

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

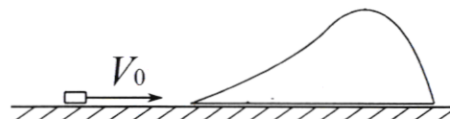
Шифр 06-005

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

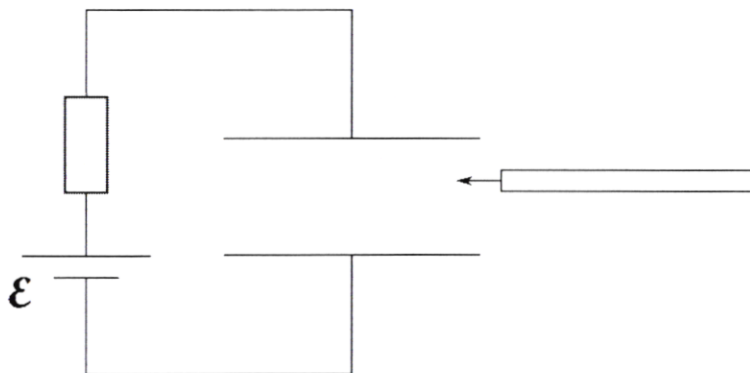


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27°C в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

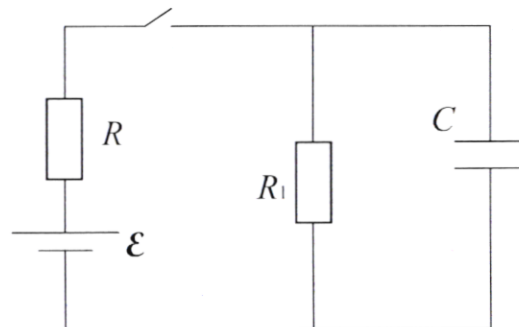
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС \mathcal{E} (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , \mathcal{E} , R .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

№2.

h - ? (макс. высота подъема шайбы)

v - ? (скорость схода шайбы с горки)

m, v_0

Решение:

П. к. шайба движется без потерь энергии по наклону, при торможении с горки сохраняется кин. энергия шайбы, но часть взаимодействий можно рассмотреть как абсолютно упругое столкновение:

$$\begin{cases} m v_0 = -m v + 3m u \\ \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{3m u^2}{2} \end{cases}, \text{ где } u - \text{ скорость горки после тормож.}$$

$$\begin{cases} v_0 = -v + 3u \\ v_0^2 = v^2 + 3u^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{v_0 + v}{3} \\ v_0^2 = v^2 + \frac{(v_0 + v)^2}{3} \end{cases}$$

$$3v_0^2 - 3v^2 = v_0^2 + v^2 + 2v_0 v$$

$$4v^2 + 2v_0 v - 2v_0^2 = 0$$

$$2v^2 + v_0 v - v_0^2 = 0$$

$$D = v_0^2 + 8v_0^2 = 9v_0^2$$

$$v = \frac{-v_0 + 3v_0}{4} = 0,5v_0$$

В момент максимального подъема скорость шайбы (v_1) и скорость горки (u) равны. Тогда имеет смысл:

$$(1) \frac{m v_0^2}{2} = mgh + \frac{m v_1^2}{2} + \frac{3m v_1^2}{2}, \text{ где } h - \text{ высота подъема шайбы.}$$

Из закона сохр. импульса:

$$m v_0 = m v_1 + 3m v_1 \Leftrightarrow v_0 = 4v_1 \Leftrightarrow v_1 = \frac{1}{4} v_0$$

Подставив (2) в (1), получаем:

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgh + \frac{4m \cdot \left(\frac{v_0}{4}\right)^2}{2} \Leftrightarrow v_0^2 = 2gh + \frac{v_0^2}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{4} v_0^2 = 2gh \Leftrightarrow h = \frac{3v_0^2}{8g}$$

$$\text{Ответ: } h = \frac{3v_0^2}{8g}, \quad v = 0,5v_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

t_* - ? (установившаяся температура)

p - ? (установившееся давление)

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$i = 3$ (степени свободы)

$$\nu_1 = 0,2 \text{ моль}$$

$$\nu_2 = 0,3 \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ К (температура в I части сос.)}$$

$$T_2 = 280 \text{ К (температура в II части сос.)}$$

Решение:

Пусть T - установившаяся абсолютная температура.
Тогда из закона сохранения энергии:

$$\frac{i}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{i}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{i}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T$$

$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T$$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}$$

$$t = T - 273 = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} - 273$$

$$t = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,5} - 273 = 2 \cdot 144 - 273 = 15^\circ \text{C}$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона (вместе):

$$pV = (\nu_1 + \nu_2) RT$$

$$p = \frac{(\nu_1 + \nu_2) RT}{V}$$

$$p = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 280}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 144 \cdot 10^3 = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Ответ: $t = 15^\circ \text{C}$; $p = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

№ 4.

