Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

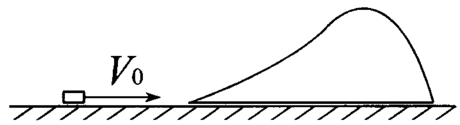
Шифр 11-003

(заполняется секретарём)

Вариант 11-04

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 18 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарику, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять g=10 м/с^2.

2. Небольшая монета массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $4m$ (см. рис.). Монета въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

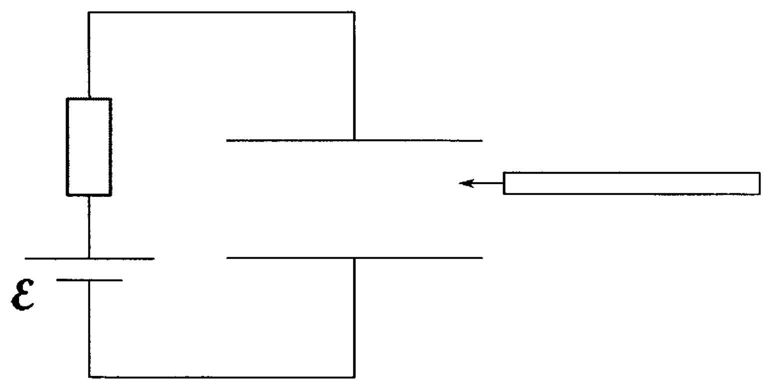


1) На какую максимальную высоту поднимается монета?
2) С какой скоростью монета съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8{,}31 \cdot 10^{-3}\,\text{м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 127 ^{0}С в количестве $\nu_1 = 0{,}1$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7 ^{0}С в количестве $\nu_2 = 0{,}4$ моль. Перегородка прорывается.

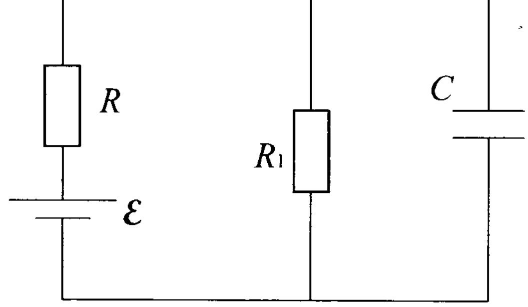
1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС ε (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 3 раза меньше расстояния между обкладками.



1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R, R_1=4R. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C, ε, R.



1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. m
$4m$
v_0

h_m - ?
v_1 - ?

(1) Анализ
из-за потери энергии в результате взаимодействия с незакреплённой горкой монета потеряет скорость.

(2) Сила Гравитета толкает горку вправо, тем самым брусок движется вместе с горкой.

Угол горки постоянно увеличивается

разделим путь тела на участки, где можно пренебречь изменением ~~скорости~~ угла на участке

$$dS = v\,dt - \frac{mg \sin\alpha\, dt}{2}$$

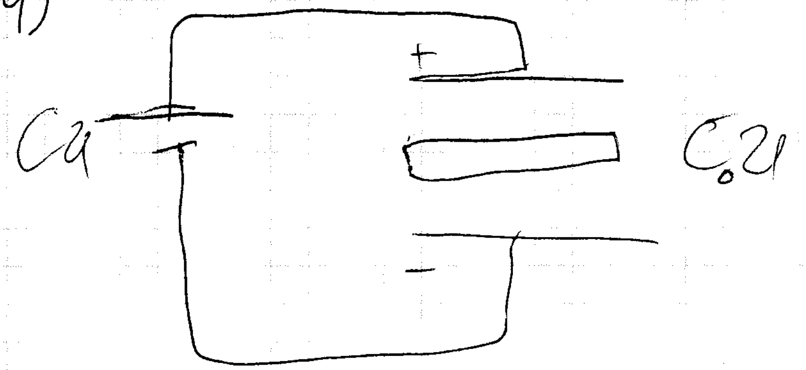
$$S = \int v\,dt - mg\int \sin\alpha \cdot \omega\, dt$$

$$S = vt + mg \cos\alpha\, \omega t$$

$$S_{max} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4)



