

# Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

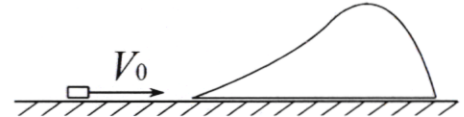
Шифр 15-012

(заполняется секретарём)

## Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять  $g=10 \text{ м/с}^2$ .

2. Небольшая шайба массой  $m$  скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью  $v_0$  к неподвижной незакрепленной горке массой  $3m$  (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

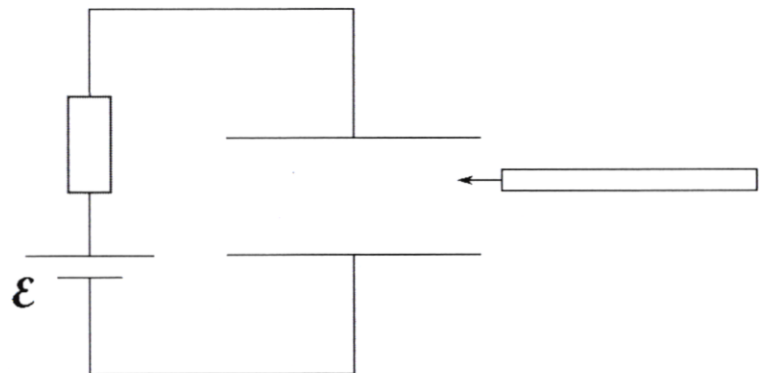


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом  $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре  $27^\circ \text{C}$  в количестве  $\nu_1 = 0,2$  моль. Во второй части находится гелий при температуре  $7^\circ \text{C}$  в количестве  $\nu_2 = 0,3$  моль. Перегородка прорывается.

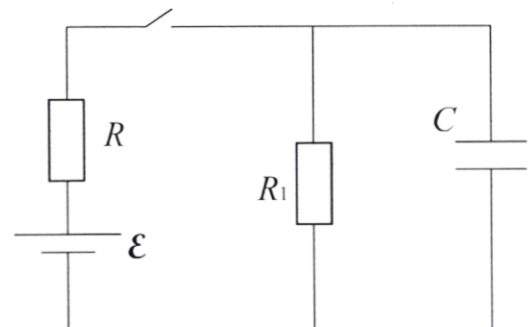
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью  $C_0$  подсоединен через резистор к источнику с ЭДС  $\mathcal{E}$  (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в  $R$ ,  $R_1=3R$ . Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать  $C$ ,  $\mathcal{E}$ ,  $R$ .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

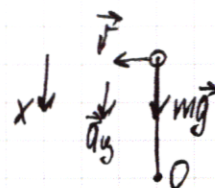


## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Шарик сделает полный оборот в том случае, если в верхней точке траектории сила тяжести будет скомпенсирована скоростью движения шарика так, чтобы движение по окружности не было прервано. А начальная скорость будет минимальной, если сила натяжения нити в верхней точке траектории будет равна 0.

По закону Ньютона для состояния шарика в верхней точке траектории:

$$E_n = 0 \quad \vec{v}_0 \quad m\vec{g} = m\vec{a}_y; \quad 0x: m\vec{g} = m\vec{a}_y, \Rightarrow g = a_y.$$



$$a_y = \frac{v^2}{R}, \quad R = r = 0,5 \text{ м}; \quad g = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = rg.$$

По закону сохранения энергии:  $E_{\text{полная}} = \text{const}$ . В верхней точке:

$$E_B = \frac{mv^2}{2} + mg \cdot h, \quad h = 2r; \quad \text{в нижней точке: } E_H = \frac{mv_0^2}{2}. \quad E_B = E_H = E_{\text{полная}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2mgr + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}, \Rightarrow v_0^2 = 4gr + v^2, \quad v^2 = gr, \Rightarrow v_0^2 = 5gr \Rightarrow v_0 = \sqrt{5gr} =$$

$$= \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = 5 \text{ м/с.} \quad \text{Ответ: } 5 \text{ м/с.}$$

№3. Так как сосуд теплоизолированный, то газ внутри него не обменивается теплом с окружающей средой. т.е. внутренняя энергия не изменяется.

