

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

Шифр

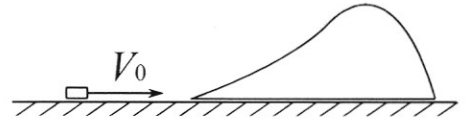
g-g

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

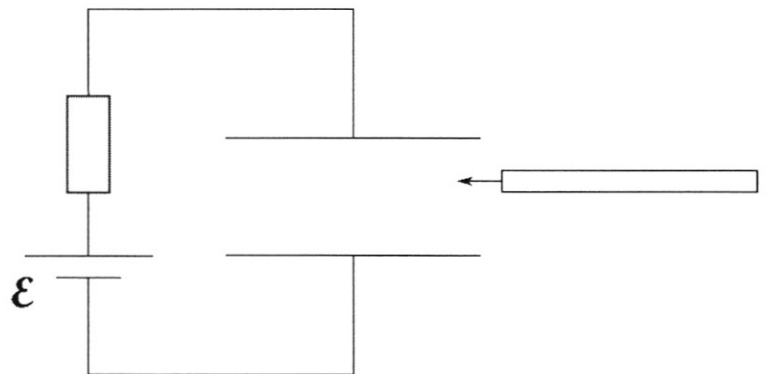


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27°C в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

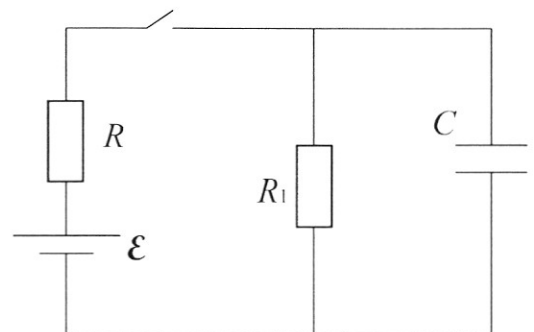
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС \mathcal{E} (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , \mathcal{E} , R .

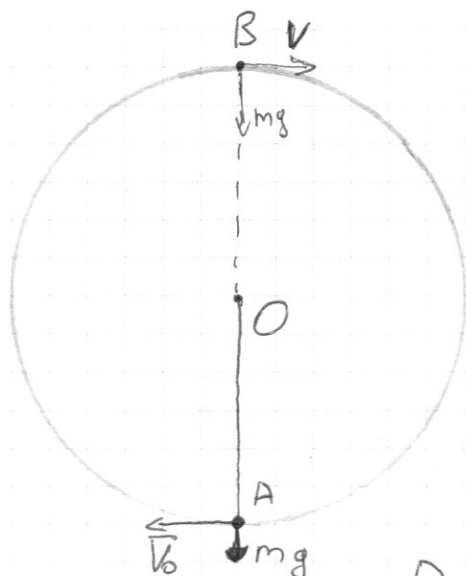


- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1



Дано:

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$R = 50 \text{ см}$$

Найти:

$$v_{\text{ом}} = ?$$

Решение:

Главная «проблемная» точка — это точка В, на одной вертикали с т. старта А.

Выглядело более, ситуация симметричная.

Чтобы в т. В тело продолжило двигаться по окр., должно выполняться соотношение:

$a_{\text{ц}} = \frac{v}{r}$, в предельном случае, для минимальной

$$v_{\text{ом}}, a_{\text{ц}} = g. \Rightarrow v^2 = gr. \quad (1)$$

Запишем закон сохранения полной механической энергии для точек А и В:

$$\frac{m v_{\text{ом}}^2}{2} = mgh + \frac{m v^2}{2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{поставим} \\ \text{систему отсчёта потенциальной} \\ \text{энергии в точку А} \end{array} \right)$$

подставим из (1):

$$\frac{V_{0M}^2}{2} = gh + \frac{gl}{2}, \text{ где } h = 2l \text{ (длина радиуса)}$$

$$\Rightarrow V_{0M}^2 = 4gl + gl = 5gl$$

$$V_{0M} = \sqrt{5gl}$$

$$V_{0M} = \sqrt{5 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 50 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $V_{0M} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3

Дано:

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$t_1 = 27^\circ\text{C} \quad T_1 = 300 \text{ K}$$

$$t_2 = 7^\circ\text{C} \quad T_2 = 280 \text{ K}$$

$$V_1 = 0,2 \text{ моль}$$

$$V_2 = 0,3 \text{ моль}$$

$$\text{He}, \quad i = 3.$$

Θ - установивш. температура?

