

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

Шифр

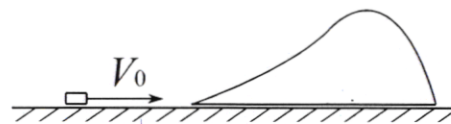
Ф-8

(заполняется секретарём)

Вариант 11-04

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 18 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая монета массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $4m$ (см. рис.). Монета въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.



1) На какую максимальную высоту поднимается монета?

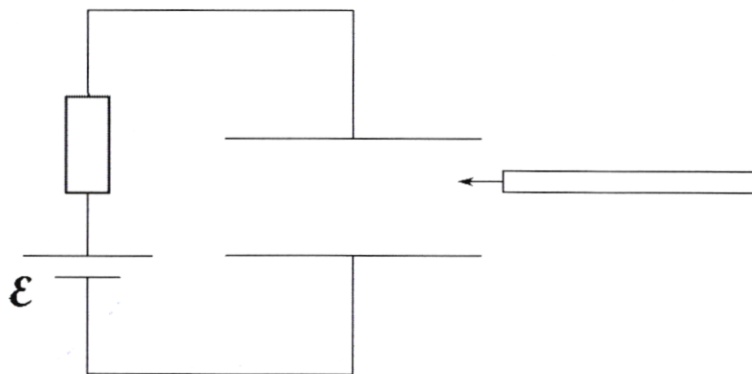
2) С какой скоростью монета съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре $127 \text{ }^\circ\text{C}$ в количестве $\nu_1 = 0,1$ моль. Во второй части находится гелий при температуре $7 \text{ }^\circ\text{C}$ в количестве $\nu_2 = 0,4$ моль. Перегородка прорывается.

1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?

2) Найти конечное давление в сосуде.

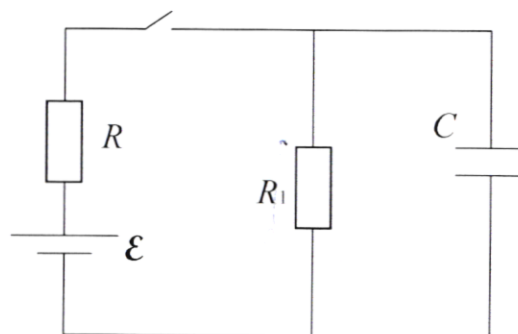
4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС ε (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 3 раза меньше расстояния между обкладками.



1) Найти емкость конденсатора с пластиной.

2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=4R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , ε , R .



1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.

2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.

3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

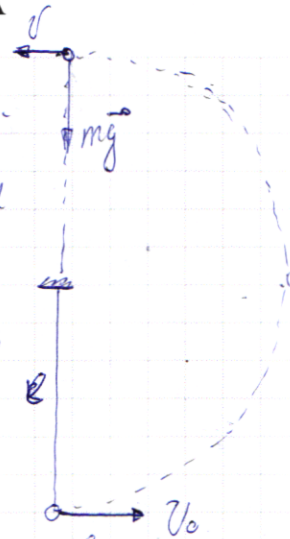
№1 Дано:

$$l = 18 \text{ см} = 0,18 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v_0 = ?$$

Будет в верхней точке траектории скорость шарика v ; а нити v_0 . П.к. шарик движается по окружности, то в верхней точке у него будет центростремительное ускорение равно $a = \frac{v^2}{l}$, где l - длина нити.



Запишем II закон Ньютона для верхней точки:

$$\Rightarrow mg + T = \frac{mv^2}{l}; \quad T - \text{сила натяжения нити.}$$

$$\Rightarrow mv^2 = mgl + T \cdot l$$

Запишем закон сохр. энергии для нити и верхней точки:

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgl + \frac{mv^2}{2}$$

$$mv_0^2 = 4mgl + mv^2$$

$$-mgl + T \cdot l = 4mgl + mv^2$$

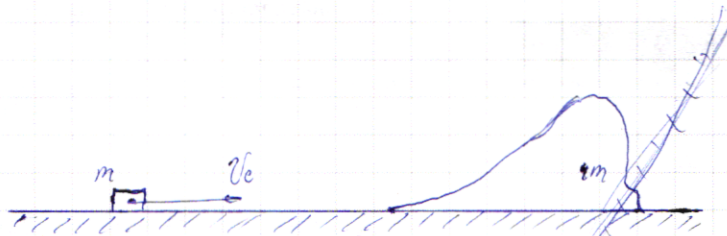
$$mv_0^2 = 5mgl + T \cdot l$$

$$v_0 = \sqrt{5gl + \frac{T \cdot l}{m}} \quad \text{Как видно, при } T=0 \text{ - скорость}$$

начальная минимальна $\Rightarrow v_0 = \sqrt{5gl} = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,18} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: $3\sqrt{5gl} = 3\sqrt{10} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \boxed{3 \frac{\text{м}}{\text{с}}}$

№ 2
 Дано:
 v_0 ; m
 $4m$
 h - ?
 v - ?