C - ? (емкость конд. с пластиной)

q - ? (пройдет через резистор заряд)

C_0, ε

d_0 (расст. между обкл.) = $4 \cdot d$ (толщ. пластины)

Решение:

Найдем заряд на конденсаторе (q_0):

$$C_0 = \frac{q_0}{U_0}, \quad U_0 = \varepsilon \Rightarrow C_0 = \frac{q_0}{\varepsilon} \Rightarrow q_0 = \varepsilon C_0$$

Конденсатор с пластиной можно расст. как два последовательно соединенных конденсатора с расст. d_1 и d_2 (расст. от пластины до обкладок). Тогда:

$$\frac{1}{C} = \frac{d_1}{\varepsilon_0 S} + \frac{d_2}{\varepsilon_0 S} = \frac{d_1 + d_2}{\varepsilon_0 S}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1 + d_2}$$

Заметим, что $d_0 = d_1 + d_2 + d \Rightarrow d_1 + d_2 = d_0 - d$. Из условия $d = \frac{1}{4} d_0$. Тогда:

$$d_1 + d_2 = d_0 - \frac{1}{4} d_0 = \frac{3}{4} d_0 \quad \text{Подставим:}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{3}{4} d_0} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\varepsilon_0 S}{d_0}$$

Емкость изначального конденсатора: $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_0} \Rightarrow C = \frac{4}{3} C_0$

Найдем заряд на конд. с пластиной (q_1):

$$C = \frac{q_1}{U}; \quad U = \varepsilon \Rightarrow C = \frac{q_1}{\varepsilon} \Rightarrow q_1 = \varepsilon C = \frac{4}{3} \cdot \varepsilon C_0$$

Заряд, прошедший через резистор:

$$q = q_1 - q_0 = \frac{4}{3} \varepsilon C_0 - \varepsilon C_0 = \frac{1}{3} \varepsilon C_0$$

$$\text{Ответ: } C = \frac{4}{3} C_0; \quad q = \frac{1}{3} \varepsilon C_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

 I_0 - ? (ток через источник сразу после замыкания ключа) U_0 - ? (установившаяся напряж. на конденсаторе) Q - ? (кол-во теплоты, выдел. в цепи) C, E, R $R_1 = 3R$

Решение:

1) Из закона Ома для полной цепи:

$$I_0 = \frac{E}{R + R_1}$$

$$R_1 = 3R \text{ (из условия)} \Rightarrow I_0 = \frac{E}{4R}$$

2) Конденсатор и резистор R_1 подсоединены параллельно
Напряж. на конденсаторе будет расти, пока не уравновесит подзарядку } \Rightarrow \Rightarrow Из законов Кирхгофа:

$$\begin{cases} E = IR + U_0 & (I - \text{ток на выт. сопр.}) \\ I = \frac{U_0}{R_1} & (\text{в узле}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E = \frac{U_0 R}{R_1} + U_0 \\ R_1 = 3R \text{ (по условию)} \end{cases} \Rightarrow E = \frac{U_0}{3} + U_0 = \frac{4}{3} U_0 \Rightarrow U_0 = \frac{3}{4} E$$

3) Выделение тепла в цепи происходит в два этапа:

а) при замыкании ключа на резисторах R и R_1 б) при размыкании ключа на резисторе R_1 из конденсатора

Рассмотрим оба случая.

а) $Q_a = \left(\frac{I}{2}\right)^2 R t + \left(\frac{I}{2}\right)^2 R_1 t$, где $\frac{I}{2}$ - среднее значение тока в параллельном и последовательном

Учитывая 2) знаем, что:

$$I = \frac{U_0}{R_1} = \frac{3\varepsilon}{4R_1} = \frac{\varepsilon}{4R}. \quad \text{Тогда:}$$

$$Q_a = \left(\frac{\varepsilon}{8R}\right)^2 t (R + R_1) = \frac{\varepsilon^2}{64R^2} \cdot t \cdot 4R = \frac{\varepsilon^2 t}{16R}$$

Параллельно идет зарядка конденсатора:

$$W_k = \frac{CU_0^2}{2}, \quad \text{где } W_k - \text{энергия конденсатора. Тогда мощность конденс. (} P_k \text{):}$$

$$P_k = \frac{CU_0^2}{2t}$$

б) $Q_b = W_k = \frac{CU_0^2}{2} = \frac{C \cdot 9\varepsilon^2}{2 \cdot 16} = \frac{9CE^2}{32}$