два послед конденсатора

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

l - раст

$l_1 = \frac{l}{3}$ $\qquad \frac{C_0}{C_1} = \frac{\left(l - \frac{l}{3}\right)^2}{l^2}$

$$\frac{C}{2} = C_7$$

4. C_0 $\mathcal{E}$

$\cancel{\Delta}\,\ell_1 = \frac{\ell}{3}$

$C_2 - ?$

$\Delta q - ?$

① Анализ

поместили пластину

⇓

уменьшили расстояние между пластинами и сделали 2 последовательных конденсатора

② Решение

$$C_э = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{2}$$

$$C_1 = \frac{C_0 \left(\ell - \frac{\ell}{6}\right)^2}{\ell^2}$$

$$C_1 = \frac{C_0 \frac{25}{36} \ell^2}{\ell^2} = \frac{25}{36} C_0$$ (получено из формулы ёмкости конденсатора)

~~$\Delta q = \ldots$~~

$$\Delta q = C_0 U_c - \frac{25}{36} C_0 U_c = \frac{(36-25) C_0 U_c}{36} = \frac{11}{36} C_0 (\mathcal{E} - IR)$$

Ответ: $C_э = \frac{25}{36} C_0$

$q = \frac{11}{36} C_0 \left(\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{R}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$304-273=31$ $\frac{\mathcal{E}}{R_э}$

$U_C - ?$

$$Q=\frac{q_m^2}{C^2R_1}\cdot\int_0^t e^{\frac{-2t}{CR_1}}\,d\frac{-2t}{CR_1}$$ $\left[\frac{-2t}{CR_1}=a\right]$

Q – через рез. пройдёт заряд ~~конд~~ конденсатора

$$Q=\int_{t_1}^{t_2} J^2R_1\,dt$$

$$Q=\frac{q_m^2}{C^2R_1}\cdot\left(-\frac{CR_1}{2}\right)e^{-\frac{2t}{CR_1}}\Big|_0^t$$

$$Q=\frac{-q_m^2}{C^2}$$ $$Q=\frac{q_m^2}{2C}$$

$J_э=\frac{J_2R_1}{R_1}$

$304 \cdot 5 = 1520$

$$J=\frac{dq}{dt}$$

$$J=q'=q_{max}\left(e^{-\frac{t}{CR_1}}\right)'$$

$J_э=\frac{\mathcal{E}-U_C}{R_1}$

$$Q=\frac{-q^2}{C^2}\cdot e^{\frac{-2t}{CR_1}}-\left(\frac{-q_m^2}{2C}\right)$$

C R_1

$$\frac{q}{C}=JR_1$$

$$J=q_{max}\cdot e^{-\frac{t}{CR_1}}\cdot -\frac{1}{CR_1}$$

$$J^2=\frac{+q_{max}^2}{C^2R_1^2}\cdot e^{\left(-\frac{t}{CR_1}\right)^2}$$

$$Q=\frac{q_m^2}{2C}$$

$$\frac{dq}{C}=\frac{q}{CR_1}$$

$\frac{dq}{dt}$

$$q'=J=\frac{-q_m}{CR_1}\cdot e^{\frac{-t}{CR_1}}$$

$$\frac{q}{C}+JR_1=0$$

$$Q=\int_0^t\frac{q_{max}^2}{C^2R_1}\cdot e^{\frac{-2t}{CR_1}}\,dt$$

$$\frac{dq R_1}{dt R_1}=-\frac{q}{C}$$

$J=\frac{q_m}{CR_1}$ $q'=q_m\cdot e^{\frac{-t}{CR_1}}\cdot\frac{-1}{CR_1}$ $e^{\frac{-t}{CR_1}}$

$$\frac{dq}{q}=-\frac{dt}{CR_1}$$ $$\int_{q_{max}}^{q}\frac{dq}{q}=\int_0^t-\frac{dt}{CR_1}$$ $e^x\cdot e^x=e^{2x}$

