

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

Шифр

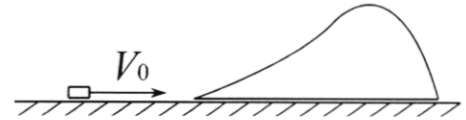
9-17

(заполняется секретарём)

Вариант 11-04

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 18 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая монета массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $4m$ (см. рис.). Монета въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.



1) На какую максимальную высоту поднимается монета?

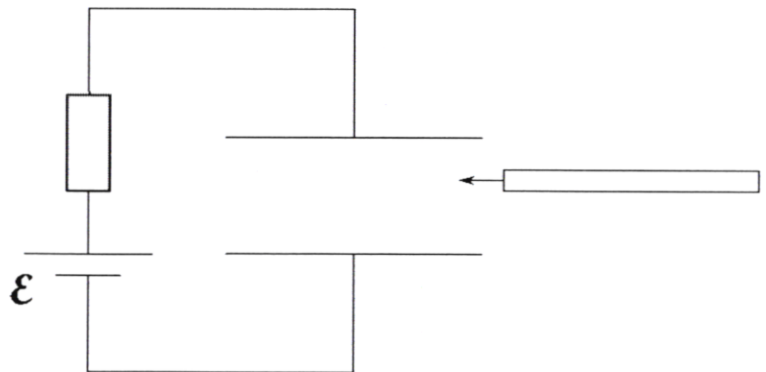
2) С какой скоростью монета съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 127°C в количестве $\nu_1 = 0,1$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,4$ моль. Перегородка прорывается.

1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?

2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС \mathcal{E} (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 3 раза меньше расстояния между обкладками.



1) Найти емкость конденсатора с пластиной.

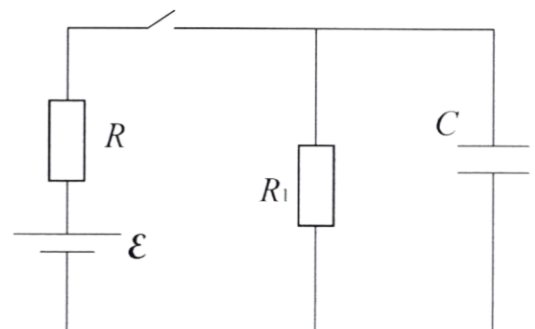
2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=4R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , \mathcal{E} , R .

1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.

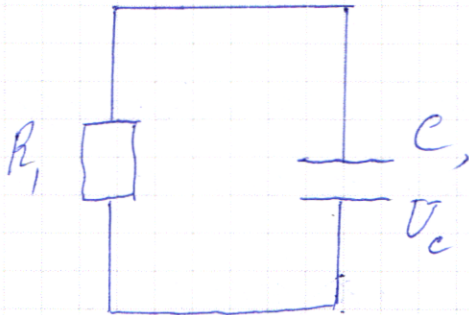
2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.

3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

При разомкнутом ключе схема выглядит следующим образом:



А источник не работает. Тогда, по ЗСЭ в эл. цепи

$$\Delta W_{\text{ист}} + A_{\text{ист}} + A_{\text{эл}} = \Delta W_C + Q$$

$\Delta W_C = 0 - \frac{C U_c^2}{2}$, т.к. конденсатор разряжается.

$$Q = -\Delta W_C ; \quad Q = -\left(0 - \frac{C U_c^2}{2}\right) = \frac{C \cdot 16 E^2}{25 \cdot 2}$$

$$Q = \frac{8 C E^2}{25}$$

Ответ: 1) $\frac{E}{R}$ 3) $\frac{8 C E^2}{25}$

2) $\frac{4}{5} E$

№5

Дано:
 $R, 4R,$
 C, \mathcal{E}

Ток через источник \mathcal{E} сразу после замык. ключа $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$.

$I_0 - ?$

$U_C - ?$

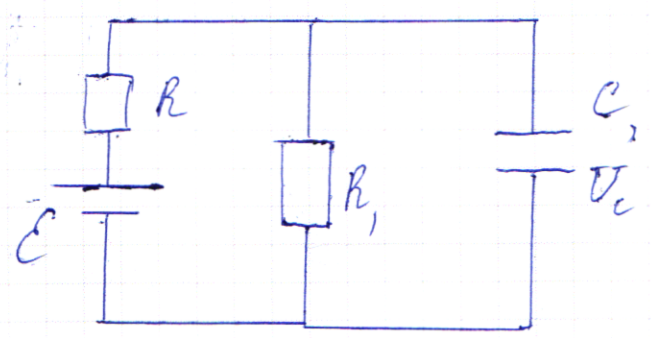
$Q - ?$

В установившемся режиме ток через конденсатор не идёт. Так как он подсоединён параллельно к резистору R_1 , то напряжения на этом резисторе и конденсаторе равны: $U_C = U_{R_1}$.

