

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

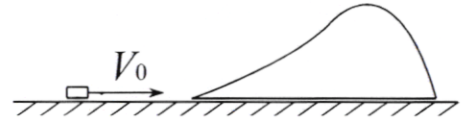
Шифр 15-023

(заполняется секретарём)

Вариант 11-04

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 18 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарик, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая монета массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $4m$ (см. рис.). Монета въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

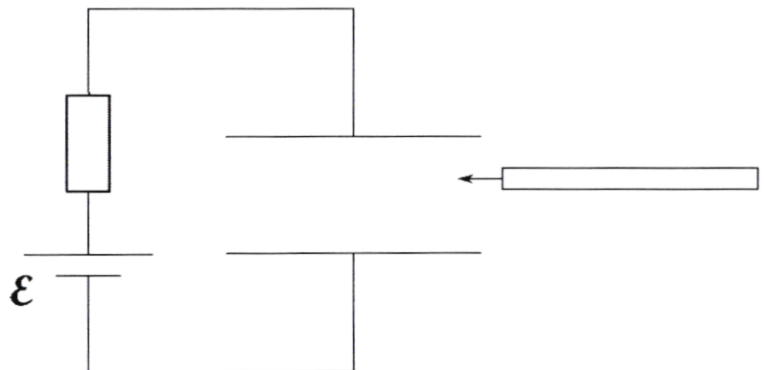


- 1) На какую максимальную высоту поднимается монета?
- 2) С какой скоростью монета съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 127°C в количестве $\nu_1 = 0,1$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,4$ моль. Перегородка прорывается.

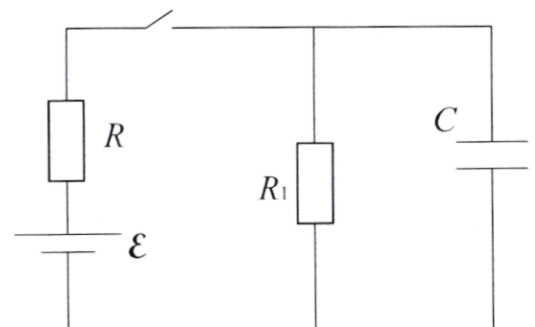
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС ε (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 3 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=4R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , ε , R .

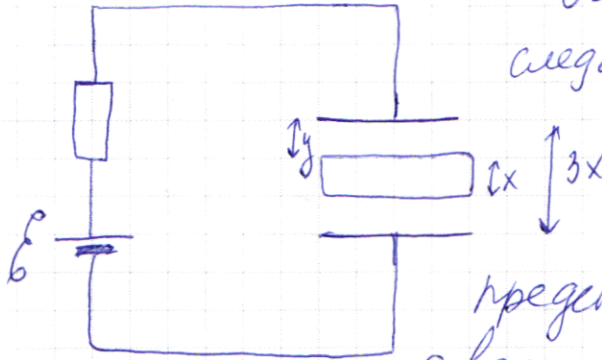


- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4

C_0
 \mathcal{E}
 $C - ?$
 $\Delta q - ?$



Пластина проводящая,
следовательно обладает беско-
нечной проводимостью.
Конечный конденсатор
представляет из себя 3 по-
следовательных подмножества

конденсатора: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{\text{пл}}}$, где

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{y}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{2x-y}; \quad C_{\text{пл}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{x} \quad \left(\begin{array}{l} \epsilon \rightarrow \infty, \\ \frac{1}{C_{\text{пл}}} \rightarrow 0 \end{array} \right)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + 0 = \frac{y}{\epsilon_0 S} + \frac{2x-y}{\epsilon_0 S} = \frac{2x}{\epsilon_0 S}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{2x}; \quad C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{3x}; \quad \boxed{C = \frac{3C_0}{2}};$$

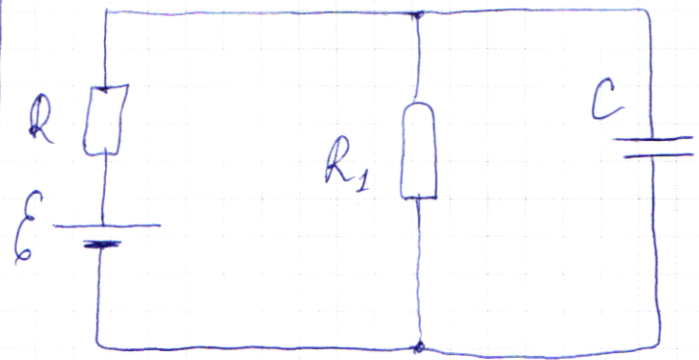
$$q = C U; \quad \text{По II закону Кирхгофа: } \mathcal{E} = U + R \cdot 0 = U$$

$$q = C \mathcal{E}; \quad \Delta q = q_2 - q_1 = \mathcal{E} \left(\frac{3}{2} C_0 - C_0 \right) = \boxed{\frac{1}{2} \mathcal{E} C_0}$$