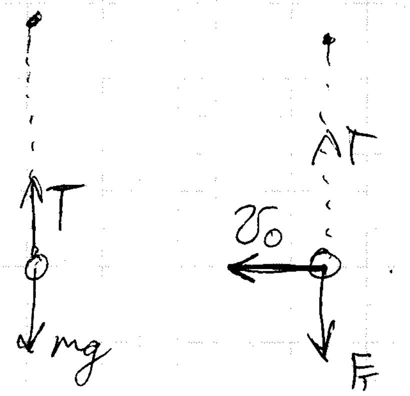
$J_э=\frac{q_m}{CR_1}$

$$\ln q-\ln q_{max}=-\frac{t}{CR_1}$$ $$q=q_{max}e^{-\frac{t}{CR_1}}$$

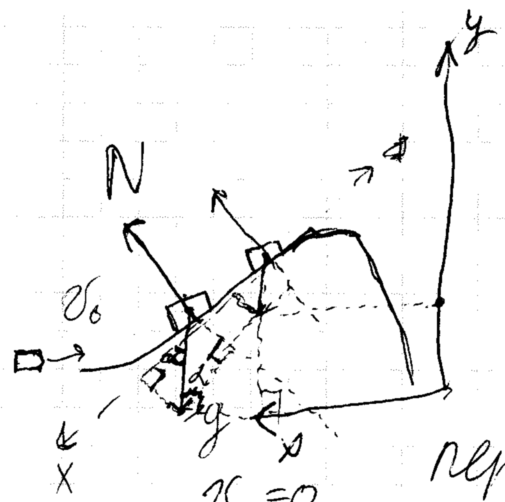
1) $l = 18\ м \cdot 10^{-2}$

v_{min_x} — ?

$g = 10 \frac{м}{с}$

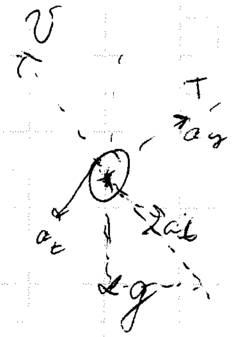


2) $dS = v\,dt$



$\frac{mv^2}{2} =$

$a_{цs} = \frac{v^2}{R}$



перемещение = 0 ⇒

$v_x = 0$

$N = g\sin\alpha$

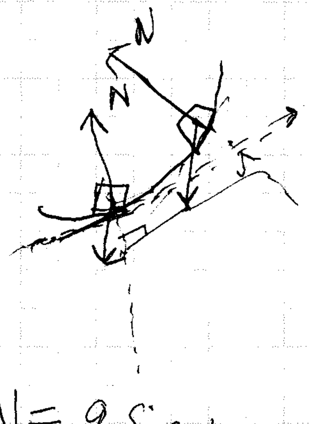
$dr = v\,dt$

$r = vt + c$

$r = 0$

$vt + c = 0$

$c = -vt$ $\qquad a_t = \frac{dv}{dt}$



$N = g\sin\alpha$

$S =$

$r = 2\pi l$

$vt + c = 2\pi l$

$c = 0 \qquad c = -vt$

$r = vt - vt$

$S = \cancel{2\pi} vt$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-003

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. He

$V = 8{,}31 \cdot 10^{-3}\ м^3$

$T_1 = 127^0C = 400K$

$\nu_1 = 0{,}1$ моль

$\nu_2 = 0{,}4$ моль

$T_2 = 7^0C = 280K$

$T_3 - ?$ $p_3 - ?$

① Анализ

когда перегородка прорывается происходит обмен энергиями.

Для данной физической системы выполняется закон: $Q = \Delta U + A$ и $pV = \nu RT$ до прорыва перегородки, в момент прорыва процесс перестаёт быть квазистатическим и последний закон не выполняется до тех пор, пока температура газа не станет однородной.

② Исследование взаимодействия

пусть уравнение $p_1V_1 = \nu_1 RT_1$ - описывает состояние газа до прорыва перегородки, тогда уравнение $p_2V_2 = \nu_2 RT_2$ - описывает второй газ.