Установившийся ток в цепи $I_{уст} = \frac{\mathcal{E}}{R + R_1}$

$$I_{уст} = \frac{\mathcal{E}}{5R} ; I_{уст} = \frac{U_{R_1}}{R_1}$$

$$\frac{\mathcal{E}}{5R} = \frac{U_{R_1}}{4R} ; U_{R_1} = U_C = \frac{4}{5} \mathcal{E}$$

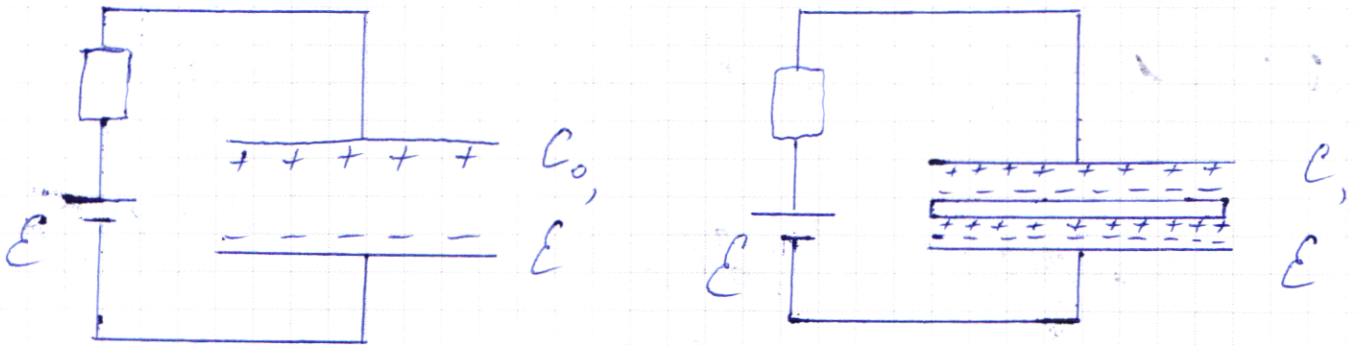


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

Дано: C_0, ϵ
 $d_n = \frac{d}{3}$
 $C - ?$
 $\Delta q - ?$

Когда пластина вводится между
 обкладками конденсатора, ~~разности~~
 заряды перераспределяются и
 фактически получается два парал-
 лельно соединённых конденсатора:



В установившемся режиме напряжение на конденсаторе равно E .

$$C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}; \quad C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d'} \cdot 2; \quad d' = \frac{d - d_n}{2}$$

$$d' = \frac{d - \frac{d}{3}}{2} = \frac{d}{3}$$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S \cdot 2 \cdot 3}{d} = 6C_0.$$

$q = CV$. Заряд, который был на конденсаторе вначале: $q_H = C_0 \cdot E$

Заряд на конд-ре в конце: $q_K = CE = 6C_0 E = 6C_0 E$.

Разница этих зарядов — это заряд Δq , прошедший через резистор после начала введения пластины:

$$\Delta q = q_K - q_H = 6C_0 E - C_0 E = 5C_0 E.$$

Ответ: 1) $6C_0$
2) $5C_0 E$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v_{m2} = -v_0 \text{ — не подходит.}$$

$$\text{Значит, } v_m = \frac{3}{5} v_0.$$

$$\text{Ответ: } 1) \frac{2v_0^2}{5g}$$

$$2) \frac{3}{5} v_0.$$

и 3.

Дано:

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

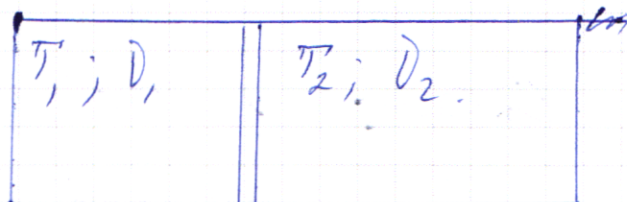
$$T_1 = 127^\circ\text{C} = 400 \text{ K}$$

$$\nu_1 = 0,1 \text{ моль}$$

$$T_2 = 7^\circ\text{C} = 280 \text{ K}$$

$$\nu_2 = 0,4 \text{ моль}$$

$$T_k = ? \quad p_k = ?$$



$$U_1 = \frac{3}{2} \nu_1 R T_1$$

по 3С внутр.