Найдем скорость горки сразу после касания шайбы.
 Запишем закон сохр. импульса (ЗСИ) и энергии (ЗСЭ)

$$\begin{cases} m v_0 = m v_1 + 4 m u \\ \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \frac{4 m u^2}{2} \end{cases}$$

u - скорость горки; v_1 - скорость шайбы

$$\begin{cases} v_1 = v_0 - 4u \\ v_0^2 = v_1^2 + 4u^2 \end{cases}$$

$$v_0^2 = v_0^2 - 8 v_0 u + 16 u^2 + 4 u^2$$

$$8 v_0 u = 20 u^2$$

$$u = \frac{8}{20} v_0 = \frac{2}{5} v_0$$

Когда шайба достигнет макс. точки ее скорость относительно горки равна 0 $\Rightarrow v_2 = u$. - в этот момент \Rightarrow
 \Rightarrow запишем ЗСЭ:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + \frac{4 m u^2}{2} + m g h$$

$$v_0^2 = 5 u^2 + 2 g h$$

$$2 g h = v_0^2 - 5 u^2$$

$$h = \frac{v_0^2 - 5 u^2}{2 g}$$

$$v_0^2 = \frac{5 \cdot \frac{4}{25} v_0^2}{2 g}$$

$$\frac{v_0^2 - \frac{4}{5} v_0^2}{2 g} = \frac{1}{10} \frac{v_0^2}{g}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Запишем ЗСЭ и ЗСИ для момента когда шайба также
въехала на горку и ^{когда} вот-вот светит:

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{4m\alpha^2}{2} = \frac{mv_3^2}{2} + \frac{4m\alpha^2}{2}$$

v_3 — скорость во vr , когда вот-вот

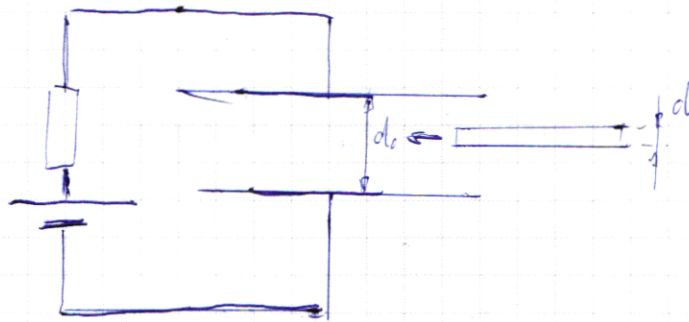
светит:

$$v_1^2 = v_3^2$$

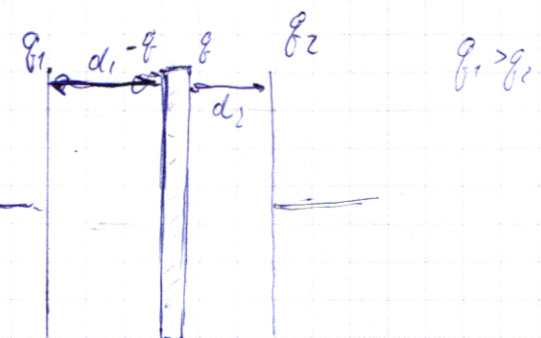
$$|v_1| = |v_3| = |v_0 - 4\alpha| = |v_0 - \frac{4}{5}| = |-\frac{3}{5}v_0| = \frac{3}{5}v_0$$

т.к. шайба светит а не наезжает, ее скорость v_3 противо-
поставка по знаку $v_1 \Rightarrow v_3 = -v_1 = \frac{3}{5}v_0$. Замечание: хоть $v_1 < 0$ — поло-
жительное направление совпадает с направлением v_0 , но относительно нас
она будет двигаться со скоростью $v_1 = \alpha \Rightarrow v_1 =$