Ответ: $\frac{3C_0}{2}; \quad \frac{1}{2} \mathcal{E} C_0$

№5

R
R₁ = 4R
C
E



$\gamma(0)$ - ?
 U_C - ?
 Q - ?

В начальный момент времени напряжение на R₁ будет равно $\frac{q}{C}$; $q(0) \approx 0 \rightarrow$ в касале тока в R₁ не будет ($\frac{q}{C} = R_1 \cdot \gamma$, $\gamma = \frac{q}{R_1 C} \approx 0$);

~~По закону сохранения энергии:~~ По II закону Кирхгофа:

~~$E = Q_R + W_C$; $E q = \frac{q}{t}$~~ $E = R \gamma + \frac{q}{C}$

$E = R \gamma(0) + \frac{q(0)}{C} = R \gamma(0)$; $\gamma(0) = \frac{E}{R}$

При установившемся режиме

ток через C итди не будет: $E = R \cdot \gamma + 4R \cdot \gamma = 5R \gamma$; $\gamma = \frac{E}{5R}$

$U_C = U_{R_1} = R_1 \cdot \gamma = \frac{4R \cdot E}{5R} = \frac{4}{5} E$

$Q = W_C = \frac{1}{2} U^2 C = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{25} E^2 C = \frac{8}{25} E^2 C$

Ответ: $\frac{E}{R}$; $\frac{4}{5} E$; $\frac{8}{25} E^2 C$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$T_1 = 127^\circ\text{C}$$

$$\nu_1 = 0,1 \text{ моль}$$

$$T_2 = 7^\circ\text{C}$$

$$\nu_2 = 0,4 \text{ моль}$$

$$T = ?$$

$$p = ?$$

Из термодинамики

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$C_1 \nu_1 (T - T_1) + C_2 \nu_2 (T - T_2) = 0$$

$C_1 = C_2 = C_V$ (т.к. $V = \text{const}$
пока смешивания)

$$\nu_1 (T_1 - T) = \nu_2 (T - T_2)$$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}; T = \frac{0,1 \cdot 400 + 0,4 \cdot 280}{0,5} =$$

$$= \frac{40 + 112}{0,5} = 304 \text{ (K)}$$

По уравнению Менделеева-Клапейрона:

$$p_1 \cdot V = \nu_1 R T$$

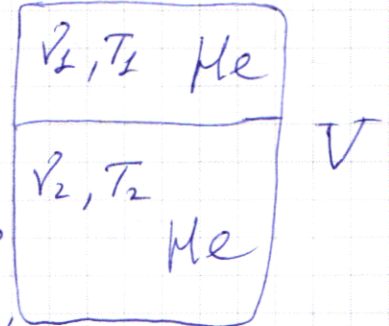
$$p_2 \cdot V = \nu_2 R T$$

По закону Дальтона: $p = p_1 + p_2 =$

$$= \frac{\nu_1 R T}{V} + \frac{\nu_2 R T}{V} = \frac{R T}{V} (\nu_1 + \nu_2)$$

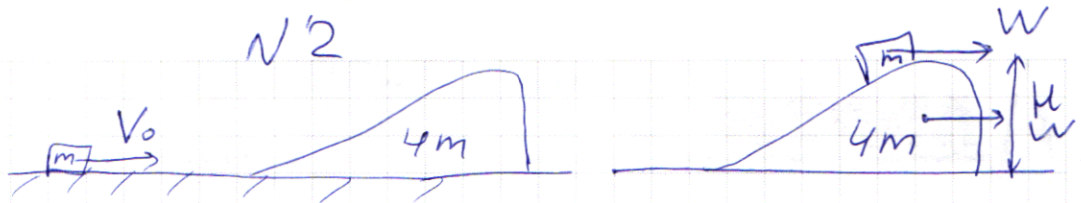
$$p = \frac{8,31 \cdot 304}{8,31 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,5 = 152000 \text{ (Па)}$$

Ответ: 304 K, 152 000 Па



N'2

m
M = 4m
V₀



1) По закону сохранения импульса:

$$mV_0 = mW + 4mW$$

W-?
u-?

