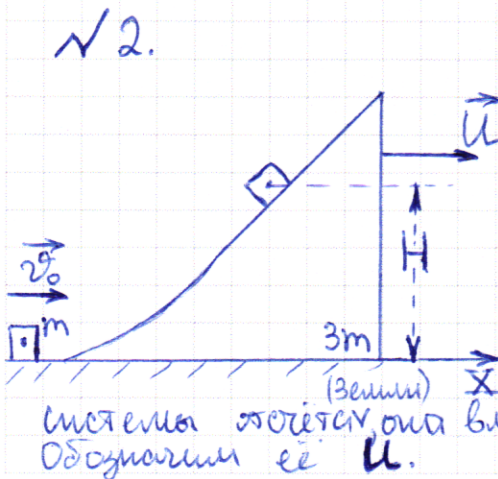
1) Чтобы шарик смог совершить полный оборот, в верхней точке траектории у него должна быть скорость, обуславливающаяся центростремительное ускорение. Обозначим эту скорость за v . Минимальность начальной скорости отражается в том, что в верхней точке траектории сила натяжения нити равна нулю.

2) Запишем закон сохранения энергии для шарика в положениях ① и ②: $E_1 = E_2$; $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mg \cdot 2l$ (нулевой уровень потенциальной энергии примем в положении ①) $\Rightarrow v_0^2 = v^2 + 4gl$ (1)

3) Запишем 2-й закон Ньютона в проекции на ось Y в положении ②: $mg = ma_n$, учитывая, что $a_n = \frac{v^2}{R}$, получим: $g = \frac{v^2}{l} \Rightarrow v^2 = gl$ (2)

4) Подставляя (2) в (1): $v_0^2 = gl + 4gl = 5gl \Rightarrow v_0 = \sqrt{5gl}$
 $v_0 = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = 5 \text{ м/с}$

Ответ: 5 м/с.



1) Так как горка незакреплена, то при выезде шайбы она начнет двигаться. Значит, когда шайба поднимется на максимальную высоту, ее скорость относительно горки будет равна нулю, но относительно неподвижной системы отсчета, она вместе с горкой будет двигаться с некоторой скоростью. Обозначим ее u .

2) Запишем закон сохранения импульса в проекции на ось X

$$P_{1x} = P_{2x} \Rightarrow mv_0 = (m+3m)u \Rightarrow u = \frac{v_0}{4} \quad (1)$$

3) Запишем закон сохранения энергии: $E_1 = E_2 \Rightarrow$

$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{(m+3m)u^2}{2} + mgH$ (3 м — нулевой уровень потенциальной энергии примем стол); H — максимальная высота подъема шайбы

(с учётом (1), получим): $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{4m}{2} \left(\frac{v_0}{4}\right)^2 + mgH$

$$v_0^2 = \frac{v_0^2}{4} + 2gH; \quad \frac{3}{4}v_0^2 = 2gH \Rightarrow H = \frac{3v_0^2}{8g}$$

4) Запишем закон сохранения импульса для начального положения и для положения, когда шайба съезжает с горки;

тогда у шайбы будет скорость v , а у горки u_1 . Получим:

$$P_{1x} = P_{2x} \Rightarrow mv_0 = 3mu_1 - mv; \quad v_0 = 3u_1 - v \Rightarrow u_1 = \frac{v_0 + v}{3} \quad (3)$$

5) Запишем закон сохранения энергии для этих же положений:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{3mu_1^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = 3u_1^2 + v^2. \text{ Подставим (3):}$$

$$v_0^2 = 3\left(\frac{v_0 + v}{3}\right)^2 + v^2; \quad v_0^2 = \frac{(v_0 + v)^2}{3} + v^2; \quad 3v_0^2 = (v_0 + v)^2 + 3v^2$$

$$3v_0^2 = v_0^2 + v^2 + 2v_0v + 3v^2 \Rightarrow \text{Получим квадратное уравнение}$$

$$\text{относительно } v: \quad 4v^2 + 2v_0v - 2v_0^2 = 0$$

$$v = \frac{-2v_0 \pm \sqrt{4v_0^2 + 4 \cdot 4 \cdot 2v_0^2}}{2 \cdot 4}, \text{ учитывая, что } v > 0:$$

$$v = \frac{-2v_0 + 6v_0}{8} = \frac{4v_0}{8} = \frac{v_0}{2}$$

$$\text{Ответ: 1) } H = \frac{3v_0^2}{8g}; \quad 2) \frac{v_0}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