Запишем первое начало термодинамики:

$$Q_{\text{обм}} = A_{\text{обм}} + \Delta U_{\text{обм}}$$

Газ не расширялся и не сжимался, $\Rightarrow Q_{\text{обм}} = 0$

$$\Rightarrow Q_{\text{обм}} = 0$$

$$A_{\text{обм}} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$$

$$\Delta U_1 = \frac{i}{2} \nu R (\Theta - T_1)$$

$$\Delta U_2 = \frac{i}{2} \nu R (\Theta - T_2)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \nu_1 R (\Theta - T_1) = -\frac{3}{2} \nu_2 R (\Theta - T_2)$$

$$\frac{3}{2} \nu_1 R (T_1 - \Theta) = \frac{3}{2} \nu_2 R (\Theta - T_2)$$

$$\nu_1 T_1 - \nu_1 \Theta = \nu_2 \Theta - \nu_2 T_2$$

$$(\nu_2 + \nu_1) \Theta = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2$$

$$\Theta = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}$$

$$\Theta = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,3 + 0,2} \text{ K} = \frac{60 + 84}{0,5} \text{ K}$$

$$= 288 \text{ K} = 15^\circ\text{C}$$

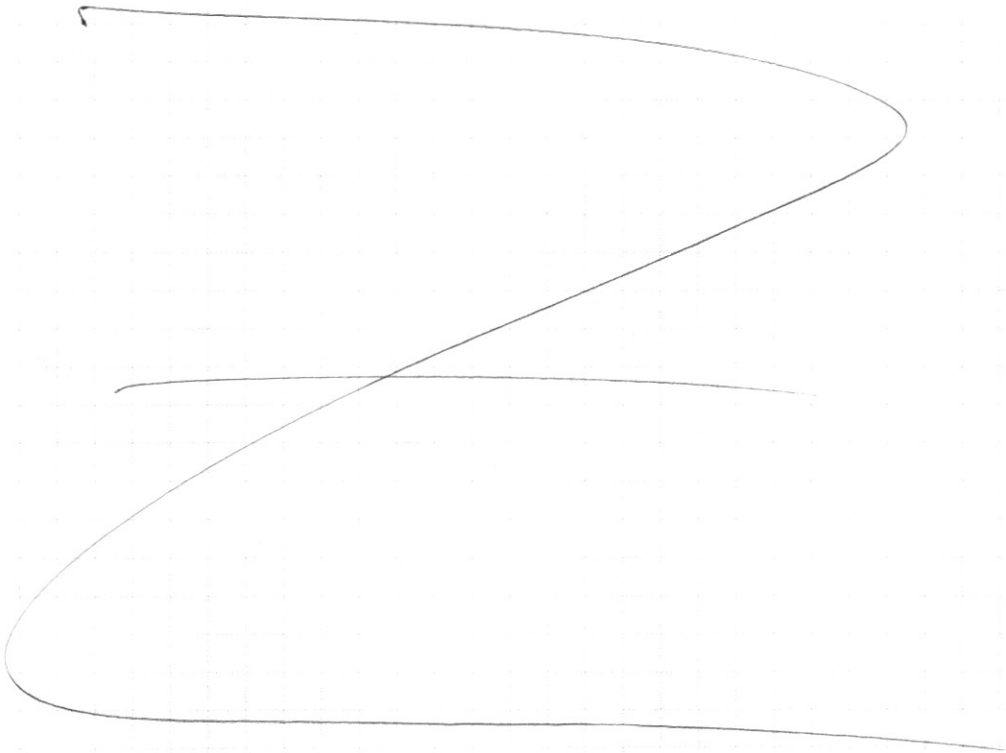
Чтобы найти зависимость запишем закон Кларера - Менделеева

$$PV = \nu RT, \quad P_{\text{общ}} = P_1 + P_2 \quad (\text{сумма давлений в обеих частях})$$
$$P_1 = \frac{\nu_1 R \Theta}{V} \quad P_2 = \frac{\nu_2 R \Theta}{V}$$

$$P_{\text{общ}} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R \Theta}{V}$$
$$P_{\text{общ}} = \frac{10,5 \cdot R \Theta}{V} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} \text{ Па} =$$

$$= 144 \cdot 10^3 \text{ Па} = 144 \text{ кПа}$$

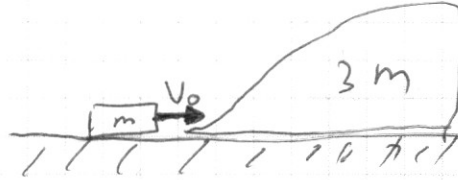
Ответ: $\Theta = 15^\circ \text{C}$; $P_{\text{общ}} = 144 \text{ кПа}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Дано:
 m, V_0
 $3m$