Разделим первое уравнение на второе

$$\frac{p_1V_1}{p_2V_2} = \frac{\nu_1 RT_1}{\nu_2 RT_2} = \frac{\nu_1 T_1}{\nu_2 T_2} = \frac{10^{-1}\ моль \cdot 4 \cdot 10^2 K}{4 \cdot 10^{-1} \cdot 2{,}4 \cdot 10^2 K \cdot моль} = \frac{10}{28}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Теперь мы знаем, что $p_1V_1 < p_2V_2$

(3) Решение

$$\begin{cases} -Q = \Delta U_1 + A \\ Q = \Delta U_2 \mp A \end{cases}$$

Получаем замкнутую, относительно этой задачи, систему уравнений, где ΔU_1 - изменение внутренней энергии первого газа, ΔU_2 - изменение внутренней энергии второго газа. Один из газов отдавал энергию, и один из газов совершал работу, другой же газ соответственно получал тепло и ~~одним из газов~~ над одним из газов совершалась работа. Сложив уравнения мы получим искомую величину (температуру), ведь как известно изменение внутреней энергии есть $\frac{i}{2}\nu R\Delta T$, где ΔT разность конечного и начальной температуры.

$$\frac{i}{2}\nu_1 R(T_3 - T_1) = -\frac{i}{2}\nu_2 R(T_3 - T_2)$$

$$\nu_1 T_3 - \nu_1 T_1 = \nu_2 T_2 - \nu_2 T_3$$

$$\nu_1 T_3 + \nu_2 T_3 = \nu_2 T_2 + \nu_1 T_1$$

$$T_3 = \frac{\nu_2 T_2 + \nu_1 T_1}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{4\cdot 10^{-1}\text{ моль}\cdot 28\cdot 10\text{ K} + 10^{-1}\text{ моль}\cdot 4\cdot 10^2\text{ K}}{5\cdot 10^{-1}\text{ моль}} =$$

$$= \frac{(28\cdot 4 + 4\cdot 10)\text{ K}}{5\cdot 10^{-1}} = \frac{4\text{ K}(28+10)}{5\cdot 10^{-1}} = \cancel{\frac{1360}{5}\text{ K} = 272\text{ K}}$$

$$= 152\text{ K}\cdot 10 : 5 = 304\text{ K}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

11-003
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Теперь найдём давление в конечном состоянии

$$p_3 V = (\nu_1 + \nu_2) R T_3$$

$$p_3 = \frac{(\nu_1+\nu_2)RT_3}{V} = \frac{5\cdot 10^{-1}\text{ моль}\cdot 8{,}31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}\cdot 304\text{ К}}{8{,}31\cdot 10^{-3}\text{ м}^3} =$$

$$= 5\cdot 304\cdot 10^2\text{ Па} = 152000\text{ Па} = 1{,}52\cdot 10^5\text{ Па}$$

Ответ: $T_3 = 304\text{ К} = 31°C$

$p_3 = 1{,}52\cdot 10^5\text{ Па}$

~~5. Анализ~~

5. $R, C, \mathcal{E}, R_1 = 4R$

$I_m - ?$

$U_C - ?$

$Q - ?$

1 Анализ

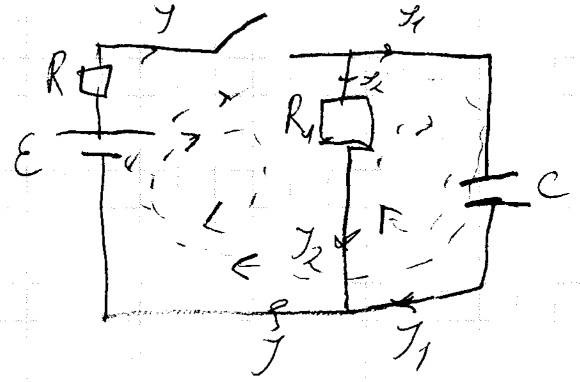
В начальный момент времени ток пойдёт к конденсатору и сразу после этого пойдёт на сопротивление R_1.

Следовательно в начальный момент времени ток равен $\frac{\mathcal{E}}{5R}$.

далее конденсатор зарядится до напряжения $I_2\cdot 4R$ то есть до $\frac{4\mathcal{E}C}{5}$, а

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

② Решение



1) применим законы Кирхгофа:

$$\begin{cases} J = J_1 + J_2 \\ \mathcal{E} = JR + J_2 R_1 \\ J_2 R_1 = \frac{q}{C} \\ \frac{q}{C} + JR = \mathcal{E} \end{cases}$$

найдём закон изменения заряда из неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{q}{C} + \frac{dq}{dt} R = \mathcal{E}$$

его решением будет:

$$q = q_m \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$J = q' = \frac{-q_m}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$J = \frac{-4\mathcal{E}}{5R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