№ 4 Дано:
 $\epsilon; C_0$
 $d = \frac{d_0}{3}$
 $C' = ?$
 $\Delta q = ?$



Внутри проводящей пластины поля нет. $\epsilon_{\text{плас.}} \rightarrow \infty \Rightarrow$
 \rightarrow Кусок пластика "вошла" в конденсатор она разбилась на два конденсатора последовательно соединенных между собой. Пусть толщина (расст. между пластинками) в первом d_1 а во втором d_2 . Емкость первого и второго соответственно равны: $C_1 = \frac{S \cdot \epsilon_0}{d_1}$; $C_2 = \frac{S \cdot \epsilon_0}{d_2}$. S - площадь поверхности пластины \Rightarrow



\Rightarrow C' -ищная емкость равна:

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{d_1}{S \epsilon_0} + \frac{d_2}{S \epsilon_0}$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{d_1 + d_2}{S \epsilon_0}$$

$$C' = \frac{S \epsilon_0}{d_1 + d_2}$$

Т.к. $d_1 + d_2 = d_0 + d = \frac{2}{3} d$; $S \epsilon_0 = d C_0$

$$\Rightarrow C' = \frac{d C_0}{\frac{2}{3} d} = \frac{3}{2} C_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. П.к. $q = C\mathcal{U} \Rightarrow$

$$dq = d(C\mathcal{U});$$

$$\Sigma dq = \Delta q = \Delta(C\mathcal{U})$$

П.к. в состоянии равновесия напряжение на конденсаторе равно напряжению источника $\mathcal{U} = \mathcal{E}$

$$\Rightarrow \Delta q = \Delta(C\mathcal{U}) = \Delta C \cdot \mathcal{E} = (C_2 - C_1) \cdot \mathcal{E} = \frac{1}{2} C_0 \mathcal{E}$$

Ответ: 1) $C' = \frac{3}{2} C_0$

2) $\Delta q = \frac{1}{2} C_0 \mathcal{E}$

Дано:

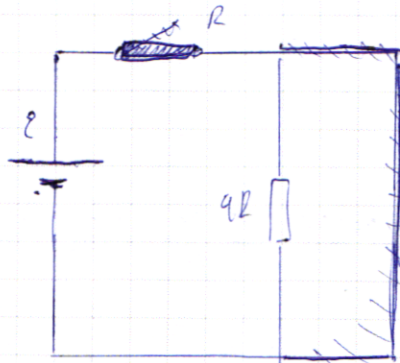
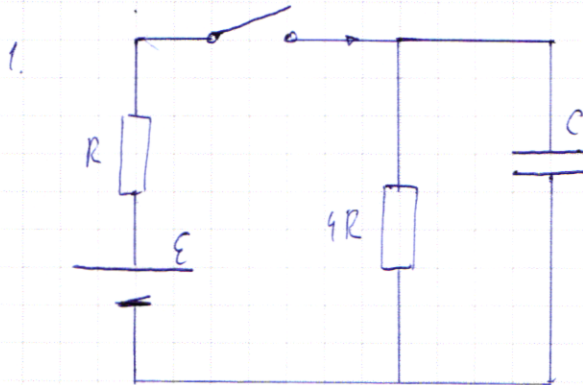
$R_1 = 4R$

$C, \mathcal{E} \text{ и } R$

$I_0 = ?$

$\mathcal{U} = ?$

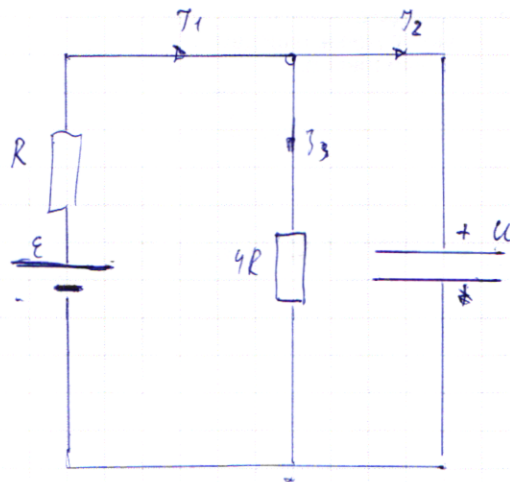
$Q = ?$



Сразу после замыкания
ключа напряжение кон-
денсатора равно 0.
Схема можно преоб-
разовать в эквивалентную.