(скорости одинаковы, т.к. локомотив кабриолет максимальной высоты)

По закону сохранения энергии:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{4mW^2}{2} + \frac{mW^2}{2} + mgh; \quad h = \frac{V_0^2 - 5W^2}{2g}$$

$$W = \frac{V_0}{5}; \quad h = \frac{V_0^2 - 5 \cdot \frac{V_0^2}{25}}{2g} = \frac{4}{2 \cdot 5} \frac{V_0^2}{g} = \frac{2}{5g} V_0^2$$

2) $mV_0 = 4mV - mu$; $V = \frac{V_0 + u}{4}$;

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{4mV^2}{2} + \frac{mu^2}{2} + mgh$$

$$V_0^2 = \frac{4}{16} (V_0 + u)^2 + u^2 + 2gh$$

$$u^2 + \frac{2}{5} V_0 u + \frac{8}{5} gh - \frac{3}{5} V_0^2 = 0$$

$$u = \frac{\sqrt{\frac{64}{25} V_0^2 - \frac{32}{5} gh} - \frac{2}{5} V_0}{2} = \sqrt{\frac{16V_0^2}{25} - \frac{8}{5} gh} - \frac{V_0}{5}$$

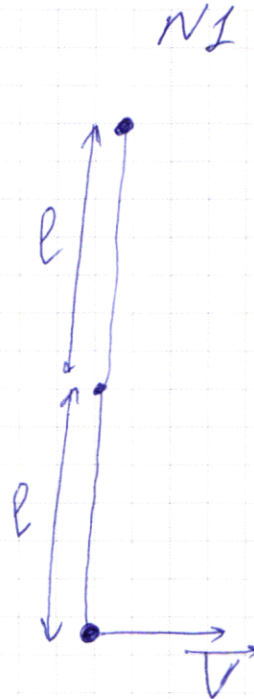
где h - высота, на которой находится локомотив
Если $h > \frac{2V_0^2}{5g}$, то локомотив перейдет через "гребень"

Ответ: $\frac{2V_0^2}{5g}; \sqrt{\frac{16V_0^2}{25} - \frac{8}{5} gh} - \frac{V_0}{5}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$
$$l = 0,18 \text{ м}$$

$$V = ?$$



По 3.С.Э.:

$$\frac{mV^2}{2} = mg \cdot 2l;$$

$$V^2 = 4gl; \quad V = 2\sqrt{gl}$$

$$V = 2 \cdot \sqrt{10 \cdot 0,18} = 2\sqrt{\frac{9}{5}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{5}} = 1,2\sqrt{5} \quad (\frac{\text{м}}{\text{с}})$$

Ответ: $1,2\sqrt{5} \text{ м/с}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

V
T₁
T₂

$$p_1 \cdot V = \nu_1 R T$$

$$p = \frac{3}{2} k T$$

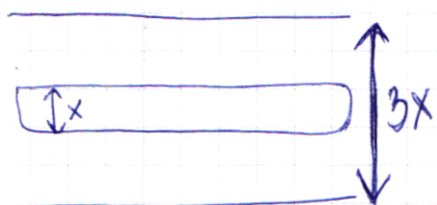
$$p_2 V = \nu_2 R T$$

$$p_{\text{max}} \Delta V = \nu_1 R T_1$$

$$p_2 (V - \Delta V) = \nu_2 R T_2$$

$$\frac{3}{2} k T_1 \Delta V = \nu_1 R T_1$$

$$\frac{3}{2} k T_2 (V - \Delta V) = \nu_2 R T_2$$



$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{3x}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{2x}$$

$$\frac{\epsilon_0 S}{x} = 3C_0; \quad C = \frac{\epsilon_0 S}{x} \cdot \frac{1}{2} = \boxed{\frac{3}{2} C_0}$$

$$\Delta q = C \cdot \epsilon - C_0 \cdot \epsilon = \epsilon (C - C_0) = \epsilon \left(\frac{3}{2} C_0 - C_0 \right) = \frac{\epsilon C_0}{2}$$