$$U_2 = \frac{3}{2} \nu_2 R T_2$$

Э:

$$U_1 + U_2 = U_k.$$

$$U_k = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T_k.$$

$$\frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{3}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T_k$$

$$T_k = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{0,1 \text{ моль} \cdot 400 \text{ К} + 0,4 \text{ моль} \cdot 280 \text{ К}}{0,5 \text{ моль}}$$

$$T_k = 304^\circ \text{ К} = 31^\circ \text{ С}.$$

Конечное давление в сосуде найдём из ур-я Менделеева - Клапейрона:

$$p_k V = (\nu_1 + \nu_2) R T_k, \quad ; \quad p_k = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T_k}{V}$$

$$p_k = \frac{0,5 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 304 \text{ К}}{8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 152000 \text{ Па}$$

$$p_k = 152 \text{ кПа}.$$

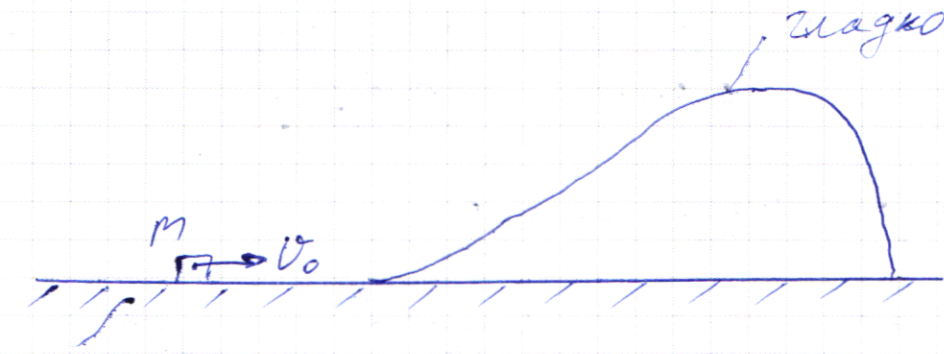
Ответ: 1) 31° С

2) $152 \text{ кПа}.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Дано:
 m, μ, V_0
 $F_{тр} = 0$
 $h_{max} - ?$
 $v_n - ?$



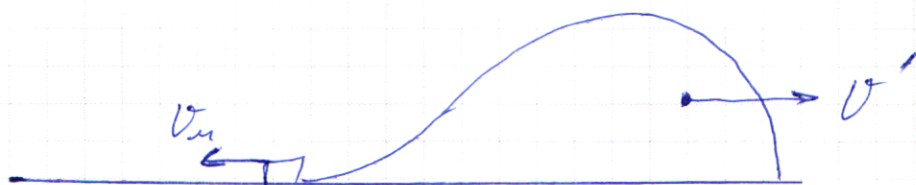
Когда монета достигнет максимальной высоты h_{max} , она остановится относительно горки, а её скорость будет равна скорости самой горки в этот момент. По ЗСК и ЗСЭ составим систему:

$$\begin{cases} mV_0 = 5mV \\ \frac{mV_0^2}{2} = mgh_{max} + \frac{5mV^2}{2} \end{cases} ; \quad \begin{cases} v = \frac{V_0}{5} \\ \frac{v^2}{2} = gh_{max} + \frac{5v^2}{2} \end{cases}$$

где v - скорость горки и монеты в момент достижения монетой h_{max} .

$$\frac{V_0^2}{2} - \frac{5\left(\frac{V_0}{5}\right)^2}{2} = gh_{max} ; \quad \frac{V_0^2 - \frac{V_0^2}{5}}{2} = gh_{max} ;$$

$$h_{max} = \frac{2V_0^2}{5g}$$



Когда монета съехала с горы, её скорость равна v_m , а скорость горы - v' . Тогда снова по ЗСЧ и ЗСЭ:

$$\begin{cases} 5Mv = 4Mv' - Mv_m \\ \frac{5Mv^2}{2} + mgh_{\max} = \frac{4Mv'^2}{2} + \frac{Mv_m^2}{2} \end{cases};$$

$$\begin{cases} \frac{5 \cdot v_0}{5} = 4v' - v_m \\ \frac{5 \cdot \left(\frac{v_0}{5}\right)^2}{2} + gh_{\max} = \frac{4v'^2}{2} + \frac{v_m^2}{2} \end{cases};$$

$$\begin{cases} v' = \frac{v_0 + v_m}{4} \\ \frac{v_0^2}{10} + \frac{2v_0^2}{5} = 2v'^2 + \frac{v_m^2}{2} \end{cases}$$

Решая систему относительно v_m , получим квадратное уравнение:

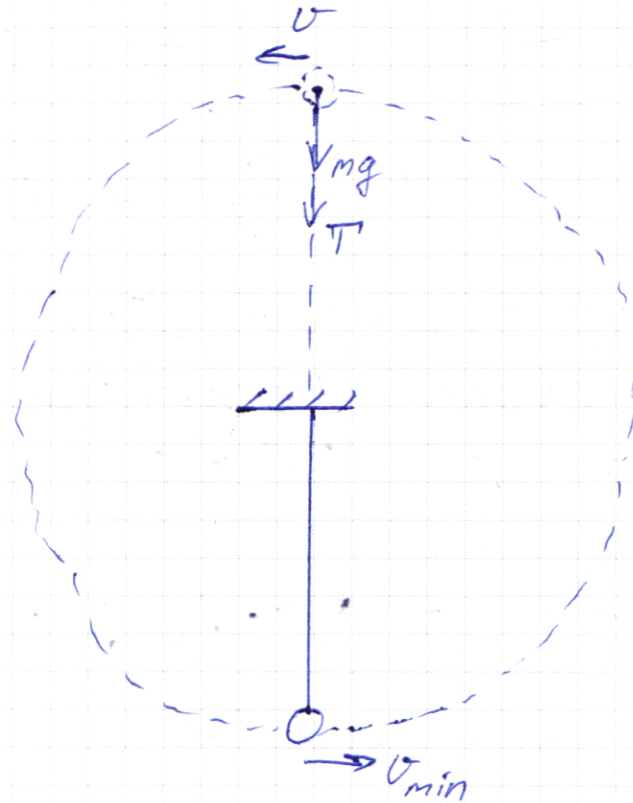
$$5v_m^2 + 2v_0v_m - 3v_0^2 = 0.$$

$$v_m = \frac{-2v_0 + 8v_0}{10} = \frac{3}{5}v_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:
 $l = 0,18 \text{ м}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $v_{\text{min}} - ?$



Для того, чтобы шарик совершил полный оборот в вертикальной плоскости, необходимо наличие силы натяжения нити T в верхней точке траектории движения шарика.

По II закону Ньютона для верхней точки:

$$m\bar{a}_y = \bar{T} + m\bar{g}; \quad ma_y = mg + T.$$

$$a_y = \frac{v^2}{R}; \quad R = l; \quad \frac{mv^2}{l} = mg + T; \quad \text{где}$$

v — скорость шара в верхней точке, T —

Сила натяжения нити в этот момент.
Условие совершения тараи полного оборота
можно записать так: $T > 0$. Тогда из
пругкого ур-ния

$$\frac{mv^2}{l} - mg > 0 ; m\left(\frac{v^2}{l} - g\right) > 0.$$

$$m > 0; \text{ след-но } \frac{v^2}{l} - g > 0.$$

Если брать точку отсчёта минимум
потену. Энергии начальное положение
шарика, то по ЗСЭ:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mg \cdot 2l, \text{ где } v_0 - \text{начальн.}$$

скорость шара, сообщённая ему.

$$\begin{cases} v^2 = v_0^2 - 4gl \\ \frac{v^2}{l} - g > 0 \end{cases} \Rightarrow v_0^2 > 5gl$$

Значит, $v_{\min}^2 = 5gl$; $v_{\min} = \sqrt{gl \cdot 5}$

$$v_{\min} = \sqrt{5 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot 0,18 \text{ м}} = 3 \text{ м/с.}$$

Ответ: ~~3 м/с~~ . 3 м/с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$A_{\text{ист}} = \Delta W_c + Q, \quad Q = I^2 R_{\text{от}}$

$\frac{mv_{\min}^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgl$
 $v_{\min}^2 = v^2 + 2gl$
 $v^2 = v_{\min}^2 - 2gl$

$\frac{v^2}{l} > g$
 $v^2 = v_{\min}^2 - 2gl$

$T + mg = \frac{mv^2}{l}$
 $T = m(\frac{v^2}{l} - g)$
 $\frac{v^2}{l} - g > 0; \frac{v^2}{l} > g$

$\frac{v_{\min}^2 - 2gl}{l} > g \quad | \cdot l$
 $v_{\min}^2 - 2gl > gl; \quad v_{\min}^2 > 3gl$

$v_{\min} = \sqrt{3 \cdot 10 \cdot 0,18} =$
 $v_{\min} = \sqrt{54} = 7,35 \text{ м/с}$

$9 \text{ м/с} = v_{\min}$

$v_{\min} = \sqrt{3gl}$ — ответ.