Как видно ток через схему
 $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R + 4R} = \frac{\mathcal{E}}{5R} = \frac{\mathcal{E}}{R}$ (ток через
резистор $4R$ не идет).

2



Запишем правило Киргофа для левой и правой части (полюс. направление по часовой стрелке); Токи пусть текут так, как показано на рисунке

U - напряжение на конденсаторе.

$$\begin{cases} I_1 R + 4 I_3 R = \varepsilon \\ -4 I_3 R = -U \\ I_1 = I_2 + I_3 \\ I_2 = \frac{dQ}{dt} = \frac{d(CU)}{dt} = C \frac{\Delta U}{\Delta t} \end{cases}$$

В установившемся режиме $\Delta U = 0 \Rightarrow I_2 = 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 R + 4 I_3 R = \varepsilon \\ U = 4 I_3 R \\ I_1 = I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 I_3 R = \varepsilon \\ 4 I_3 R = U \end{cases}$$

$$\frac{U}{\varepsilon} = \frac{4}{5}$$

$$U = \frac{4}{5} \varepsilon$$

3. При замыкании ключа конденсатор начнет разряжаться.

Запишем ЗСЭ:

$$\frac{CU^2}{2} = Q \Rightarrow Q = \frac{C \cdot \frac{16}{25} \varepsilon}{2} = \frac{16}{50} C\varepsilon = \frac{8}{25} C\varepsilon.$$

Ответ: $Q_0 = \frac{8}{25} C\varepsilon$; $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$; $U = \frac{4}{5} \varepsilon$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

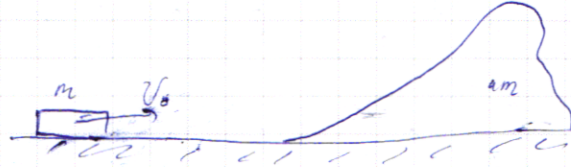
Дано:

$v_0; m$

$4m$

$v_{max}?$

$v'?$



2. Найдём скорость шайбы непосредственно перед свездом с горки (v_3). Запишем ЗСЭ для моментов когда шайба только заехала и вот-вот сведит:

$$\frac{mv_0^2}{2} + \frac{4m u^2}{2} = \frac{mv_3^2}{2} + \frac{4m u^2}{2}$$

$$v_0^2 = v_3^2$$

$$v_3^2 = \frac{9}{25} v_0^2$$

$$|v_3| = \frac{3}{5} v_0$$

П.к. шайба светлеет её скорость направлена в противо-положную скорости v_0 скорости $\Rightarrow v_3 = -\frac{3}{5} v_0$

Запишем ЗСЭ и ЗСМ для моментов перед и после свезда:

$$\begin{cases} -mv' + 4mu' = -mv_3 + 4mu \\ \frac{mv'^2}{2} + \frac{4mu'^2}{2} = \frac{mv_3^2}{2} + \frac{4mu^2}{2} \end{cases}$$

$$u' = \frac{1}{4} (v' + 4u - v_3)$$

$$\begin{cases} v'^2 + 4 \cdot \frac{1}{4} (v'^2 + 16u'^2 + v_3^2 - 8v'u' + 2v'v_3 + 8v'u) = \\ = v_3^2 + u^2 \end{cases}$$

$$\frac{5}{4} v'^2$$

$$\int \omega' = \frac{1}{4} (v' + \frac{3}{5} v'_0 - \frac{2}{5} v'_0) = \frac{1}{4} (v' - v'_0)$$

$$v'^2 - \frac{16}{25} v_0^2 + \frac{1}{16} (v'^2 - 2v'v_0 + v_0^2) - \frac{9}{25} v_0^2 = 0$$

$$v'^2 - v_0^2 + \frac{1}{16} v'^2 - \frac{1}{8} v'v_0 + \frac{1}{16} v_0^2 = 0$$

$$17v'^2 - 2v'v_0 + 15v_0^2 = 0$$

$$D = 4v_0^2 - 1024v_0^2 = 1024v_0^2$$

$$v' = \frac{(2 + 32)v_0}{17} = 2v_0$$

Ответ: $\frac{1}{10} \frac{v_0^2}{g}$

$212v_0$

$\sqrt{3}$

Дано:

$$T_1 = 127^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 7^\circ\text{C}$$