$h_{\max} - ?$
 $V_{\text{ш}} - ?$



Решение:

Рассмотрим шайбу в момент времени, когда уже нулевой ^{относительно горки} скорость! Она поднимется на макс. высоту) тогда применим закон сохранения импульса системы закон сохр. полн. мех. энергии!

$$\begin{cases} mV_0 = 4mV_{\Gamma} \\ \frac{mV_0^2}{2} = \frac{4mV_{\Gamma}^2}{2} + mgh_{\max} \end{cases}$$

Относительно пола
 $V_{\text{шайбы}} = V_{\Gamma}$ во второй момент времени

$$\begin{cases} V_{\Gamma} = \frac{V_0}{4} \\ \frac{V_0^2}{2} = \frac{4 \cdot \frac{V_0^2}{16}}{2} + gh_{\max} \end{cases} \quad \begin{cases} V_{\Gamma} = \frac{V_0}{4} \\ \frac{4V_0^2}{8} - \frac{V_0^2}{8} = gh_{\max} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{\Gamma} = \frac{V_0}{4} \\ h_{\max} = \frac{3V_0^2}{8g} \end{cases}$$

Применив закон сохранения энергии
мех. энергии во время съезда шайбы
с горки получим:

$$\left\{ \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_{ш}^2}{2} + \frac{3mV_r^2}{2} \right.$$

$$\left\{ mV_0 = mV_{ш} + 3mV_r \quad - \text{закон сохр. импульса системы} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_0^2 - 3V_r^2 = V_{ш}^2 \\ V_r = \frac{V_0 - V_{ш}}{3} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} V_0^2 - \frac{V_0^2 + V_{ш}^2 - 2V_0V_{ш}}{3} = V_{ш}^2 \quad (1) \\ V_r = \frac{V_0 - V_{ш}}{3} \end{array} \right.$$

решая (1): $3V_0^2 - V_0^2 + V_{ш}^2 + 2V_0V_{ш} = 3V_{ш}^2$

$$4V_{ш}^2 - 2V_0V_{ш} - 2V_0^2 = 0 \quad 2V_{ш}^2 - V_0V_{ш} - V_0^2 = 0$$

$$D = (1+8)V_0^2 = 9V_0^2$$

$$V_{ш} = \frac{V_0 + 3V_0}{4} = V_0$$

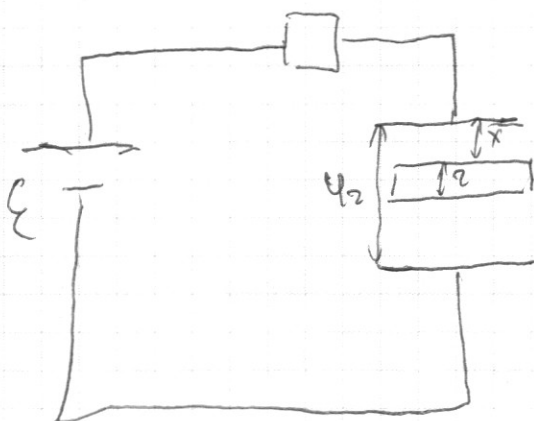
Ответ: $h = \frac{3V_0^2}{8g}$; $V_{ш} = V_0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 C_0
 ϵ
 $2,42$

 $C' = ?$
 $Q_n = ?$

$2,42$ — это толщина пластинки
и расстояние между пластинками
соответственно



$\epsilon = 1$, т.к. диэлектрика нет

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{42}$$

Отбрось расстояние от пластинки до пластинки
конденсатора за x , а до второй, получается
расстояние будет $42 - 2 - x = 32 - x$

После введения пластинки два полученных
последовательно соединённых 2 конденсатора.