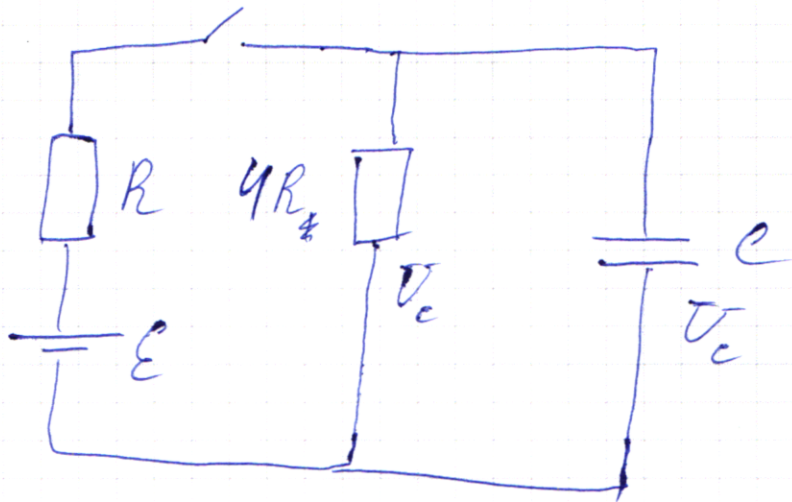
$\frac{54}{3}$

$\sqrt{\frac{54}{3}}$

№5.

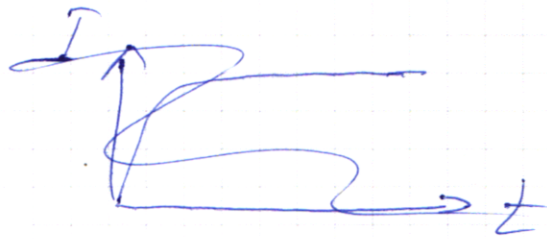
$R_1 = 4R$

Дано:
 $\mathcal{E}, \mathcal{E}, R$
 Искать -?
 V_c -?
 Даны формулы -?



~~$I_{\text{ген}} = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R}$~~

~~$I_{\text{ген}} = \frac{V_c}{R_1}$~~



~~$\frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{V_c}{4R_1}$~~

$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$?

$I_{\text{ген}} = \frac{\mathcal{E}}{R + 4R} = \frac{\mathcal{E}}{5R}$ $\frac{q^2}{2C} = \frac{C^2 V^2}{2C} = \frac{CV^2}{2}$

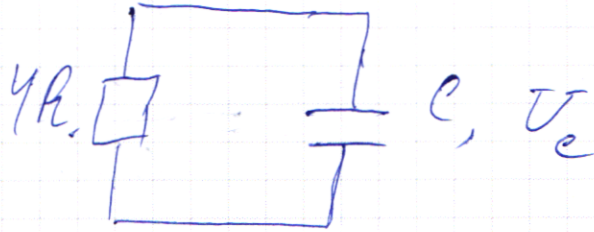
$I_{\text{ген}} = \frac{V_c}{4R}$; $\frac{\mathcal{E}}{5R} = \frac{V_c}{4R}$; $4R\mathcal{E} = 5RV_c$

$V_c = \frac{4\mathcal{E}}{5}$

$\frac{C \cdot \left(\frac{4}{5}\mathcal{E}\right)^2}{2} = \frac{16\mathcal{E}^2 C}{25 \cdot 2} = \frac{8C\mathcal{E}^2}{25}$

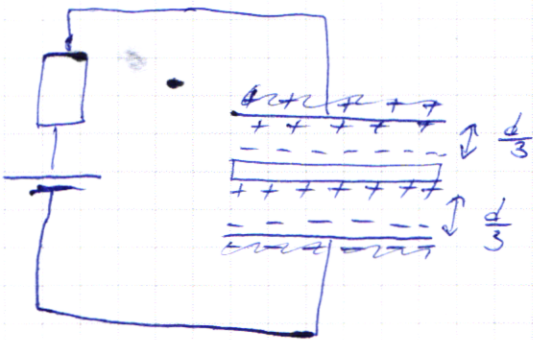
Когда ключ разомкнут, остаётся такая схема:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$Q = \Delta W_c$$

$$Q = - \frac{C U_c^2}{2} = - \frac{C \cdot \frac{\delta}{25} E^2}{2} = - \frac{\delta C E^2}{25} \quad ?$$



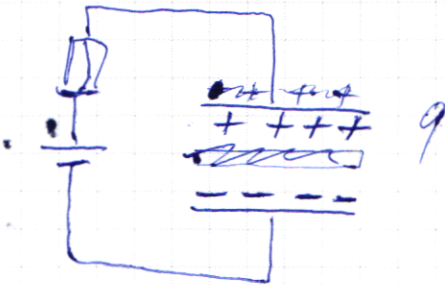
$$W_{c0} = \frac{q^2}{2C_0}$$

$$A_{ист} = \Delta W_c + Q$$

$$Q = i^2 R \Delta t$$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$Q = \frac{\Delta q^2}{\Delta t} R$$