T_1, V_1	T_2, V_2
------------	------------

1) При краевой перегородки, цилиндрической
внутренней энергии газа не изменится,
таким образом:

$$U_1 + U_2 = U_{12}$$

$\frac{3}{2} V_1 R T_1 + \frac{3}{2} V_2 R T_2 = \frac{3}{2} (V_1 + V_2) R T$, где T — температура в сосуде после
установления термодинамического равновесия.

$$V_1 T_1 + V_2 T_2 = (V_1 + V_2) T \quad (T_1 = t_1 + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K};$$

$$T_2 = t_2 + 273 = 7 + 273 = 280 \text{ K})$$

$$T = \frac{V_1 T_1 + V_2 T_2}{V_1 + V_2} = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,2 + 0,3} = 288 \text{ K}$$

$$t = T - 273 = 288 - 273 = 15^\circ \text{C}$$

2) Из уравнения состояния: $pV = \nu RT$ найдем:

$p = \frac{\nu RT}{V}$, где V — объем сосуда, p — конечное давление в сосуде,
 $\nu = \nu_1 + \nu_2$; T — установившаяся температура

$$p = \frac{(V_1 + V_2) RT}{V} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 144 \cdot 10^3 \text{ Па} = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

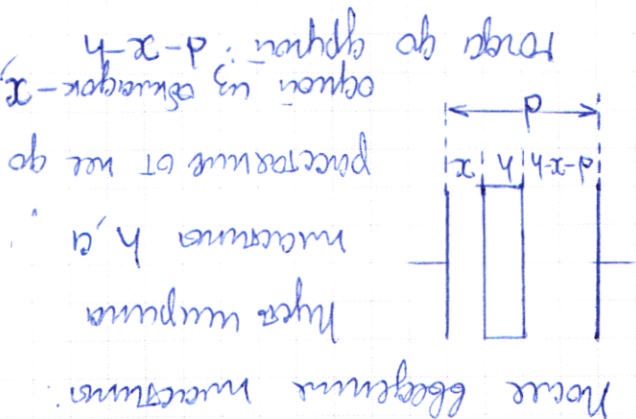
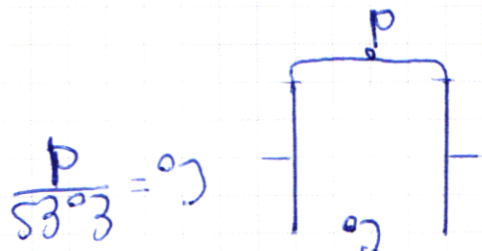
Ответ: 1) $t = 15^\circ \text{C}$; 2) $p = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$

1) Так как конденсатор нагружен к источнику, то не до

сважного напряжения не применяется

2) Так как конденсатор нагружен к источнику, то не до

до обрыва не применяется



Этот конденсатор можно представить как 2 конденсатора соединенных

параллельно, т.е. конденсатор - параллельно, не применяем

Объемная емкость конденсаторов C1 и C2, тогда

не обрыв конденсатора: C = C1 * C2 / (C1 + C2) (последовательное соединение)

Equation for capacitance C in terms of plate area S, distance d, and dielectric constant epsilon_s. The diagram shows a capacitor with plates of area S and distance d, divided into two regions with dielectrics epsilon_1 and epsilon_2.

Важно отметить, что емкость не зависит от того, на каком

расстоянии от обкладок берется материал. Емкость конденсатора

нормализована к источнику, поэтому, мы C = U / I, применяем

Equation for capacitance C in terms of plate area S, distance d, and dielectric constant epsilon_s. The diagram shows a capacitor with plates of area S and distance d, divided into two regions with dielectrics epsilon_1 and epsilon_2.

наше напряжение известно, значит q = q1 - q2 = q1 - q2 = 3/4 * C0 * U - C0 * U =

Equation for capacitance C in terms of plate area S, distance d, and dielectric constant epsilon_s. The diagram shows a capacitor with plates of area S and distance d, divided into two regions with dielectrics epsilon_1 and epsilon_2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5. 1) Как только ключ закрыли, по всей цепи пойдёт ток, значит резисторы R и R_1 ^{можно считать} соединены параллельно. Их общее сопротивление:

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 \cdot R}{R_1 + R} = \frac{3R \cdot R}{3R + R} = \frac{3}{4}R$$

По закону Ома: $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{общ}}} = \frac{4\mathcal{E}}{3R}$