Ёмкость этого суммарного конденсатора вычислится

по ф-ле: $\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{x} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{32 - x} \quad (S \text{ у всех пластин равна})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C'} = \frac{x}{\epsilon_0 S} + \frac{32 - x}{\epsilon_0 S} = \frac{32}{\epsilon_0 S} \Rightarrow C' = \frac{\epsilon_0 S}{32}$$

$$\frac{C'}{C_0} = \frac{\frac{\epsilon_0 S}{32}}{\frac{\epsilon_0 S}{\epsilon_2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \underline{C' = \frac{4}{3} C_0}$$

2) $\epsilon = \frac{A}{q}$ $A = \epsilon q$ — работа источника

$W_{C_0} = \frac{C \epsilon^2}{2}$ (в момент, когда только начали вводить пластину, напряжение на конденсаторе еще не уменьшилось)

3) $A = \Delta W + Q_{\text{в}}$

∴ Можно сказать, что заряд в установленном режиме будет на конденсаторе C' в разряде!

$Q_2 = C' \cdot \epsilon$, потому что через резистор

в установленном режиме так не течёт.

тогда сначала на конденсаторе (до вставки пластины) был заряд $Q_1 = C_0 \cdot \epsilon$, а стал (после установления режима) $Q_2 = C' \cdot \epsilon$

⇒ через резистор пройдет заряд, равный $Q = Q_1 - Q_2$

$$Q = \frac{4}{3} C_0 \epsilon - C_0 \epsilon = \frac{1}{3} C_0 \epsilon$$

Ответ: $C' = \frac{4}{3} C_0$; $Q = \frac{1}{3} C_0 \epsilon$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

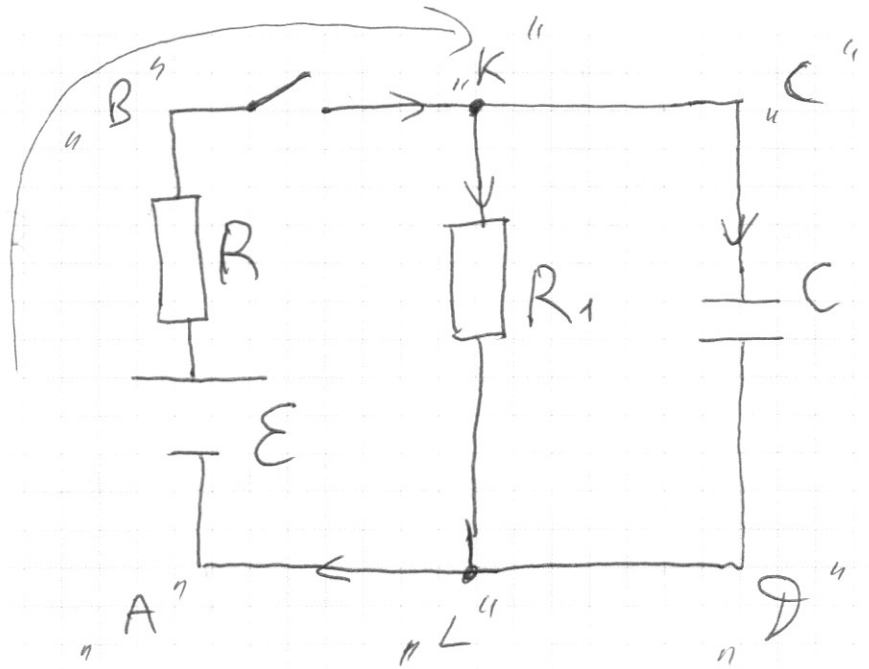
5) Дано:
параметры
цепи по схеме
 $R_1 = 3R$

Найти:

1) $I = ?$

2) $U_C = ?$

3) $Q = ?$



Возьмём контур «ABCDA» — замкнутый,
по правилу Кирхгофа, выбрав
направление по часовой стрелке запишем:

$\mathcal{E} = IR + U_C$, но U_C в начальный момент
времени равно 0, сразу после замыкания
ключа U_C также равно 0 (скачком не меняется)
 $\Rightarrow \mathcal{E} = IR \Rightarrow \underline{I = \frac{\mathcal{E}}{R}}$, ток через резистор R
такой же как и через источник.

2) В установившемся режиме ток через
конденсатор не течёт, \Rightarrow весь ток в параллельном
соединении R_1 и C пойдёт через R_1 .
Запишем 2 правило Кирхгофа для контура «ABCLA»:

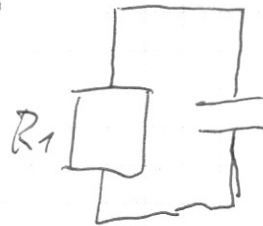
$\mathcal{E} = IR + IR_1 = 4IR$, но напряжение на резисторе R_1 , по закону Ома; будет $U_{R_1} = IR_1 = 3IR$.