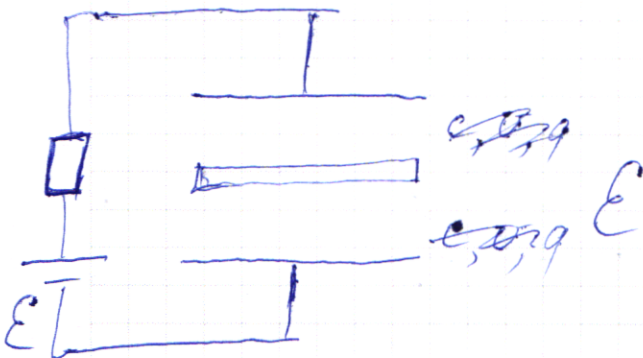
$$C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}, \quad C_k = \frac{2 \epsilon \epsilon_0 S \cdot 3}{d} = 6C_0$$

$q - ???$

$$A_{\text{вот}} = \Delta W_c + Q.$$

$$W_0 = \frac{q_0^2}{2C_0}$$

$$W_k = \frac{q_k^2}{12C_0}$$



$$q_k = C_k \mathcal{E} = 6C_0 \mathcal{E}$$

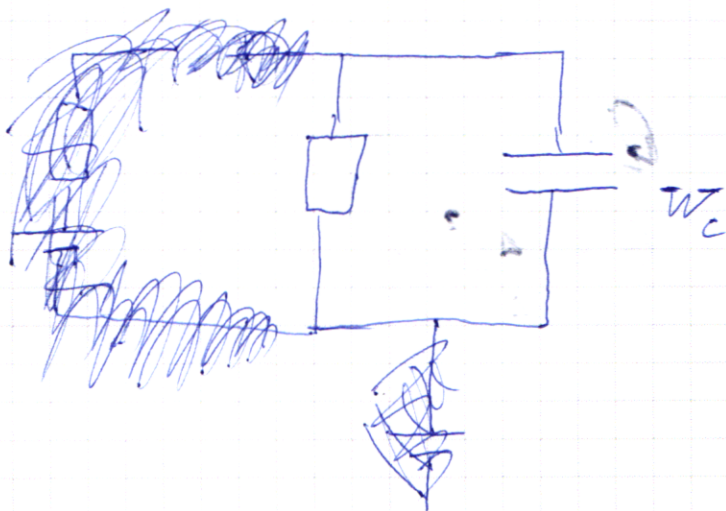
$$q_0 = C_0 \mathcal{E} = \epsilon C_0 \mathcal{E}$$

$$\Delta q = 5C_0 \mathcal{E}$$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$U = \frac{4\mathcal{E}}{5}$$

$Q - ?$

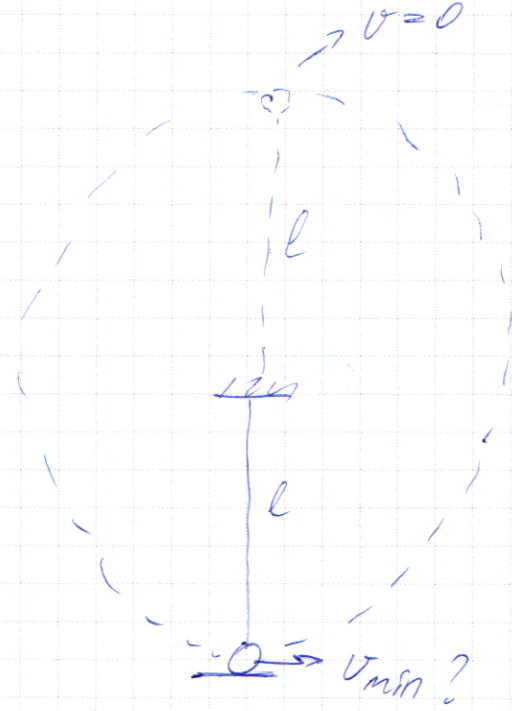
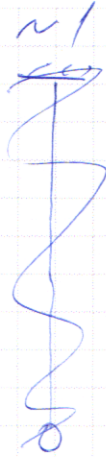


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$$l = 0,18 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$



$$\frac{mv_{\min}^2}{2} = mg \cdot 2l$$

$$v_{\min}^2 = 4gl$$

$$v_{\min} = 2\sqrt{gl}$$

\sqrt{gl} ?

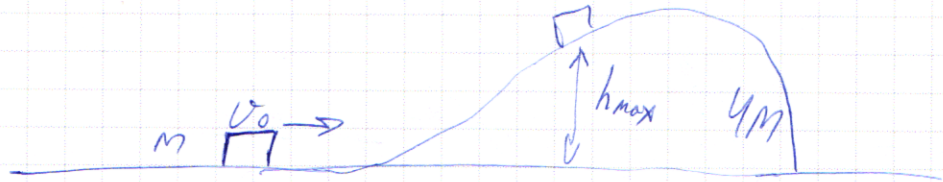
н.д.