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$d_1 = 0,1 \text{ мм}$$

$$d_2 = 0,4 \text{ мм}$$

1) $P_0 = ?$

2) $P_0 = ?$

1) Запишем уравнение теплового баланса для двух масс газа:

$$m_1 c (T_1 - T_0) = m_2 c (T_0 - T_2)$$

$$m_1 = d_1 \cdot \mu ; m_2 = d_2 \cdot \mu$$

$$\Rightarrow d_1 (T_1 - T_0) = d_2 (T_0 - T_2)$$

$$T_0 (d_1 + d_2) = d_1 T_1 + d_2 T_2$$

$$T_0 = \frac{d_1 T_1 + d_2 T_2}{d_1 + d_2} = 31^\circ\text{C}$$

2) Запишем уравнение М.К для полного сжатия:

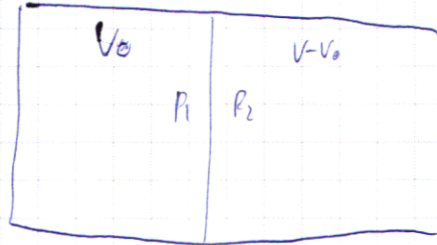
$$P_0 V = d_0 R T_0$$

$$P_0 = \frac{d_0 R T_0}{V} = \frac{(d_1 + d_2) R T_0}{V}$$

$$\frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 304}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 1520 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

Ответ: $31^\circ\text{C}; 1520 \text{ кПа}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$d_1 R$

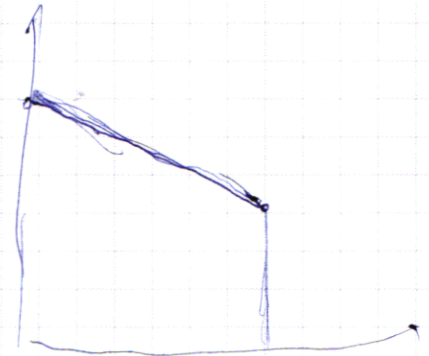
304
× 5
1520

$$P_1 V_0 = d_1 R T_1$$

$$P_2 (V-V_0) = d_2 R T_2$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{P_1 V_0}{P_1' V} &= \frac{d_1 R T_1}{d_1 R T_3} \\ \frac{P_2 V - P_2 V_0}{P_2' V} &= \frac{T_2}{T_3} \end{aligned} \right.$$