При этом мощность разрядки:

$$P = P_k \Leftrightarrow \left(\frac{I}{2}\right)^2 R_1 = \frac{CU_0^2}{2t}$$

$$\frac{I}{2} = \frac{U_0}{2R_1} \Rightarrow \frac{CU_0^2}{2t} = \frac{U_0^2}{4R_1}. \quad \text{Отсюда } t:$$

$$t = 2CR_1 = 8CR$$

Подставим время в а):

$$Q_a = \frac{\varepsilon^2 \cdot 8CR}{16R} = \frac{3CE^2}{8}$$

Сложим, чтобы получить Q:

$$Q = Q_a + Q_b = \frac{3CE^2}{8} + \frac{9CE^2}{32} = \frac{12CE^2}{32} + \frac{9CE^2}{32} = \frac{21CE^2}{32}$$

$$\text{Ответ: } I_0 = \frac{\varepsilon}{4R}; \quad U_0 = \frac{3}{4}\varepsilon; \quad Q = \frac{21CE^2}{32}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{l} v_0 = ? \\ R = 0,5 \text{ м} \\ g = 10 \text{ м/с}^2 \end{array} \left. \begin{array}{l} - \text{ мин. нач. скорость шарика} \\ - \text{ длина нити} \\ \end{array} \right\} \sqrt{1}$$

Решение:

Для движения шарика по окружности ~~центростремительное~~ центростремительное ускорение в верхней точке траектории должно совпадать с ускорением свободного падения.

$$(1) \frac{v^2}{R} = g, \text{ где } v - \text{ скорость шарика в верхней точке траектории.}$$

Из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mg \cdot 2R, \text{ где } m - \text{ масса шарика}$$

$$v_0^2 = v^2 + 4gR$$

$$(2) v^2 = v_0^2 - 4gR$$

Подставив (2) в (1), получаем:

$$\frac{v_0^2 - 4gR}{R} = g$$

$$v_0^2 - 4gR = gR$$

$$v_0^2 = 5gR$$

$$v_0 = \sqrt{5gR}$$

$$v_0 = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = 5 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_0 = 5 \text{ м/с.}$

$\sqrt{3}$.

h - ? (макс. высота подъема шайбы)

v - ? (скорость съезда шайбы с горки)

m, v_0

Решение:

П.к. шайба движется без трения, при взаимодействии ее с горкой сохраняется общий кин. энергия системы, но есть взаимодействие можно рассматривать как упругое столкновение.

$$\begin{cases} m v_0 = m v + 3m u & (u - \text{скорость горки после броска}) \\ \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{3m u^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 = v + 3u \\ v_0^2 = v^2 + 3u^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{v_0 + v}{3} \\ v_0^2 = v^2 + \frac{(v_0 + v)^2}{3} \end{cases}$$

$$3v_0^2 - 3v^2 = v_0^2 + v^2 + 2v_0 v$$

~~$$2v^2 - 2v_0 v + 4v_0^2$$~~

$$4v^2 + 2v_0 v - 2v_0^2 = 0$$

$$2v^2 + v_0 v - v_0^2 = 0$$

$$D = v_0^2 + 8v_0^2 = 9v_0^2$$

$$\rightarrow v = \frac{-v_0 + 3v_0}{4} = 0,5 v_0$$

В момент максимального подъема шайбы скорости шайбы (v_1) и горки (u_1) равны. Тогда имеет место:

$$(1) \frac{m v_0^2}{2} = m g h + \frac{m v_1^2}{2} + \frac{3m u_1^2}{2}, \text{ где } h - \text{высота подъема шайбы.}$$

Из закона сохранения импульса:

$$(2) m v_0 = m v_1 + 3m u_1 \Leftrightarrow v_0 = 4v_1 \Leftrightarrow v_1 = \frac{v_0}{4}$$

Подставив (2) в (1), получаем:

$$\rightarrow \frac{m v_0^2}{2} = m g h + \frac{m \cdot (\frac{v_0}{4})^2}{2} \Leftrightarrow v_0^2 = 2g h + \frac{v_0^2}{4} \Leftrightarrow 2g h = \frac{3}{4} v_0^2 \Leftrightarrow h = \frac{3 v_0^2}{8g}$$

$$\text{Ответ: } h = \frac{3 v_0^2}{8g}; \quad v = 0,5 v_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

t - ? (установивш. температура)

p - ? (установивш. давление)