1)  $U_1, U_2$  - значения внутренней энергии газа в 1й и 2й частях сосуда.

Из вышесказанного  $U_1 + U_2 = U_0$  - суммарная внутренняя энергия. Получим:

$$\frac{3}{2} \nu_1 \cdot R \cdot T_1 + \frac{3}{2} \nu_2 \cdot R \cdot T_2 = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) \cdot R \cdot T_0, \Rightarrow T_0 = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{2 \cdot 300 + 3 \cdot 280}{10(0,2 + 0,3)} = 288 \text{ К} =$$

$$15^\circ \text{C}.$$

2) Из уравнения Менделеева - Клапейрона:  $pV = (\nu_1 + \nu_2) \cdot R \cdot T_0, \Rightarrow p = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T_0}{V}$ ,

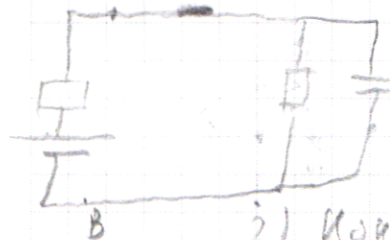
$$p = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31} \cdot 10^3 = 144 \text{ кПа.} \quad \text{Ответ: } 1) 15^\circ \text{C}; 2) 144 \text{ кПа.}$$

и не всегда будет наименьше  $\epsilon$ . Идем заряд на к-ре до введения пластины в него:

$$q_0 = C_0 \cdot \epsilon; \text{ После введения: } q' = C \cdot \epsilon = \frac{C_0}{3} \cdot \epsilon = \frac{1}{3} C_0 \epsilon = \frac{1}{3} q_0$$

заряд будет  $2/3$  резистор,  $\rightarrow$  это и есть искомый заряд, к-рый пройдет  $2/3$  резистор после введения пластины.

1) Рассмотрим участок цепи между А и В. В момент ~~до~~ сразу после замыкания ключа наименьше между этими точками равно 0. Тогда по закону



Ома для участка цепи, содержащего ~~только~~ источник ЭДС:  $\epsilon = 2 \cdot R \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{2R}$

2) Конденсатор подключен и источнику, параллельно, поэтому наименьше на к-ре в два раза больше  $\epsilon$ .

3) После замыкания ключа конденсатор начнет разряжаться. За счет этого в цепи пойдет ток. Но не во всей цепи ток пойдет, т.к. этот участок цепи с одной стороны разомкнут и в этот участок может завестись заряд только одним путем. Но в замкнутой цепи заряд на соединяющих проводах накапливаться не может. Т.е. ток пойдет только  $2/3$  резистора  $R$ . Все  $U$  и все энергии, накопившиеся на к-ре, выделится в виде тепла на  $2/3$  резистора  $R$ .  $Q = \frac{C \cdot \epsilon^2}{2}$

Ответ: 1)  $\frac{\epsilon}{2}$ ; 2)  $\epsilon$ ; 3)  $\frac{C \cdot \epsilon^2}{2}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

Когда шайба взберётся на максимальную высоту  $h$ , её скорость относительно горки будет равна 0. Но в этот момент горка вместе с шайбой будут двигаться с одной скоростью  $v$  относительно стола. Тогда по ЗСЭ:

$$\frac{m v_0^2}{2} = 2mgh + \frac{(m+3m)v^2}{2}, \Rightarrow v_0^2 = 2gh + 4v^2 \quad (1). \text{ Также по ЗСУ: } m v_0 = 4m v, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{v_0}{4}. \text{ Подставим последний результат в уравнение (1): } v_0^2 = 2gh + 4 \cdot \frac{v_0^2}{16},$$

$$\Rightarrow v_0^2 \cdot \frac{3}{4} = 2gh, \Rightarrow h = \frac{3v_0^2}{8g} - \text{искомая высота.}$$

При спуске шайба наберёт скорость относительно горки. Найдём её:

$$\frac{m \cdot (v')^2}{2} = mgh, \Rightarrow (v')^2 = 2g \cdot \frac{3v_0^2}{8g} \Rightarrow v' = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0. \text{ Она направлена против}$$