$$d_1 = \frac{m}{\mu}$$



$$d_1 \cdot \mu \cdot c \cdot \Delta T_1 = d_2 \cdot \mu \cdot c_s \cdot T_2$$

$d_1 = 11$

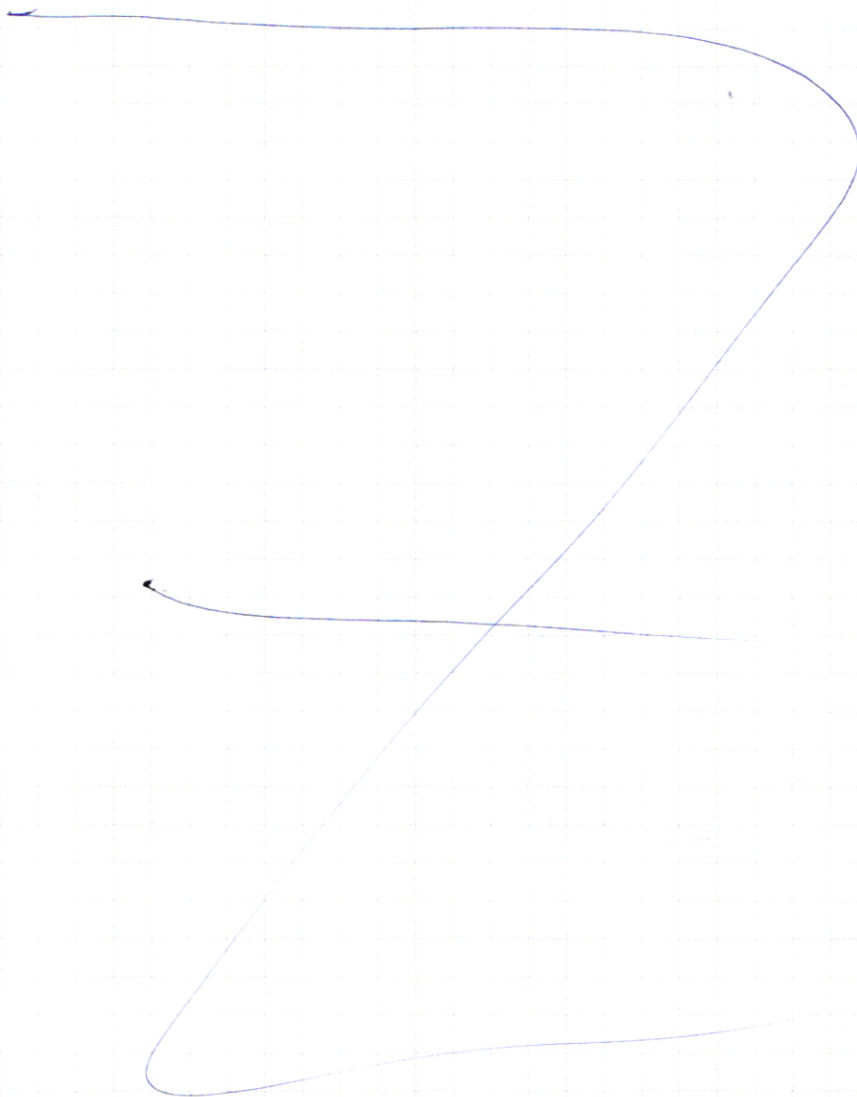
× 32
- 32
+ 64
+ 96
1024

18
× 15
- 185
+ 17
× 25 3 + 4
4
55
1224
1220
554
8

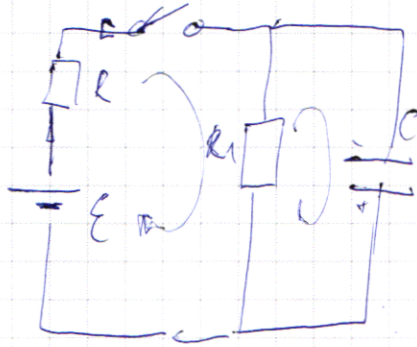
$$\frac{T_1 - 4T_2}{5} = \frac{127 + 28}{5} =$$

$$\frac{155}{5} = 31$$

2



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} I_1 R + I_2 R_1 = \varepsilon \\ I_2 R_1 = q C \end{cases}$$

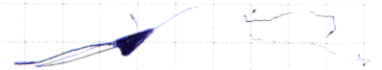
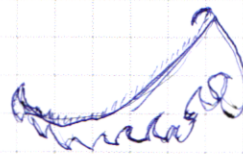
$$I_2 R_1 = q C$$