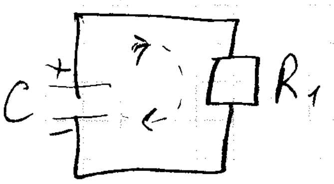
14-СС3

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Теперь найдём количество выделившейся теплоты



$$\frac{q}{C} = -\frac{dq R}{dt}$$

решая это диф-ур-е получим:

$$q = q_m e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$J = q' = \frac{-q_m}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Теперь найдём количество выделенной теплоты

$$dQ = J^2 R\, dt$$

$$Q = \int_0^\infty -\frac{q_m^2}{R_1^2 C^2} e^{-\frac{2t}{R_1 C}} R_1\, dt$$

$$Q = +\frac{q_m^2}{R_1 C^2} \cdot \frac{-R_1 C}{2} e^{-\frac{2t}{R_1 C}} \Big|_0^\infty$$

$$Q = \frac{q_m^2}{2C} \qquad Q = \frac{16}{25}\mathcal{E}^2 C$$

Ответ: $J_m = \frac{\mathcal{E}}{5R}$

$U_c = \frac{4}{5}\mathcal{E}C$

$Q = \frac{16}{25}\mathcal{E}^2 \cdot C$

1. $l = 18 \cdot 10^{-2}$ м

$g = 10 \frac{м}{с^2}$

---

v_{0x} — ?

① Анализ

Мяч сообщался телу кинетическую энергию, которая переходит в потенциальную до тех пор пока не ~~р~~пройдёт расстояние πl, после кинетическая энергия почти полностью переходит в потенциальную или теряется.

② Решение

$$\frac{mv^2}{2} = mg\cancel{h}l + \int g r \sin\alpha \cdot d\cancel{\alpha}$$

$$\frac{v^2}{2} = gl \int g \sin\alpha \; d\cancel{\alpha}$$

$$v^2 = 2g(l \cancel{+} + \cos 0^\circ)$$

$$v = \sqrt{2g(l+1)} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{м}{с^2}(18 \cdot 10^{-2}_{м} + 1)} =$$

$$= \sqrt{3{,}6\cancel{0} + 20} = \sqrt{23{,}6}$$ Ответ: $\sqrt{23{,}6}\ \frac{м}{с}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

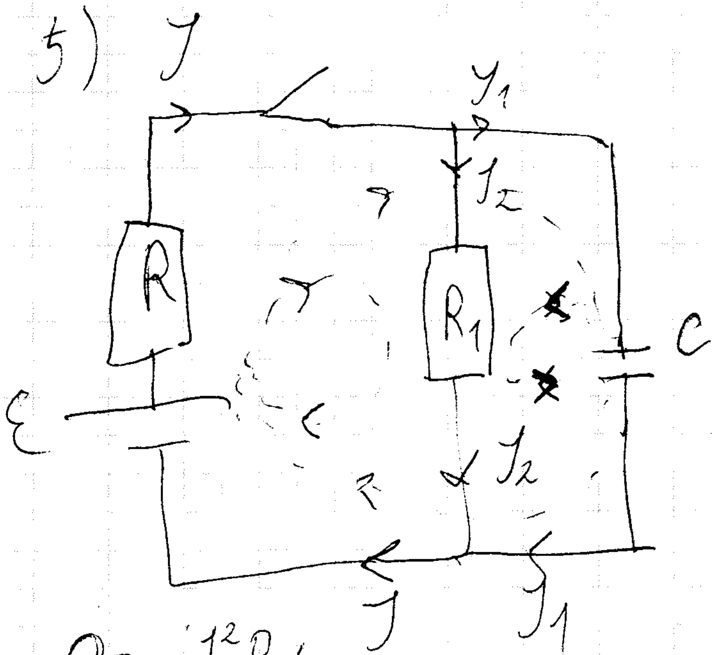
14-003

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5)



$\mathcal{E}, R, C, \frac{R_1}{R}=4$

$I_{наг}$ — ? нашел

U_c — ?

Q — ?