оси  $x$ . При спуске шайбы скорость горки тоже изменится. Обозначим,

скорость, которую приобретёт горка в момент слёта шайбы,  $v_1$ . Запишем суммарный импульс системы в момент слёта шайбы:

$$\vec{P} = 3m \cdot \vec{v}_1 + m(v_1 + v'), \text{ Ох: } P_x = 3mv_1 + m(v_1 + v'); v_2 = v_1 - v' - \text{искомая скорость}$$

$$\text{По ЗСУ: } m v_0 = 3m v_1 + m v_1 - m \cdot v', \Rightarrow v_0 = 4v_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} v_0, \Rightarrow v_1 = \frac{v_0(2 + \sqrt{3})}{8}$$

$$v_2 = \frac{v_0(2 + \sqrt{3})}{8} - \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 = v_0 \frac{2 - 3\sqrt{3}}{8}. \text{ Получено отрицательное значение, } \Rightarrow$$

шайба скатится с горки со скоростью, противоположнонаправленной оси  $x$ .

Ответ: 1)  $\frac{3v_0^2}{8g}$ ; 2)  $\frac{2 - 3\sqrt{3}}{8} v_0$ .



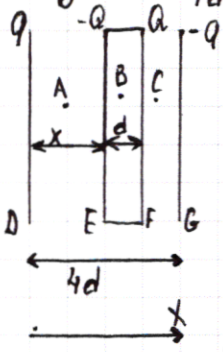
черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4. Пусть площадь пластин конденсатора  $S$ , расстояние между обкладками  $4d$ .

Тогда  $C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{4d}$ .  $E_{A,x} = \frac{q}{2\epsilon_0 S} + \frac{q}{2\epsilon_0 S} - \frac{q}{2\epsilon_0 S} + \frac{q}{2\epsilon_0 S} = \frac{q}{\epsilon_0 S}$ ;  $E_{C,x} = \frac{q}{\epsilon_0 S}$ . Внутри



проводников поля нет, поэтому  $E_B = 0$ .

$U$  - напряжение между обкладками со вставленной пластиной.

$$U = \varphi_G - \varphi_D; \quad \varphi_G - \varphi_D = (\varphi_G - \varphi_F) + (\varphi_F - \varphi_E) + (\varphi_E - \varphi_D).$$

$$\varphi_G - \varphi_F = E_{C,x} \cdot (3d - x); \quad \varphi_F - \varphi_E = 0; \quad \varphi_E - \varphi_D = E_{A,x} \cdot x;$$

$$U = \frac{q}{\epsilon_0 S} \cdot x + \frac{q}{\epsilon_0 S} (3d - x) = \frac{q}{\epsilon_0 S} \cdot 3d. \quad C - \text{ёмкость при нали-}$$

зии пластины.  $C = q \cdot \frac{\epsilon_0 S}{q \cdot 3d} = \frac{1}{3} \epsilon_0 S \cdot \frac{1}{d}$ ;  $\frac{C}{C_0} = \frac{4}{3}, \Rightarrow C = \frac{4}{3} C_0$ .

Т.к. конденсатор подключён к источнику с ЭДС  $\mathcal{E}$ , то на конденсаторе всегда будет напряжение  $\mathcal{E}$ . Найдём заряд на обкладках конденсатора до введения в него пластины:

$q_0 = C_0 \cdot \mathcal{E}$ ; после введения:  $q' = C \cdot \mathcal{E} = \frac{4}{3} C_0 \mathcal{E}$ ;  $\Delta q = \frac{1}{3} C_0 \mathcal{E}$  - заряд, прошедший на конденсатор. АРШ пришёл этот заряд через резистор, поэтому  $\Delta q$  - искомый заряд, прошедший через резистор после начала введения пластины.

Ответ: 1)  $\frac{4}{3} C_0$ ; 2)  $\frac{1}{3} C_0 \mathcal{E}$ .