$$q = C \cdot U$$

$$\epsilon + \gamma R =$$

$$\epsilon = 5R\gamma; \quad \gamma = \frac{\epsilon}{5R}; \quad U = \frac{4\epsilon}{5}$$

$$\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} C \cdot \frac{16}{25} \epsilon^2$$

$$\frac{2}{25} C \epsilon^2$$

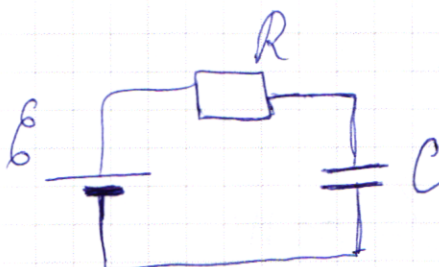
$$\epsilon = R \gamma(t) + \frac{q}{C}$$

$$\epsilon = R \cdot q'(t) + \frac{q(t)}{C}$$

$$q(t) + RC q'(t) - \epsilon C = 0$$

$$\tilde{q}(t) + a + RC \cdot \tilde{q}'(t) - \epsilon C = 0$$

$$\tilde{q}(t) = -RC \tilde{q}'(t)$$



$$q(t) = \tilde{q}(t) + a$$

$$a = \epsilon C$$

$$\frac{dq}{dt} = -RC \cdot \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{1}{2} q^2 = -RC \cdot q$$

$$\frac{M V^2}{2} = m g \cdot 2L$$

$$V_1 = \sqrt{4g \cdot 2L} = \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 0,18} = 40 \cdot 0,18 = 4 \cdot 1,8 = 7,2$$

$$V_2 = \sqrt{4g \cdot 2L} = \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 0,18} = 40 \cdot 0,18 = 4 \cdot 1,8 = 7,2$$

0,3 : 0,4
0,5
0,45

0,45 = 2,9

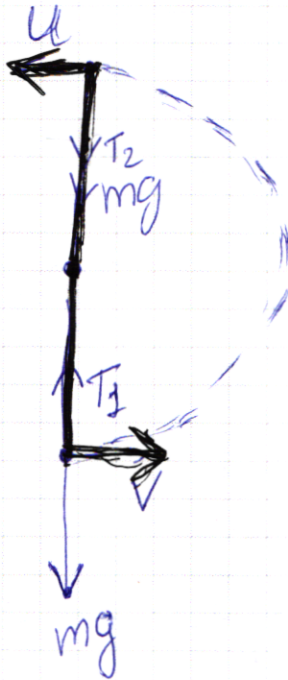
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$mV_0^2 = 4mV - mU$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{4m \cdot V^2}{2} + \frac{mU^2}{2} + mgh$$

$$V, U, h$$

$$V_2 = \frac{V_0 + U}{4}$$



$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mU^2}{2} + 2mgl$$

$$\frac{mV^2}{l} = T_1 - mg$$

$$\frac{mU^2}{l} = T_2 + mg$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{5mV^2}{2} + mgh$$

$$mV_0 = mV + 4mV = 5mV; \quad V_2 = \frac{V_0}{5}$$

$$V_0^2 = 5 \cdot \frac{V_0^2}{25} + gh = \frac{V_0^2}{5} + gh; \quad \frac{4}{5} V_0^2 = 2gh$$

$$h = \frac{4V_0^2}{5g}$$

$$mV_0 = 4mV - mU$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{4mV^2}{2} + \frac{mU^2}{2} + mgh$$

$$\frac{V_0^2}{2} = 2 \cdot \frac{V_0^2}{25} + \frac{U^2}{2} +$$

$$V_0^2 = 4 \left(\frac{V_0^2 + U^2}{4} \right) + 2gh$$

$$mV_0 = 4mV - mU$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{4mV^2}{2} + \frac{mU^2}{2} + mgh$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\tilde{q}(t) = -RC \cdot \frac{d\tilde{q}}{dt}$$

$$\tilde{q}(t) \cdot dt = -RC d\tilde{q}$$

$$\int \tilde{q}(t) \cdot dt = -RC \tilde{q}(t)$$

$$\frac{1}{2} \tilde{q}^2(t)$$

$$\mathcal{E}t = qRC + t$$

$$2\mathcal{E}tC = 2qRC + qt$$

$$q = \frac{2\mathcal{E}tC}{2RC + t} ; q' = \frac{2\mathcal{E}C(2RC + t) - 2\mathcal{E}Ct}{(2RC + t)^2}$$