$U_{R_1} = U_C$ (параллельное соединение)

$$U_{R_1} = 3IR = U_C \quad \mathcal{E} = 4IR \quad U_{R_1} = U_C = 3IR$$

$$\frac{U_C}{\mathcal{E}} = \frac{3IR}{4IR} = \frac{3}{4} \quad \underline{U_C = \frac{3}{4} \mathcal{E}}$$

3) после размыкания ключа схема будет выглядеть так:



В установленном режиме тока в цепи нет, напряжение на конденсаторе равно 0 (по правилу Кирхгофа $IR_1 = U_C$).

Запишем закон сохранения энергии:

$$A = \Delta W + Q, \quad A = 0, \text{ т.к. ЭДС в цепи нет}$$

$$\Rightarrow -\Delta W = Q \quad W_H = \frac{CU_C^2}{2} \quad W_K = 0$$

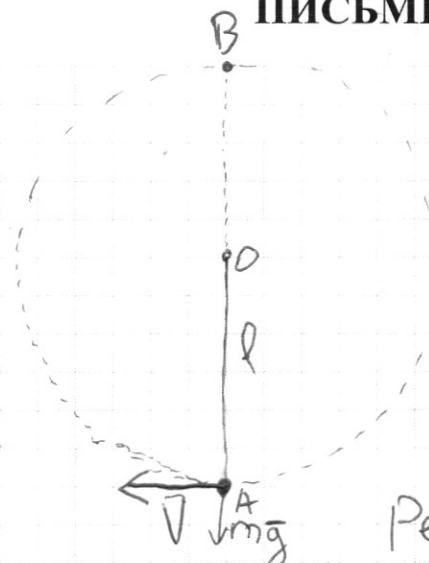
(начальная и конечная энергии конденсатора)

$$\Rightarrow Q = (W_K - W_H) = \frac{CU_C^2}{2} = \frac{9\mathcal{E}^2 \cdot C}{32} = \underline{\underline{\frac{9}{32} C \mathcal{E}^2}}$$

Ответ: $I = \frac{\mathcal{E}}{R}; \quad U_C = \frac{3}{4} \mathcal{E}; \quad Q = \frac{9}{32} C \mathcal{E}^2$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1



Дано:

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$l = 50 \text{ см}$$

найти:

$$v = ?$$

Решение:

Если тело пройдёт левую дугу окружности (от вертикали АО), то пройдёт и правую тогда минимальная приближенная скорость будет, если когда тело дошло до верхней точки, её кинетическая будет 0, тогда, по закону сохранения энергии в точку А можно записать закон сохранения полной мех. энергии:

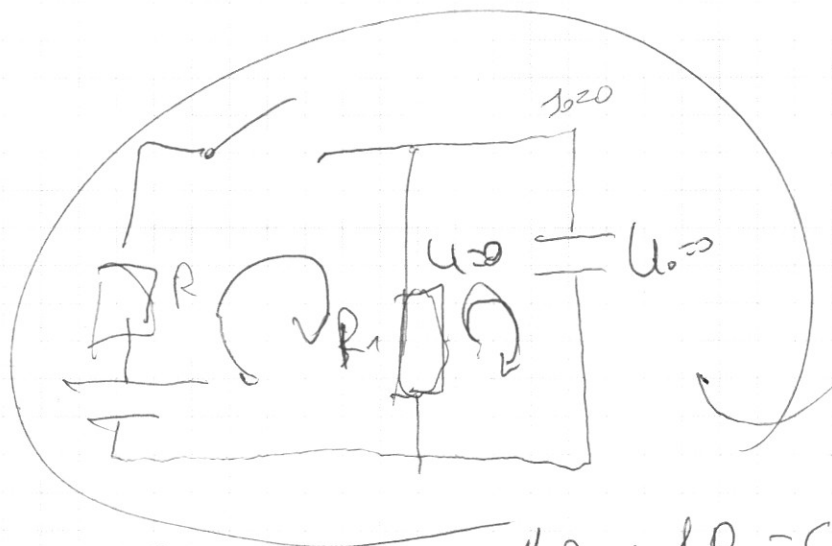
$$\text{в т. А и т. В. } \frac{mv^2}{2} = mgh, \quad h = 2l$$

$$v^2 = 2g \cdot 2l \quad v^2 = 4gl \quad \boxed{v_0 = 2\sqrt{gl}}$$

$$v_0 = 2 \cdot \sqrt{100 \cdot 0.5} = 20 \cdot 10^{-1} = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