$I = \frac{-I_2 R_1 + \mathcal{E}}{R}$

$Q = I^2 R t$ $\quad q = CU$

$$\begin{cases} \mathcal{E} = IR + I_2 R_1 \\ I = I_1 + I_2 \\ 0 = I_2 R_1 - U_C \\ \frac{q}{C} = I_2 R_1 \end{cases}$$

$I_2 R_1 = \frac{q}{C}$ $\quad I_2 = \frac{q}{R_1 C}$

$q = C I_2 R_1$ $\quad \mathcal{E} = IR + \frac{q}{R_1^2 C}$

$q = CU$

$I_2 = \frac{U_c}{R}$ $\quad q = q_{max}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

$\mathcal{E} = IR + \cancel{I_1}\frac{q}{C}$

$\mathcal{E} = \frac{dq}{dt}R + \frac{q}{C}$

$\frac{q}{C} = \frac{q \cancel{R}}{CR_1} dt$ $\quad \frac{\mathcal{E}}{R} = I_m$

$$\left.\begin{aligned} \frac{q}{C} &= I_2 R_1 \\ I &= I_1 + I_2 \\ \mathcal{E} &= IR + I_2 R_1 \end{aligned}\right\}$$

$q = q_m\left(1 - e^{\frac{t}{CR_1}}\right)$ $\quad \frac{dq}{q} = \frac{1}{CR_1} dt$

$q = q_{max} e^{\frac{-t}{CR_1}}$ Хим...

$\mathcal{E} = I_1 R + I_2 (R + R_1)$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

Решено

3) $V_1 = 8{,}31 \cdot 10^{-3}\,м^3$

$T_1 = 127^{\circ}C$

He

$\nu_1 = 0{,}1$ моль

$T_2 = 7^{\circ}C$

$\nu_2 = 0{,}4$ моль

1) $T - ?$

2) $P - ?$

$$\begin{array}{r|l} 1360 & 5 \\ \hline 10 & 272 \\ 36 & \\ 35 & \\ 10 & \\ 10 & \\ 0 & \end{array}$$

$p_1 V_1 T_1$ ν_1	ν_2 p_2 V_2 T_2

$\Downarrow$

p, V, T, ν

$24 \cdot 4 = 16 \ 80 = 96$, $140 = 136$

$28 \cdot 4 = 32 \ 80 = 112$, $40 = 152$

$7 \cdot 4 = 28$

$34 \cdot 4 = 16$

$38 \cdot 4 = 32$

120, 136, 120

$\Delta U_1 = U_2$

$\frac{i}{2}\nu_1 R T_1 = \frac{i}{2}\nu_2 R T_2$

$\nu_1 \Delta T_1 = \nu_2 \Delta T_2$

$\nu_1 \cdot (T_3 - T_1) = \nu_2 (T_3 - T_2)$

$p = \frac{0{,}4 \cdot T_3 \cdot 10^3}{\cancel{\quad}}$

$p = 400 T_3$

$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1$

$p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$

$pV = (\nu_1 + \nu_2) R T_3$

$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{\nu_2 T_2}{\nu_1 T_1}$

Вся работа шла на увеличение энергии второго газа

$Q = \Delta U + A$

$-Q = \Delta U + A$

$V_1 + V_2 = V$

$$\begin{array}{r|l} 1520 & 5 \\ \hline 15 & 304 \\ 020 & \\ 20 & \end{array}$$

$Q = \Delta U_1 - A$

$Q = -\Delta U_2 - A$

$\Delta U_1 = -\Delta U_2$

$\nu_1 T_3 - \nu_1 T_1 = \nu_2 T_3 - \nu_2 T_2$

$\nu_1 T_3 - \nu_2 T_3 = \nu_1 T_1 - \nu_2 T_2$

$T_3 = \frac{\nu_1 T_1 - \nu_2 T_2}{\nu_1 - \nu_2} = \frac{0{,}1 \cdot 127 - 7 \cdot 0{,}4}{0{,}1 - 0{,}4}$

$T_3 = -\alpha$

$\nu_2 T_3 - \nu_1 T_3 =$
$= \nu_2 T_2 - \nu_1 T_1$

$T_3 = \frac{\nu_2 T_2 - \nu_1 T_1}{\nu_2 - \nu_1} = \alpha$

$\frac{7 \cdot 0{,}4 - 0{,}1 \cdot 127}{0{,}3} = \frac{12{,}7 - 2{,}8}{-0{,}3}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)