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

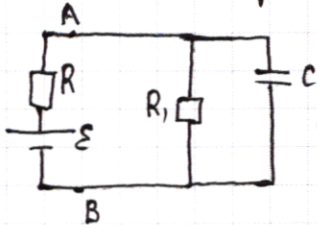
Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

1) Рассмотрим участок цепи между точками А и В. Сразу после



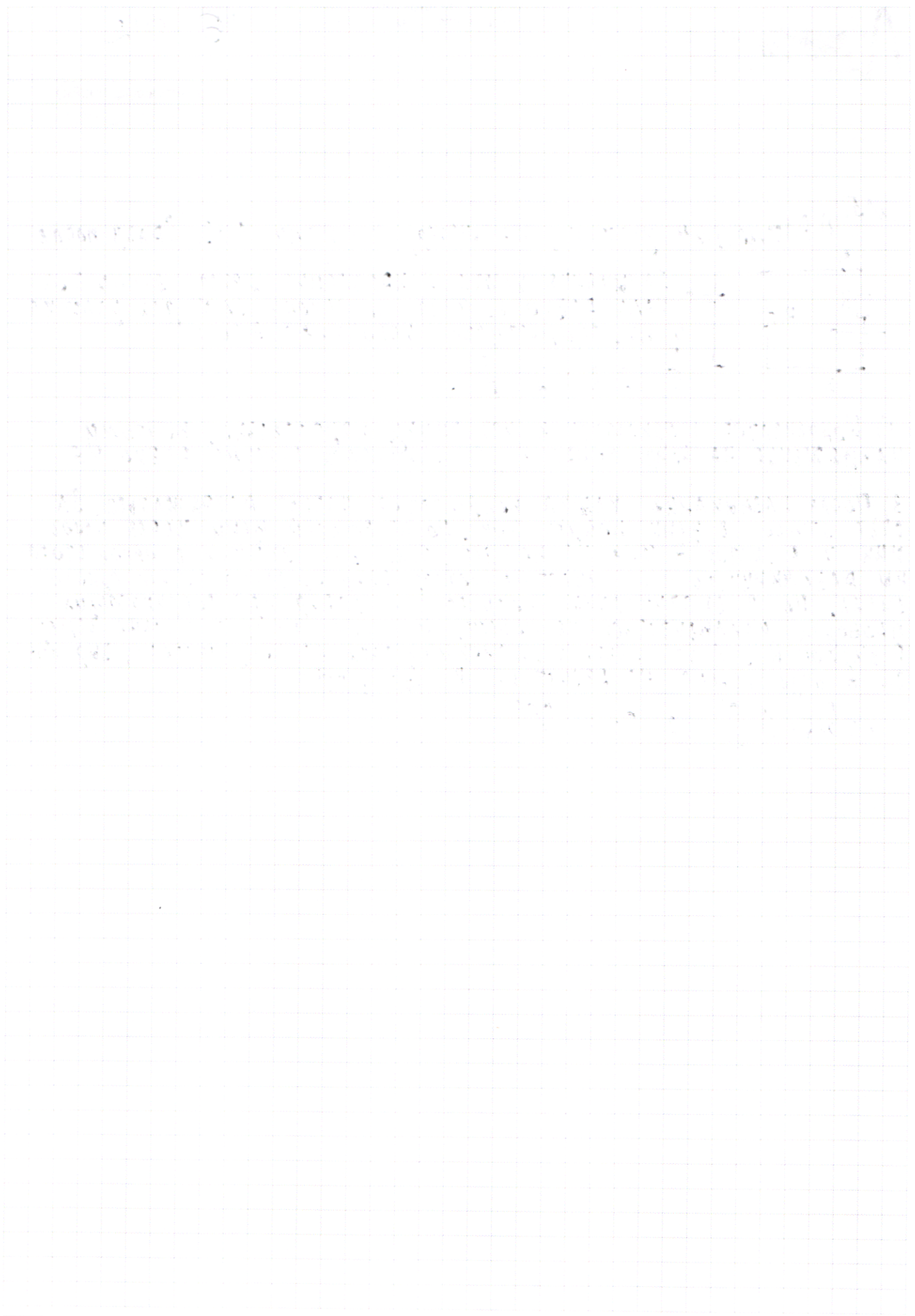
Замыкания ключа напряжение между этими точками равно 0. Тогда по закону Ома для участка цепи, содержащего источник ЭДС:

$$\varepsilon = I \cdot R \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R}.$$

2) Конденсатор подключён к источнику параллельно, поэтому напряжение на конденсаторе в установившемся режиме равно  $\varepsilon$ .