5)



$I = \frac{\epsilon}{R + R}$
 ~~$I = \frac{\epsilon}{R}$~~
 $I(R_1 + R) = \epsilon$
 $I = \frac{\epsilon}{R + R} = \frac{\epsilon}{4R}$

$U = IR_1 = 3IR$
 $\epsilon = IR + IR_1 = 4IR$
 $IR = \frac{\epsilon}{4}$

$U = \frac{3}{4}\epsilon$

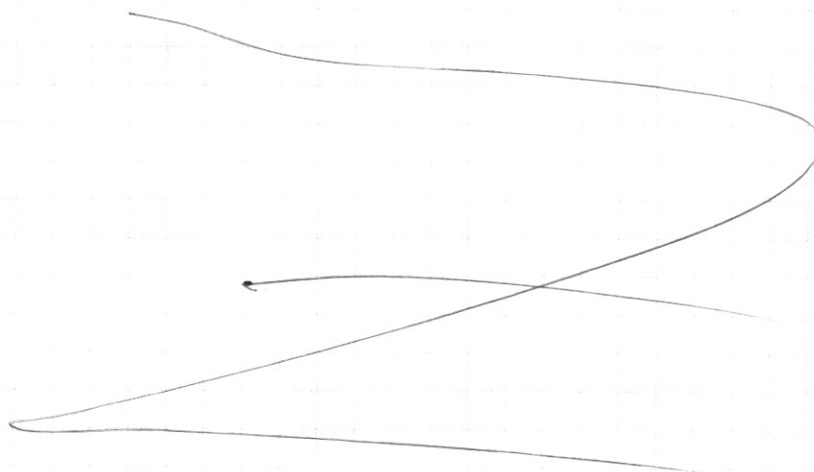
~~$\epsilon = I(R + R)$~~

~~Q~~

$A = \epsilon \cdot q = C \cdot \frac{3}{4} \epsilon^2$

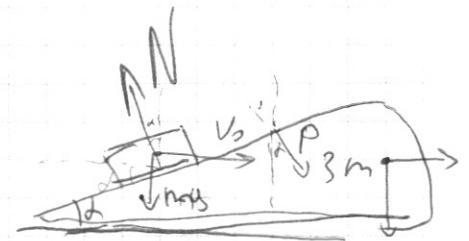
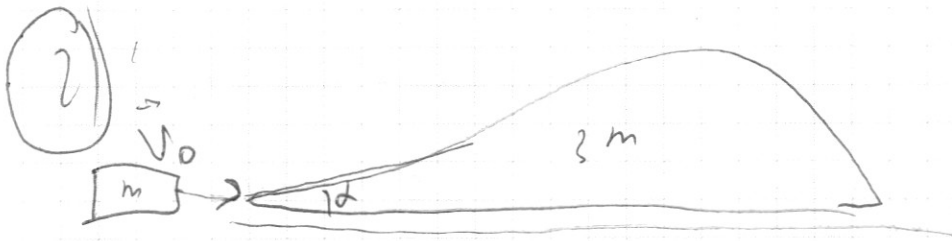
$A = \frac{9CE^2}{16} + Q$

$Q = \frac{12E^2C}{16} - \frac{9CE^2}{16} = \frac{3CE^2}{16}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Если тело пройдёт левую дугу окр., то пройдёт и правую