$F_{\text{тр}} = 0$

Дано:

$$m, v_0, 4 \text{ м}$$

$$h_{\max} = ?$$



$$mv_0 = 5mv$$

$$v = \frac{v_0}{5}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh_{\max} + \frac{5mv^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2} - \frac{5v^2}{2} = gh_{\max}$$

$$\frac{v_0^2 - 5 \cdot \frac{v_0^2}{25}}{2} = gh_{\max};$$

$$\frac{v_0^2 - \frac{v_0^2}{5}}{2} = gh_{\max}$$

$$\frac{4v_0^2}{10} = gh_{\max};$$

$$h_{\max} = \frac{4v_0^2}{10g} = \frac{2v_0^2}{5g} = h_{\max}$$

$$\begin{cases} 5Mv = 4Mv' + Mv_m \\ \frac{5Mv^2}{2} + mgh = \frac{4Mv'^2}{2} + \frac{Mv_m^2}{2} \end{cases}$$

$$\frac{5v_0}{5} = 4v' + v_m; \quad v_0 = 4v' + v_m$$

$$\frac{5 \cdot v_0^2}{25 \cdot 2} + \frac{2 \cdot 2v_0^2}{5g} = \frac{4 \cdot v'^2}{2} + \frac{v_m^2}{2} \quad v' = \frac{v_0 + v_m}{4}$$

$$\frac{v_0^2}{10} + \frac{2 \cdot 2v_0^2}{5} = 2v'^2 + \frac{v_m^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2 + 4v_0^2}{10} = 2v'^2 + \frac{v_m^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{2(v_0 + v_m)^2}{16} + \frac{v_m^2}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{v_0^2 + 2v_0v_m + v_m^2}{g} + \frac{v_m^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{v_0^2 + 2v_0v_m + v_m^2 + 4v_m^2}{g} \quad | \cdot 2$$

$$v_0^2 = \frac{v_0^2 + 2v_0v_m + 5v_m^2}{g}$$

$$v_0^2 + 2v_0v_m + 5v_m^2 = 4v_0^2$$

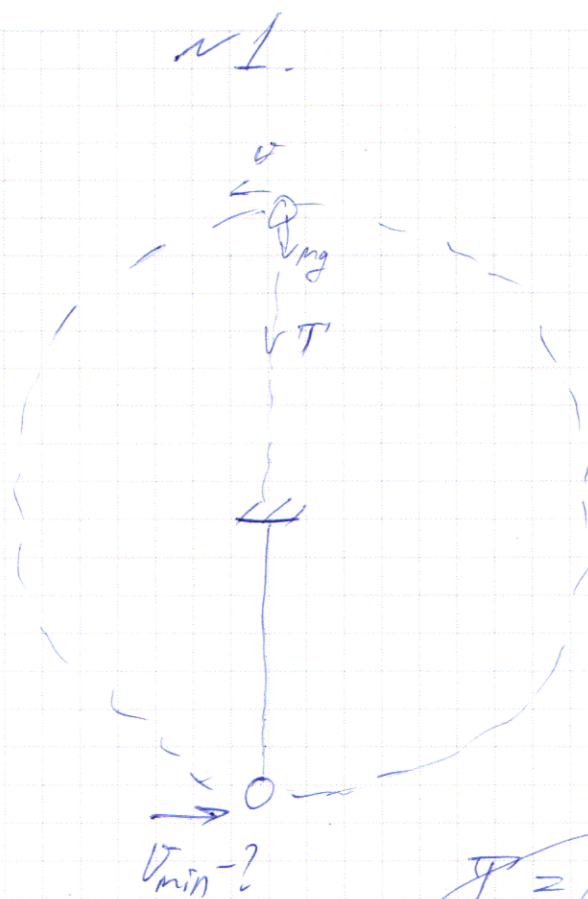
$$\underbrace{5v_m^2}_a + \underbrace{2v_0v_m}_b - \underbrace{3v_0^2}_c = 0$$

$$D = 4v_0^2 + 4 \cdot 5 \cdot 3v_0^2 = 4v_0^2 + 60v_0^2 = 64v_0^2$$

$$v_m = \frac{-2v_0 + 8v_0}{10} = \frac{6v_0}{10} = \frac{3}{5} v_0$$

$$v_m = \frac{-2v_0 - 8v_0}{10} = -v_0 \text{ — не годит.}$$

$$\text{Ответ: } h_{\max} = \frac{2v_0^2}{5g}; \quad v = \frac{3}{5} v_0$$



$$T = mg;$$

$$mg + T = \frac{mv^2}{l} \rightarrow$$

для мин. мом. времени.