2) В установившемся режиме ток будет протекать только по резистору R_1 . На ветвь с конденсатором он теперь не будет. Значит резисторы R и R_1 можно считать последовательно соединёнными, а их общее сопротивление: $R_{\text{общ}2} = R + R_1 = 4R$. Ток, протекающий через них: $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{общ}2}} = \frac{\mathcal{E}}{4R}$

Учитывая, что конденсатор и резистор R_1 соединены параллельно, напряжение на них одинаковое $\Rightarrow U_{R_1} = U_C$

$$U_{R_1} = I_1 \cdot R_1 = \frac{\mathcal{E}}{4R} \cdot 3R = \frac{3\mathcal{E}}{4} \equiv U_C \quad \text{— напряжение конденсатора в установившемся режиме}$$

3) После размыкания ключа, теплота будет выделяться за счёт изменения энергии конденсатора, значит:

$$Q = W_C = \frac{CU^2}{2} - 0 = \frac{CU^2}{2} = \frac{C \cdot (3\mathcal{E})^2}{2 \cdot 4} = \frac{9C\mathcal{E}^2}{32}$$

Ответ: 1) $I = \frac{4\mathcal{E}}{3R}$; 2) $U_C = \frac{3\mathcal{E}}{4}$; 3) $Q = \frac{9C\mathcal{E}^2}{32}$

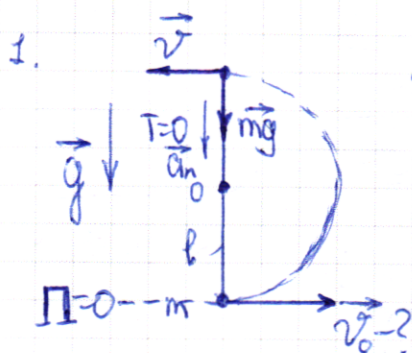
черновик чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № _____
(Нумеровать только чистовики)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

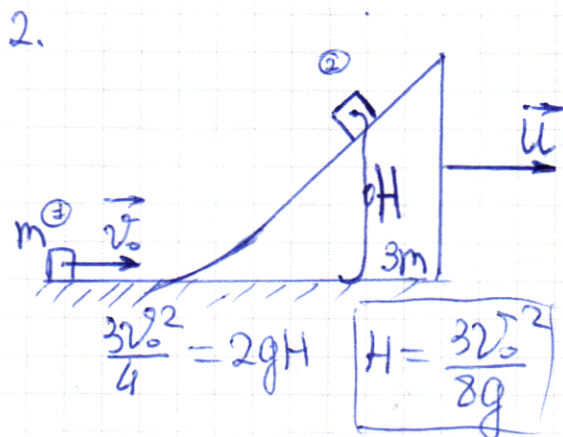


$$mg = \frac{mv^2}{l} \quad v = \sqrt{gl}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mg \cdot 2l + \frac{mv^2}{2}$$

$$v_0^2 = 4gl + v^2 = 4gl + gl = 5gl$$

$$v_0 = \sqrt{5gl} = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = \sqrt{25} = \boxed{5 \text{ м/с}}$$



$$mv_0^2 = (m+3m)u^2 = 4mu^2 \quad u = \frac{v_0}{4}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{(m+3m)u^2}{2} + mgH$$

$$mv_0^2 = 4mu^2 + 2mgH$$

$$v_0^2 = 4u^2 + 2gH = 4 \cdot \frac{v_0^2}{16} + 2gH$$

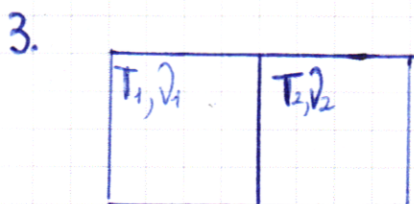
$$\frac{3v_0^2}{4} = 2gH$$

$$H = \frac{3v_0^2}{8g}$$

$$mv_0 = 3mu^* - mv$$

$$v_0^* - v = u$$

$$v_0 = 3v_0 - 3v - mv \quad 2mv = 2v_0 \quad \boxed{v = \frac{v_0}{2}}$$



$$\frac{3}{2} \nu_1 RT_1 + \frac{3}{2} \nu_2 RT_2 = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) RT_2$$