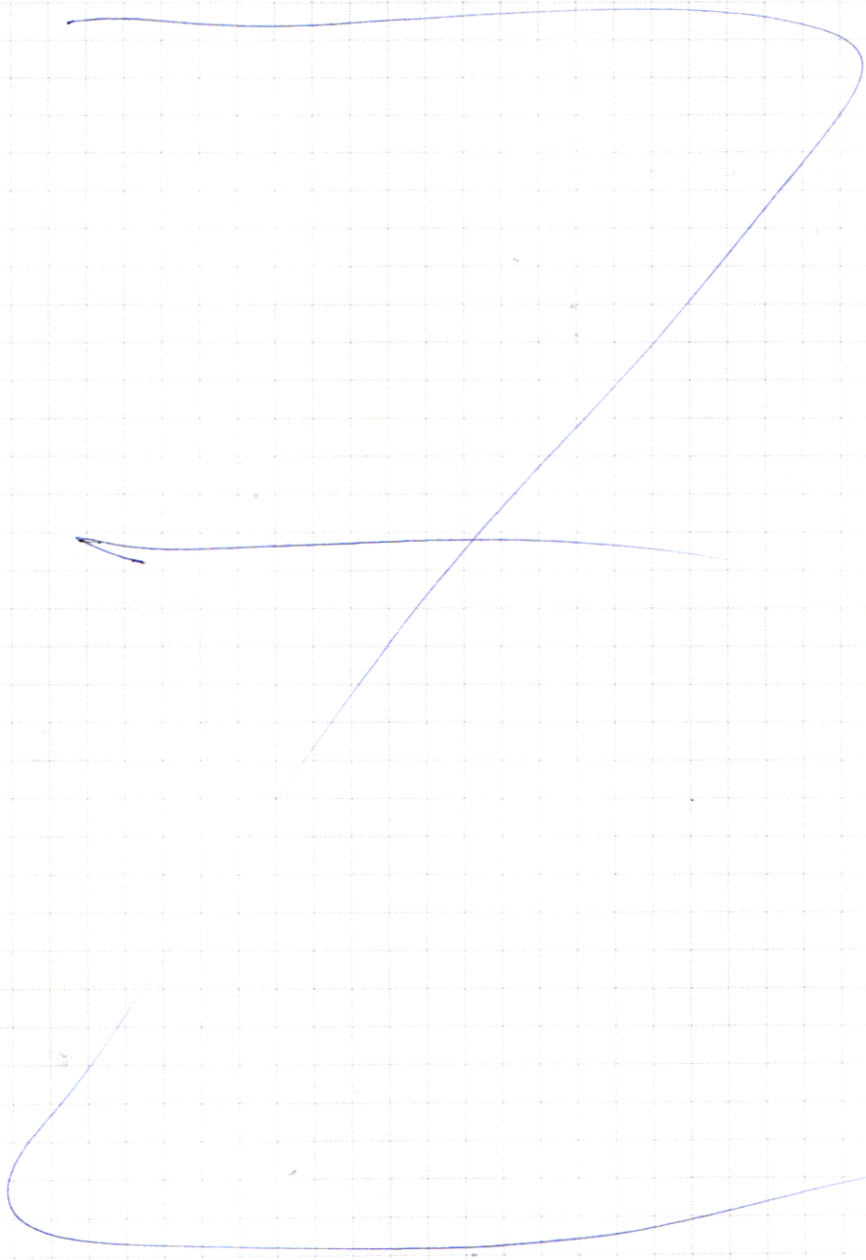
$$I_1 R + C = \varepsilon$$

$$U_C = \varepsilon - I_1 R$$

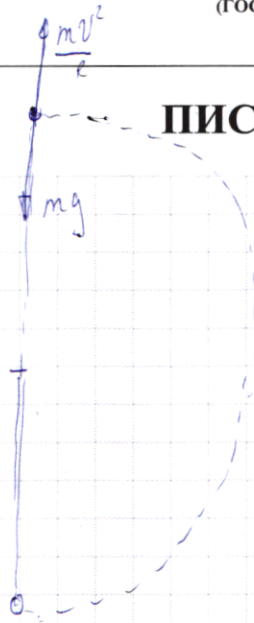
$$U = \varepsilon - I_1 R \quad I_1 = \frac{dq}{dt}$$

$$I_2 R_1 = \frac{q}{C} C$$





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

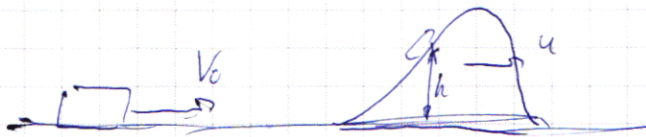


$$r^2 = gr$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgr + \frac{mv^2}{8}$$

$$mv_0^2 = 4gr + v^2$$

$$v_0^2 = 5gr$$



$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mu^2}{2} + \frac{4mu^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{5u^2}{2}$$

$$\begin{cases} mv_0 = 4mu + mv_1 \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{4mu^2}{2} \end{cases}$$

$$v_1 = v_0 - 4u$$

$$\frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{5 \cdot 5^2}{8^2} v_0^2$$

$$v_0^2 = gh + 12.5 v_0^2$$

$$v_0^2 = gh + \frac{12.5}{4} v_0^2$$

$$v_0^2 = gh + \frac{4}{5} v_0^2$$

$$\frac{1}{5} v_0^2 = gh$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(v_0 - 4u)^2}{2} + \frac{4mu^2}{2}$$

$$v_0^2 = v_0^2 - 8v_0u + 16u^2 + 4u^2$$

$$8v_0u = 20u^2$$

$$u = \frac{4}{8} v_0 = \frac{1}{2} v_0 = \frac{1}{5} v_0$$

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{4mv^2}{2} + mgh =$$

$\mu = 0.001$	$\nu_2 = 0.4 \text{ м/с}$
$\nu_1 = 0.1 \text{ м/с}$	$T_2 = 220 \text{ К}$