$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{3m v_1^2}{2} + m g h_{\max}$$

$$m v_0 = (m v_{\text{шарик}} + \cancel{3m}) v_1 \quad a_{\text{цм}} = \frac{12}{3} g t \quad = 4g t$$

$$v_{\text{шарик}} + v_1 = v_{\text{шарик}} + v_1$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{3m v_1^2}{2} + m g h_{\max}$$

$$m v_0 = 3m v_1 \quad v_1 = \frac{v_0}{3}$$

$$\frac{1}{2} v_0^2 = g h \quad h = \frac{v_0^2}{2g}$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{aligned} \Sigma x: m a_x &= -N \sin \alpha = -m g \sin \alpha \\ \Sigma y: m a_y &= N \cos \alpha - m g \\ N \cos \alpha &= m g \\ N &= \frac{m g}{\cos \alpha} \\ P \cdot \sin \alpha &= \dots \\ \Sigma x &= \frac{P \sin \alpha}{3m} = \frac{m g \sin \alpha}{3m} = \frac{g \sin \alpha}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_x &= a_x t = \frac{g \sin \alpha}{3} t \\ t &= \frac{v_x}{a_x} = \frac{v_x}{\frac{g \sin \alpha}{3}} = \frac{3 v_x}{g \sin \alpha} \\ S_x &= v_x t = \frac{a_x t^2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h &= S_x \cdot \sin \alpha = \frac{g \sin \alpha}{3} t^2 \cdot \sin \alpha \\ &= \frac{g \sin^2 \alpha}{3} t^2 \\ &= \frac{g \sin^2 \alpha}{3} \left(\frac{3 v_x}{g \sin \alpha} \right)^2 = \frac{g \sin^2 \alpha}{3} \cdot \frac{9 v_x^2}{g^2 \sin^2 \alpha} = \frac{3 v_x^2}{g} \end{aligned}$$

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

$$3) \quad V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$T_1 = 300 \text{ K} \quad \nu_1 = 0,2 \text{ моль}$$

$$T_2 = 280 \quad \nu_2 = 0,3$$

$$Q_1 = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R (\theta - T_1)$$

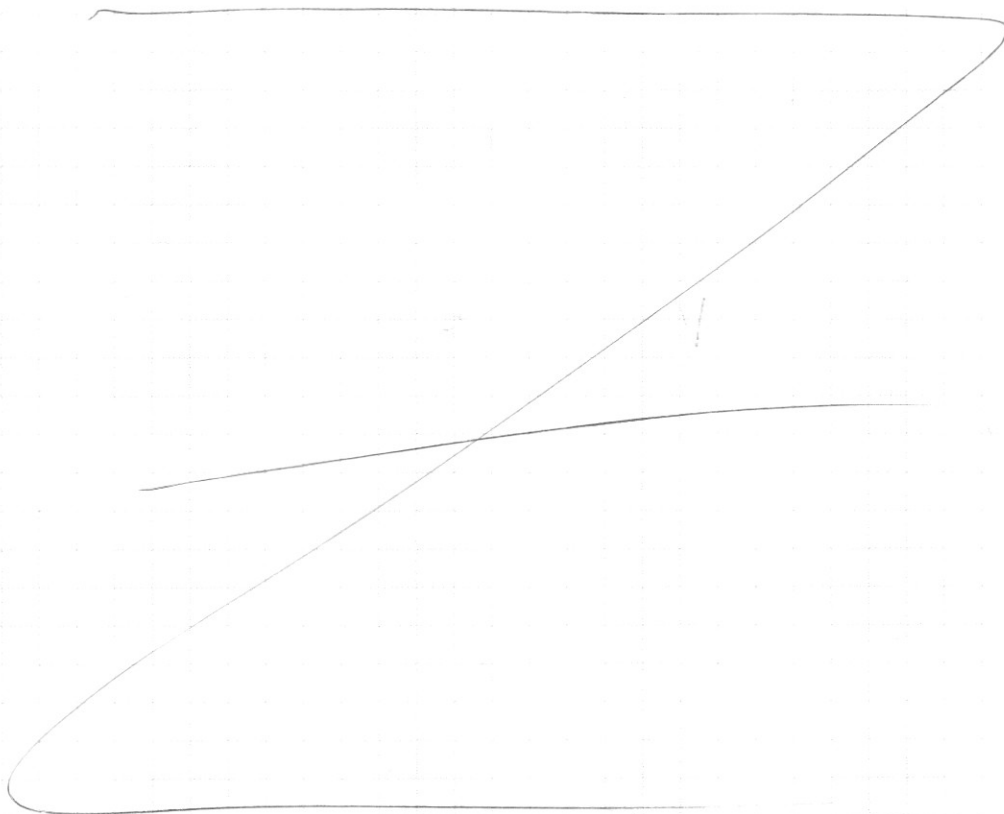
$$Q_2 = \Delta U = \frac{3}{2} \nu R (\theta - T_2)$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \quad \frac{3}{2} \nu R (\theta - T_1) = -\frac{3}{2} \nu R (\theta - T_2)$$

$$0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280 =$$

$$= 60 + 84 = 144$$

$$P_{\text{обл}} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) T R}{V}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