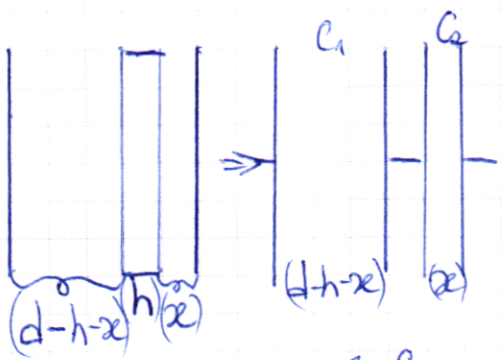
$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T \quad T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}$$

$$T = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,5} = 2 \cdot (60 + 84) = 288 \text{ K}$$

$$t = 15^\circ \text{C}$$

$$pV = (\nu_1 + \nu_2) RT$$

$$p = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = \boxed{144 \cdot 10^3 \text{ Па}}$$



$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d-h-x}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{x}$$

$$C = \frac{\frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d-h-x} \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{x}}{\frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d-h-x} + \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{x}} = \frac{\frac{\epsilon_0 \epsilon S}{x(d-h-x)}}{\frac{x+d-h-x}{(d-h-x)x}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d-h}$$

$$C = \frac{4}{3} C_0$$

$$q_1 = q_2 \Rightarrow U = \frac{q}{C} = \frac{q}{\frac{4}{3} C_0}$$

$$U = \text{const} \quad \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \quad \frac{q_1}{C_0} = \frac{q_2}{\frac{4}{3} C_0} = \frac{3}{4} \frac{q_2}{C_0}$$

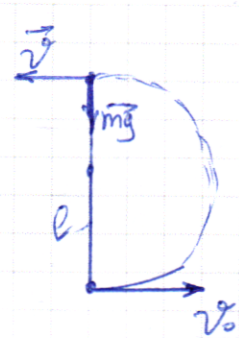
$$q_1 = \frac{3}{4} q_2 \quad q_2 = \frac{4}{3} q_1 \Rightarrow \Delta q = \frac{1}{3} \cdot \epsilon C_0 U$$

5. $I = \frac{U}{R} \quad R = \frac{3R \cdot R}{4R} = \frac{3}{4} R \quad I = \frac{4\epsilon}{3R} \text{ (1)}$

$$U_C = U_{R1}; \quad I_{\text{пер}} = \frac{\epsilon}{4R}; \quad U_{R1} = \frac{\epsilon}{4R} \cdot 3R = \frac{3\epsilon}{4} \text{ (2)}$$

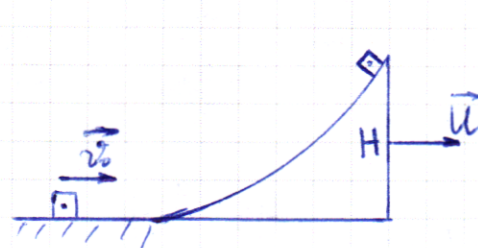
$$Q = W_C = \frac{CU^2}{2} = \frac{C \cdot 9\epsilon^2}{2 \cdot 16} = \frac{9}{32} C \epsilon^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- 1) 
$$\frac{mv_0^2}{2} = mgr + \frac{mv^2}{2} \quad v_0^2 = 4gr + v^2$$

$$mg = \frac{v^2}{r} \cdot m \quad v^2 = gr$$

$$v_0^2 = 5gr = 5 \cdot 10 \cdot 0,5$$

$$|v_0| = 5 \text{ м/с}$$
- 2) 
$$mv_0^2 = (m+3m)u^2 \quad u = \frac{v_0}{4}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{(m+M)u^2}{2} + 2mgh$$

$$mv_0^2 = 4mu^2 + 2mgh; \quad v_0^2 = \frac{v_0^2}{16} + 4gh$$

$$\frac{3v_0^2}{4} = 4gh \quad 3v_0^2 = 16gh \quad a) \quad H = \frac{3v_0^2}{16g}$$
- б)
$$mv_0 = 3mu - mv \quad v_0 = 3u - v \quad u = \frac{v_0 + v}{3}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{3mu^2}{2} \quad v_0^2 = v^2 + 3u^2 \quad v_0^2 = v^2 + 3 \frac{(v_0 + v)^2}{9}$$

$$3v_0^2 = 3v^2 + v_0^2 + v^2 + 2v_0v \quad 2v^2 + 2v_0v - 2v_0^2 = 0$$

$$v^2 + \frac{1}{2}v_0v - \frac{1}{2}v_0^2 = 0$$

$$v = \frac{-\frac{1}{2}v_0 + \sqrt{\frac{v_0^2}{4} + 2v_0^2}}{2} \quad v = \frac{-\frac{1}{2}v_0 + \sqrt{\frac{9v_0^2}{4}}}{2} = \frac{-\frac{1}{2}v_0 + \frac{3v_0}{2}}{2} = \frac{v_0}{2}$$
- 3)