$$p_1 V_0 = \nu_1 R T_1$$

$$p_2 V_0 = \nu_2 R T_2$$

$$p_1 (V - V_0) = \nu_2 R T_2$$

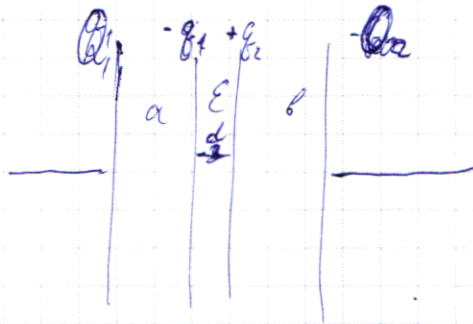
$$p_2 V = \nu_2 R T_3$$

~~$p_1 V_0$~~

$$Q_1 = \frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + p$$

$$p_1 V = R(\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2)$$

$$(p_1 - p_2) V_0 = R(\nu_1 + \nu_2)$$



$$\epsilon = \frac{Q}{R} = \alpha$$

$$U = 4 T_2 R$$

$$T_3 = T_2 + T_3$$

$$ES = \frac{Q}{\epsilon} \quad T_3 = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$a + b = \frac{2}{3} d$$

$$C_0 = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{\frac{Q}{SE} d} = \frac{SE}{d}$$

$$C =$$

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\Delta \varphi = d C U$$

$$\frac{1}{C} = \frac{d_1}{SE} + \frac{d_2}{SE} + \frac{d_3}{SE}$$

$$\Delta \varphi =$$

$$\epsilon = T_2 =$$

$$\frac{1}{C} = \frac{2d_0}{d S_0} = \frac{1}{3} \frac{d}{d C_0}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{2}{3} \frac{1}{C_0} + \frac{1}{3} \frac{\epsilon}{C_0}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{\epsilon + 2}{3 C_0}$$

$$C = \frac{3 C_0}{\epsilon + 2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\mathcal{E} - I_1 R = U$$

$$U = 4 I_2 R \quad \therefore I_2 = \frac{U}{4R}$$

$$I_1 = I_2 + \frac{q}{T}$$

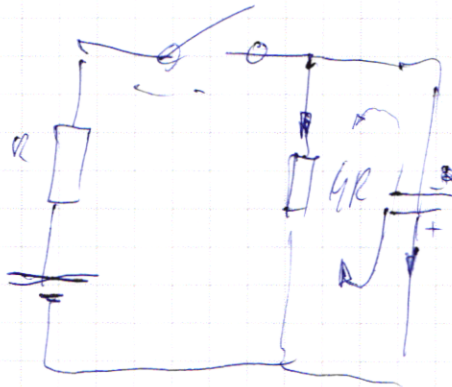
$$I_1 = \frac{U}{4R} + \frac{q}{T}$$

$$\mathcal{E} - \frac{U}{4} + \frac{q}{T} R = U$$

$$\frac{3}{4} U =$$

$$m U_1 + 4 m U = - m U_2 + 4 m U_0$$

$\Delta \varphi$



$$4 I_1 R + I_1 R = \mathcal{E}$$

$$4 I_2 R = -U$$

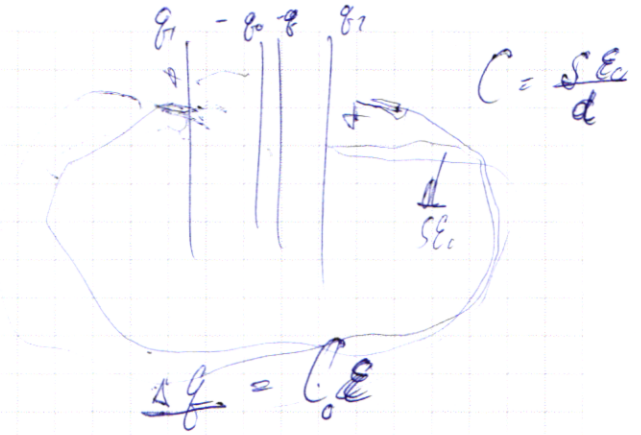
$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_3 = \frac{dq}{T}$$

$$5 I_2 R = \mathcal{E}$$

$$4 I_2 R = -U$$

$$+U = \frac{q \mathcal{E}}{5}$$



$$q_1 > q_2$$

$$I_3 = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C dU}{dt} \quad q \rightarrow 0$$