$$= \frac{4\mathcal{E}RC^2 + 2\mathcal{E}Ct - 2\mathcal{E}Ct}{(2RC + t)^2}$$

$$j(0) = \frac{4\mathcal{E}RC^2}{4R^2C^2} = \left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{np}} + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{y} ; C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{2x-y}$$

$$\Delta q = C \cdot U$$

$$\mathcal{E} = R \cdot j + U ;$$

$$U = \frac{q}{C}$$

$$\mathcal{E} =$$

$$\mathcal{E}q = \left(\frac{q}{t}\right)^2 R t + \frac{q}{t} \frac{q}{2C}$$

$$\mathcal{E} = \frac{q}{t} \cdot R + \frac{1}{2C} \frac{q}{t}$$

$$\mathcal{E}t = qR + \frac{1}{2} \frac{qt}{C}$$

$$\left\{ \begin{aligned} V_0 &= 4V - U \\ V_0^2 &= 4V^2 + U^2 + 2VU \\ V_0^2 &= 4(V_0 + U + 2V_0U) + U^2 + 2VU \end{aligned} \right.$$

$$V = \frac{V_0 + U}{4}$$

$$5U^2 + 2V_0 \cdot U - 3V_0^2 + 8V_0h = 0$$

$$U^2 + \frac{2}{5}V_0 U - \frac{3}{5}V_0^2 + \frac{8}{5}V_0h = 0$$

$$U = \frac{-\frac{2}{5}V_0 \pm \sqrt{\left(\frac{2}{5}V_0\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{5}V_0^2 + \frac{8}{5}V_0h\right)}}{2}$$

$$U = \frac{-\frac{2}{5}V_0 \pm \sqrt{\frac{4}{25}V_0^2 - \frac{32}{5}V_0h}}{2}$$

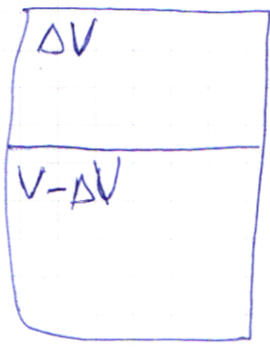
$$U = -\frac{2}{5}V_0 + \sqrt{\frac{64}{25}V_0^2 - \frac{32}{5}V_0h}$$

$$\frac{q}{T}$$

$$f = q(\theta)$$

$$u = \frac{q}{c} = 0$$

$$\frac{1}{2} q^2 \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \cdot c u^2 \frac{1}{c} = \frac{1}{2} u^2 c$$



T_1, P_1
 T_2, P_2

$$p_1 (T - T_1) = p_2 (T - T_2)$$

$$0,1 (T - 400) = 0,4 (T - 280)$$

$$0,1T - 40 = 0,4T - 0,4 \cdot 280$$

$$0,4(280 - 100) = 0,35$$

$$0,4 \cdot 180 = 0,35$$

$$4 = 4 \cdot 180 = 3T; \quad T = 4 \cdot 60 = 240$$

$$p = \frac{p_1 R T}{V} + \frac{p_2 R T}{V}$$

$$= \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 240}{8,31 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 500 \cdot 240 = \frac{1000}{2} \cdot 240 = 1000 \cdot 120$$

$$= 120000 \text{ (Pa)}$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$p_1 T_1 - p_1 T_2 - p_2 T_1 + p_2 T_2 = 0$$

$$T = \frac{p_1 T_1 + p_2 T_2}{p_1 + p_2}$$

$$10 \cdot 0,18 + 4 \cdot 0,12$$

$$40 + \frac{280 \cdot 4}{12}$$

$$240 + 112 = \frac{2152}{8,5} = 254$$

$$0,1 \cdot (400 - T) = 0,4 (T - 280)$$

$$40 - 0,1T = 0,4T - 0,4 \cdot 280$$

$$40 + 0,4 \cdot 280 = 0,5T$$

$$80 + 112 = 0,5T$$

$$192 = 0,5T$$

$$80 + 0,4 \cdot 560 = T$$

$$80 + 224 = 304$$

$$304 \cdot 0,5 = 152 \quad 1520 \cdot 100 = 152000$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 + 2 p_2 u + 5 p_2 u^2 + 8 p_2 u$$

$$u^2 + \frac{2}{5} u + 8 p_2 u - 3 p_2 u^2 = 0$$