$$T > 0$$

$$T = \frac{mv^2}{l} - mg$$

$$T = m \left(\frac{v^2}{l} - g \right)$$

$$m > 0 \Rightarrow \frac{v^2}{l} - g > 0$$

$$\frac{v^2}{l} > g; v^2 > gl$$

№3.

$$\begin{array}{r} 127 \\ + 273 \\ \hline 400 \end{array}$$

$$127 + 273 = 400 \text{ K}$$

$$7 + 273 = 280 \text{ K}$$

Дано:

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$T_1 = 127^\circ \text{C} = 400 \text{ K}$$

$$V_1 = 0,1 \text{ моль}$$

$$T_2 = 7^\circ \text{C} = 280 \text{ K}$$

T_1, V_1	T_2, V_2
------------	------------

$$U_1 = \frac{3}{2} V_1 R T_1; \quad U_2 = \frac{3}{2} V_2 R T_2$$

$T_k = ?$ $P_k = ?$

$$U_1 + U_2 = U_k$$

$$V_2 = 0,4 \text{ моль}$$

$$U_k = \frac{3}{2} (V_1 + V_2) R T_k$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{\rho}{2} v_1 R T_1 + \frac{\rho}{2} v_2 R T_2 = \frac{\rho}{2} (v_1 + v_2) R T_k$$

$$v_1 T_1 + v_2 T_2 = T_k (v_1 + v_2)$$

$$T_k = \frac{v_1 T_1 + v_2 T_2}{v_1 + v_2} = \frac{0,1 \cdot 400 + 0,4 \cdot 280}{0,5} =$$

$$= \frac{40 + 112}{0,5} = 152 \cdot 2 = 304 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$\frac{400}{1} \quad \frac{280 \cdot 4}{1,5} =$$

$$\begin{array}{r} 304 \\ -273 \\ \hline 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 280 \\ \times 2 \\ \hline 560 \\ \hline 560 \quad | 5 \\ \hline 112 \\ \hline 6 \\ \hline 5 \\ \hline 10 \\ \hline 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ \times 2 \\ \hline 304 \end{array}$$

$$T_k = 31 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$0,5 \cdot 304 =$$

$$\begin{array}{r} 304 \\ \times 2 \\ \hline 608 \\ \hline 608 \quad | 2 \\ \hline 152 \end{array}$$

$$p_k V = (v_1 + v_2) R T_k$$

$$p_k = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 304}{8,31 \cdot 10^{-3}} = \frac{152}{1 \cdot 10^{-3}} = 152 \cdot 10^3 \text{ Па} =$$

$$= 152000 \text{ Па}$$

24

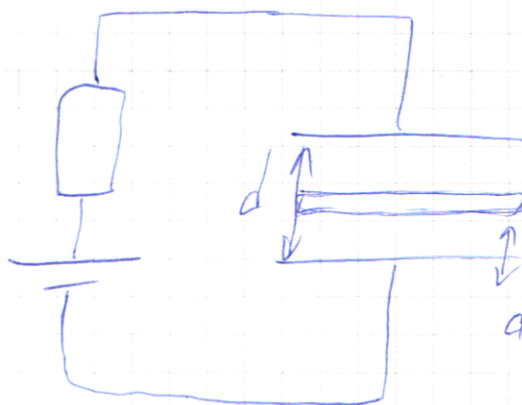
Дано:

C_0, ϵ

$$d_n = \frac{d}{3}$$

$C - ?$

$q - ?$



$$d' = \frac{\frac{d}{3} + d}{2} = \frac{2d}{3}$$

$$d' = \frac{d}{3}$$

$$C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d'} \cdot 2$$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S \cdot 2 \cdot 3}{d} = 6C_0$$

$$A_{\text{ист}} = \Delta W_c + Q_{\text{экв}}$$

Q есть!

$$\Delta q \epsilon = \frac{q_k^2}{2C_0} - \frac{q_n^2}{2 \cdot 6C_0}$$

$$\Delta q = q_k - q_n$$

$$\Delta q \epsilon = \frac{q_k^2}{2C_0} - \frac{q_n^2}{12C_0} ; \Delta q \epsilon = \frac{6q_k^2 - q_n^2}{12C_0}$$

$$W_c = \frac{q^2}{2C} = \frac{CV^2}{2} = \dots$$

~~ВВВ~~
~~ВВВ~~

$$12C_0 \epsilon (q_k - q_n) = 6q_k^2 - q_n^2$$