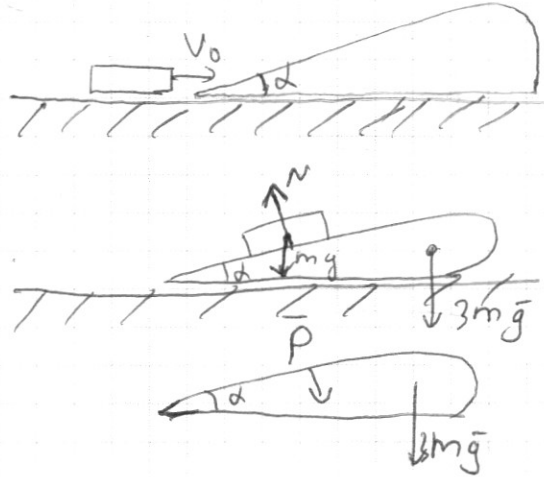
2 Дано:

$m, V_0, 3m$

$F_{тр} = 0$

$h_{max} = ?$

$V_c = ?$



$\times 280$
 840

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_B^2}{2} + mgl$$

$$g = \frac{V_0^2}{R}$$

1 $m \frac{V_0^2}{R} = gm$

$V_0 = \sqrt{Rg}$

$V_B^2 = gl$
 $V_0^2 = gl + 4gl$
 $V_0^2 = 5gl$

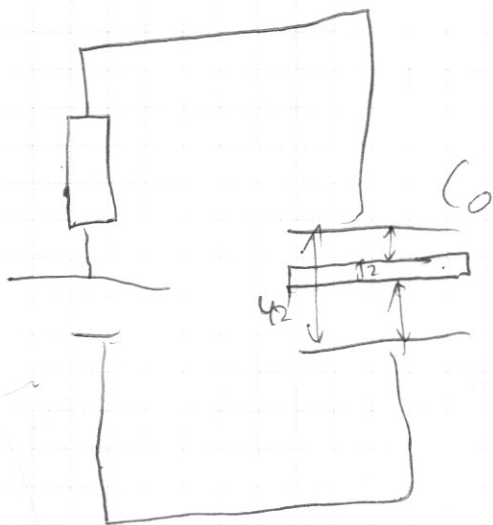
$84 + 60 = 144$

$\frac{mV^2}{2} - 2mgh + \frac{mV'^2}{2}$

~~$\frac{V_0^2}{R} + g = V_0$~~

$\frac{mRg}{2} - m \cdot 2l \cdot g = \frac{mV'^2}{2}$

$a = \frac{V_0^2}{R} + g = \frac{V_0^2}{R}$



$$\frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon_0 S}{32-x}$$

$$\frac{\epsilon_0 S}{x}$$

$$\frac{\epsilon_0 S}{42} = C_0$$

$$[k] = \frac{\text{К} \cdot \text{м}^2}{\text{км}^2}$$

$$[k] \sigma = \frac{\text{К} \cdot \text{м}^2}{\text{км}^2} \cdot \frac{\text{К} \cdot \text{м}^2}{\text{км}^2}$$

$$32 \epsilon_0 S - \epsilon_0 S x + \epsilon_0 S x = C'$$

$$U = Ed$$

$$E = Q = C_0 U = \epsilon_0 E$$

$$E = \frac{E}{42} = \frac{\sigma}{\epsilon} =$$

$$\frac{32 \epsilon_0 S - \epsilon_0 S x + \epsilon_0 S x}{32x - x^2} = \frac{1}{\epsilon_0 S} = \frac{32-x}{\epsilon_0 S} + \frac{x}{\epsilon_0 S}$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

$$E_1 = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}$$

$$U = \frac{Q}{2\epsilon_0 S} \cdot x$$

$$C = \frac{x}{2\epsilon_0 S} \frac{2\epsilon_0 S}{x}$$

$$C' = \frac{\epsilon_0 S}{32}$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{42}$$

$$\frac{C'}{C_0} = \frac{4}{3}$$

$$C' = \frac{4}{3} C_0$$

$$A \rightarrow \frac{E}{\sigma} \quad \epsilon = \frac{A}{Q} = \frac{\text{К} \cdot \text{м}}{\text{км}}$$