T_1, ν_1	T_2, ν_2

$$\nu_1 = \nu_2 \Rightarrow \frac{3}{2} \nu_1 RT_1 = \frac{3}{2} \nu_2 RT_2 = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) RT$$

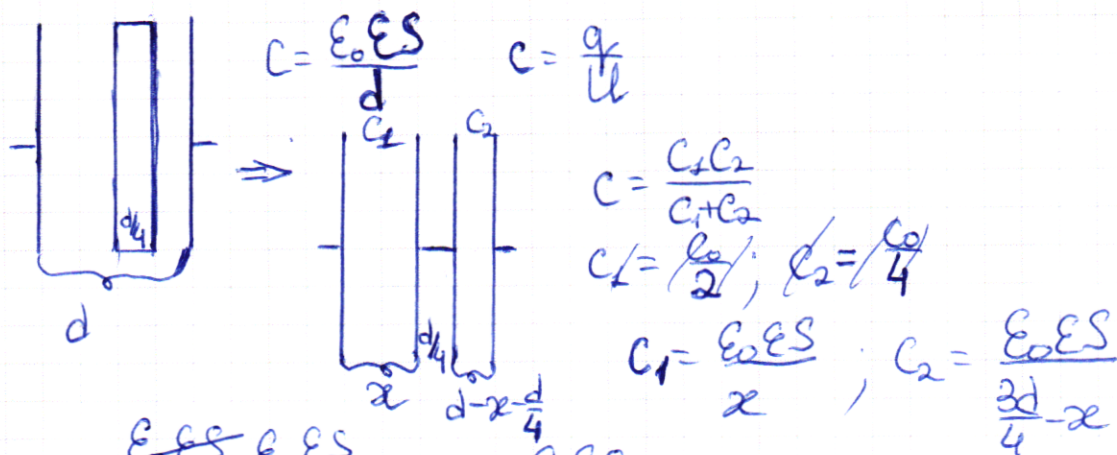
$$\frac{\nu_1}{8h} \nu_1 T_1 + \frac{\nu_2}{8h} \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T \Rightarrow T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}$$

$$T = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,2 + 0,3} = \frac{\frac{2}{10} \cdot 300 + \frac{3}{10} \cdot 280}{\frac{5}{10}} = \frac{(2 \cdot 300 + 3 \cdot 280) \cdot 10^2}{5}$$

$$T = (2 \cdot 300 + 3 \cdot 280) \cdot 2 = (600 + 840) \cdot 2 = 1440 = 288 \text{ K}$$

$$t = 288 - 273 = 15^\circ \text{C} \quad a)$$
- б)
$$pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{(\nu_1 + \nu_2) RT}{V} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 0,5 \cdot 288 \cdot 10^3 = 144 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

4) $U = \text{const} = \mathcal{E}$



$$C = \frac{\frac{\epsilon_0 \epsilon S}{x} \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{\frac{3d}{4} - x}}{\frac{\epsilon_0 \epsilon S}{x} + \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{\frac{3d}{4} - x}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{x \left(\frac{3d}{4} - x \right)} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{3d}{4} - x}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{\frac{\frac{3d}{4} - x + x}{x \left(\frac{3d}{4} - x \right)}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{\frac{3d}{4}} = \frac{4}{3} C_0$$

Ke aduttun of x

5) $U = \text{const} \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{q_1}{C_0} = \frac{q_2}{C}$

$$\frac{q_1}{C_0} = \frac{q_2}{\frac{4}{3}C} = \frac{3q_2}{4C_0} \quad q_1 = \frac{3}{4}q_2$$

$$q_2 = \frac{4}{3}q_1 \quad \Delta q = \frac{q_1}{3} = \frac{C_0 \mathcal{E}}{3}$$

5. $I = \frac{U}{R_0} = \frac{\mathcal{E}}{R_0}$; $R_0 = \frac{R R_1}{R + R_1} = \frac{R \cdot 3R}{4R} = \frac{3}{4}R$

a) $I = \frac{4\mathcal{E}}{3R}$ б) $U = \frac{q}{C} = \mathcal{E}$

б) $Q = \frac{CU^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$