3) После размыкания ключа конденсатор начнёт разряжаться. За счёт этого в цепи пойдёт ток. Но не во всей цепи. Через источник и резистор R ток не пойдёт, т.к. этот участок с одной стороны разомкнут  $\Rightarrow$  в этот участок может входить заряд только одного знака. Но в значительных количествах заряд на соединяющих проводах накапливаться не может. Т.е. ток пойдёт только через резистор  $R_1$ . А вся энергия, накопившаяся на конденсаторе, выделится в виде тепла на резисторе  $R_1$ .  $Q = \frac{1}{2} C \varepsilon^2$ .

Ответ: 1)  $\frac{\varepsilon}{R}$ ; 2)  $\varepsilon$ ; 3)  $\frac{C \varepsilon^2}{2}$ .



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Шарик сделает полный оборот в том случае, если в верхней точке траектории сила тяжести будет направлена в сторону движения шарика. Если же сила тяжести направлена в сторону, противоположную движению шарика, то шарик не совершит полного оборота. Минимальная скорость в верхней точке траектории будет равна 0.

Из И для состояния шарика в верхней точке траектории.

$$m\vec{g} = m\vec{a}_y; \text{ Ох: } mg - m\vec{a}_y = g = a_y$$

$$a_y = \frac{v^2}{R}, \text{ где } R = \rho = 0,5 \text{ м, т.е. } g = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow v = \sqrt{\rho g}$$

По закону сохранения энергии:  $E_{\text{полн}} = \text{const}$ . В нижней точке  $E_{\text{полн}} = \frac{mv_0^2}{2}$ ; в верхней точке:  $E_{\text{полн}} = mg \cdot h + \frac{mv^2}{2}$ ,  $h = 2\rho$ .  
Таким образом:  $\frac{mv_0^2}{2} = 2mg \cdot 2\rho + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = 4g\rho + v^2$ . Но  $v^2 = g\rho$ ,  
 $v_0^2 = 4g\rho + g\rho = 5g\rho \Rightarrow v_0 = \sqrt{5g\rho} = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = 5 \text{ м/с}$  Ответ: 5 м/с.

$E_{\text{полн}} = \frac{mv_0^2}{2}$ . Когда шарик взберется на такую высоту  $h$  относительно горки будет равно 0. Но в этот момент шарик вместе с шариком будет двигаться с одинаковой скоростью  $v$  относительно стола. Тогда по ЗСЭ:

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgh + \frac{(m+3m)v^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = 2gh + 4v^2 \text{ Также по ЗСЭ:}$$

$$mv_0 = 4m \cdot v \Rightarrow v_0 = 4v \Rightarrow v = \frac{v_0}{4} \text{ Подставим выражение для } v \text{ в (1):}$$

$$v_0^2 = 2gh + m \cdot \frac{v_0^2}{4} \Rightarrow v_0^2 = 2gh + \frac{v_0^2}{4} \Rightarrow 2gh = \frac{3}{4}v_0^2 \Rightarrow h = \frac{3v_0^2}{8g}$$

При этом шарик наберет скорость относительно стола  $v'$  при  $v$ -деме ее:  $\frac{mv'}{2} = mgh \Rightarrow (v')^2 = 2g \cdot \frac{3v_0^2}{8g} \Rightarrow (v')^2 = \frac{3v_0^2}{4} \Rightarrow v' = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$

до ск. направлена против движения горки. Запишем ЗСЭ для моментов до удара шарика и ее слева с горки:

$$m \cdot \frac{v_0}{4} + 3m \cdot \frac{v_0}{4} =$$

При этом св. горки тоже изменится. Обозначим скорость и-кую  
 в момент следы шайбы  $v_1$ . Запишем ЗСИ для момента  
 суммарный импульс системы  $\vec{p} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$  в момент следы шайбы с горки:

$$P_x = 3m \cdot v_1 + m \cdot (v_1 - v_2), \quad v_2 = v_1 - v' \text{ - искомая скорость, ск-ость шайбы}$$

спускается с горки.

$$v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 \text{ ДЮ ЗСИ: } m v_0 = 3 m v_1 + m v_1 - m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 = v_0 - 4 v_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} v_0 (1 + \frac{\sqrt{3}}{2}) = 4 v_1, \Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{4} \cdot \frac{2 + \sqrt{3}}{2} = \frac{v_0(2 + \sqrt{3})}{8} \text{ Тогда выразим } v_2:$$

$$v_2 = \frac{v_0(2 + \sqrt{3})}{8} - \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 = \frac{v_0(2 + \sqrt{3})}{8} - \frac{4\sqrt{3}}{8} v_0 = v_0 \cdot \frac{2 - 3\sqrt{3}}{8} \text{ мы получили отриц. знак, } \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  шайба скатится с горки со скоростью относительно пов-ти против  
 движение горки. Ответ: 1)  $\frac{3v_0^2}{8g}$ ; 2)  $\frac{2 - 3\sqrt{3}}{8} v_0$ .

В. и сосуд теплоизолирован, то газ внутри него не обменивается теплом  
 с окружающей средой. В.е. внутренняя энергия остается постоянной.

1)  $U_1, U_2$  - заряды внутр. электр. поля в  $A$  и  $B$  за счет сосуда.

$U_1 + U_2 = U_0$  - суммарная внутр. энергия. Получим из ЭДСЮ:

$$\frac{3}{2} \cdot U_1 \cdot R \cdot T_1 + \frac{3}{2} U_2 R T_2 = \frac{3}{2} (U_1 + U_2) R \cdot T_0 \Rightarrow T_0 = \frac{U_1 T_1 + U_2 T_2}{U_1 + U_2} = \frac{2 \cdot 300 + 3 \cdot 280}{10(0,2 + 0,3)} =$$

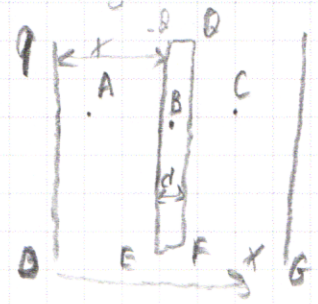
$$= \frac{3 \cdot 2(100 + 140)}{5} = 6 \cdot (20 + 28) = 6 \cdot 48 = 240 + 48 = 288 \text{ К} = 15^\circ \text{C}.$$

2) Из ур-е М-К:  $PV = (U_1 + U_2) R T_0 \Rightarrow P = \frac{(U_1 + U_2) R T_0}{V} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31} \cdot 10^3 =$   
 $= 144000 \text{ Па} = 1,44 \text{ МПа}$

Ответ: 1)  $15^\circ \text{C}$ ; 2)  $1,44 \text{ МПа}$ .

№ Подобрать илюст. и расчитать и-ра  $S$ , расст. м-у обкл. мнчд. Тогда

$$\epsilon_0 = \frac{\epsilon_0 S}{4d}$$



$$E_{Ax} = \frac{Q}{2\epsilon_0 S} + \frac{Q}{2\epsilon_0 S} - \frac{Q}{2\epsilon_0 S} + \frac{Q}{2\epsilon_0 S} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

$E_{Cx} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$ ; внутри проводников поле ноль,

$$\Rightarrow E_{вн} = 0. \quad \Phi_C - \Phi_D = (\Phi_C - \Phi_A) + (\Phi_A - \Phi_B) + (\Phi_B - \Phi_E) + (\Phi_E - \Phi_D). \quad \Phi_C - \Phi_F = E_{Cx} \cdot (3d - x); \quad \Phi_F - \Phi_E = 0;$$

$$\Phi_E - \Phi_D = E_{Cx} \cdot xd; \quad \Phi_C - \Phi_D = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \cdot x + \frac{Q}{\epsilon_0 S} (3d - x) = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \cdot 3d.$$

$\Phi_E - \Phi_D = U$  - напряж-е на к-ре с пластиной внутри. Тогда теоретич-

ность в данном случае равна:  $C = \frac{Q \cdot \epsilon_0 S}{U} = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{3d}{3}} = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{1}{3}; \quad C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{3} C_0. \quad C = \frac{1}{3} \frac{\epsilon_0 S}{d}; \quad \frac{C}{C_0} = \frac{1}{3}, \Rightarrow C = \frac{1}{3} C_0$$

В. и и-р подплотён и исл. ку-напряж-е с ЭДС  $\mathcal{E}$ , то на