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$i = 3$ (на систему свободы)

$$\nu_1 = 0,2 \text{ моль}$$

$$\nu_2 = 0,3 \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ К (тем. в I сосуде)}$$

$$T_2 = 280 \text{ К (тем. во II сосуде)}$$

$$\nu_1, T_1 \quad \nu_2, T_2$$

$$\nu_1 + \nu_2, T$$

Пусть T - установ. на абсолют. температура
Тогда из закона сохр. энергии:

$$\frac{i}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{i}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{i}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T$$

$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T$$

$$3 \cdot 28 = 84$$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2}$$

$$t = T - 273 = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} - 273$$

$$t = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,5} - 273 = 2 \cdot (60 + 84) - 273 =$$

$$t = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,5} - 273 = 2 \cdot (60 + 84) - 273 =$$

$$= 2 \cdot 144 - 273 = 288 - 273 = 15^\circ \text{C}$$

Из уравн. Менделеева-Клапейрона (для всего сосуда в конце):

$$pV = (\nu_1 + \nu_2) RT$$

$$p = \frac{(\nu_1 + \nu_2) RT}{V}$$

$$p = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 144 \cdot 10^3 = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Итого: $t = 15^\circ \text{C}$ $p = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$

54.

C_0 - ? (емкость конд. с пластинами) q - ? (заряд, прот. через резистор)

C_0, ε

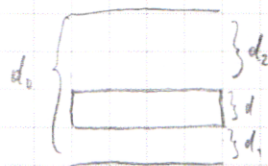
d (толщ. пластины) = $\frac{1}{4} \cdot d_0$ (расст. 4-х обкл.)

Решение:

Найдем ~~заряд~~ заряд на конденсаторе (C_0):

$$C_0 = \frac{q_0}{U_0}; U_0 = \varepsilon \Rightarrow C_0 = \frac{q_0}{\varepsilon} \Rightarrow q_0 = \varepsilon C_0$$

Конденсатор с пластиной можно расст. как два последовательно связ. конденсатора с расст. d_1 и d_2 (рассмотрим го пластинчатом обкладок конд.) Тогда



$$\frac{1}{C} = \frac{1 \cdot d_1}{\varepsilon_0 S} + \frac{1 \cdot d_2}{\varepsilon_0 S} = \frac{d_1 + d_2}{\varepsilon_0 S}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1 + d_2}$$

Заметим, что $d_0 = d_1 + d_2 + d \Rightarrow d_1 + d_2 = d_0 - d$. Из условия $d = \frac{1}{4} d_0$ тогда

$$d_1 + d_2 = d_0 - \frac{1}{4} d_0 = \frac{3}{4} d_0. \text{ Подставим:}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{3}{4} d_0} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\varepsilon_0 S}{d_0}$$

$$\text{Емкость идеального конденсатора } C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_0} \Rightarrow C = \frac{4}{3} C_0$$

Найдем заряд на конд. с пластиной (q_1):

$$C = \frac{q_1}{U}; U = \varepsilon \Rightarrow C = \frac{q_1}{\varepsilon} \Rightarrow q_1 = \varepsilon C = \frac{4}{3} \varepsilon C_0$$

Заряд, прошедший через резистор:

$$q = q_1 - q_0 = \frac{4}{3} \varepsilon C_0 - \varepsilon C_0 = \frac{1}{3} \varepsilon C_0$$

$$\text{Ответ: } C = \frac{4}{3} C_0; q = \frac{1}{3} \varepsilon C_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

д.с.

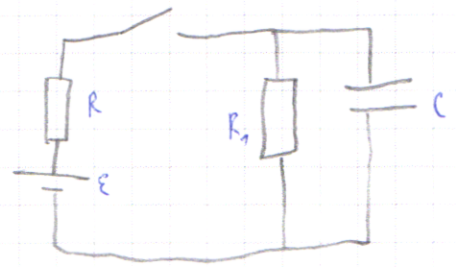
I_0 - ? (ток через кон. бранш после замык. ключа)

U_0 - ? (устойч. напр. на конденс.)

Q - ? (кач-во переносим. заряд. в цепи)

C, ε, R

$R_1 = 3R$



Решение:

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R + R_1} \quad \# \quad (\text{закон Ома})$$

$$R_1 = 3R \Rightarrow I_0 = \frac{\varepsilon}{4R}$$

Конденсатор и резистор R_1 соединены параллельно.

Напр. на конденсаторе будет равно, пока не уравновесит зарядовое

~~на резистор R - внутреннее сопротивление ε~~

$$\Rightarrow U_0 = \varepsilon$$

$$\varepsilon = IR + U$$

$$I = \frac{U_0}{R_1} = \frac{U_0}{3R}$$

$$\varepsilon = \frac{U_0}{3} + U_0 \Rightarrow 3\varepsilon = 4U_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_0 = \frac{3}{4}\varepsilon$$

Видение тока происх. в два этапа:

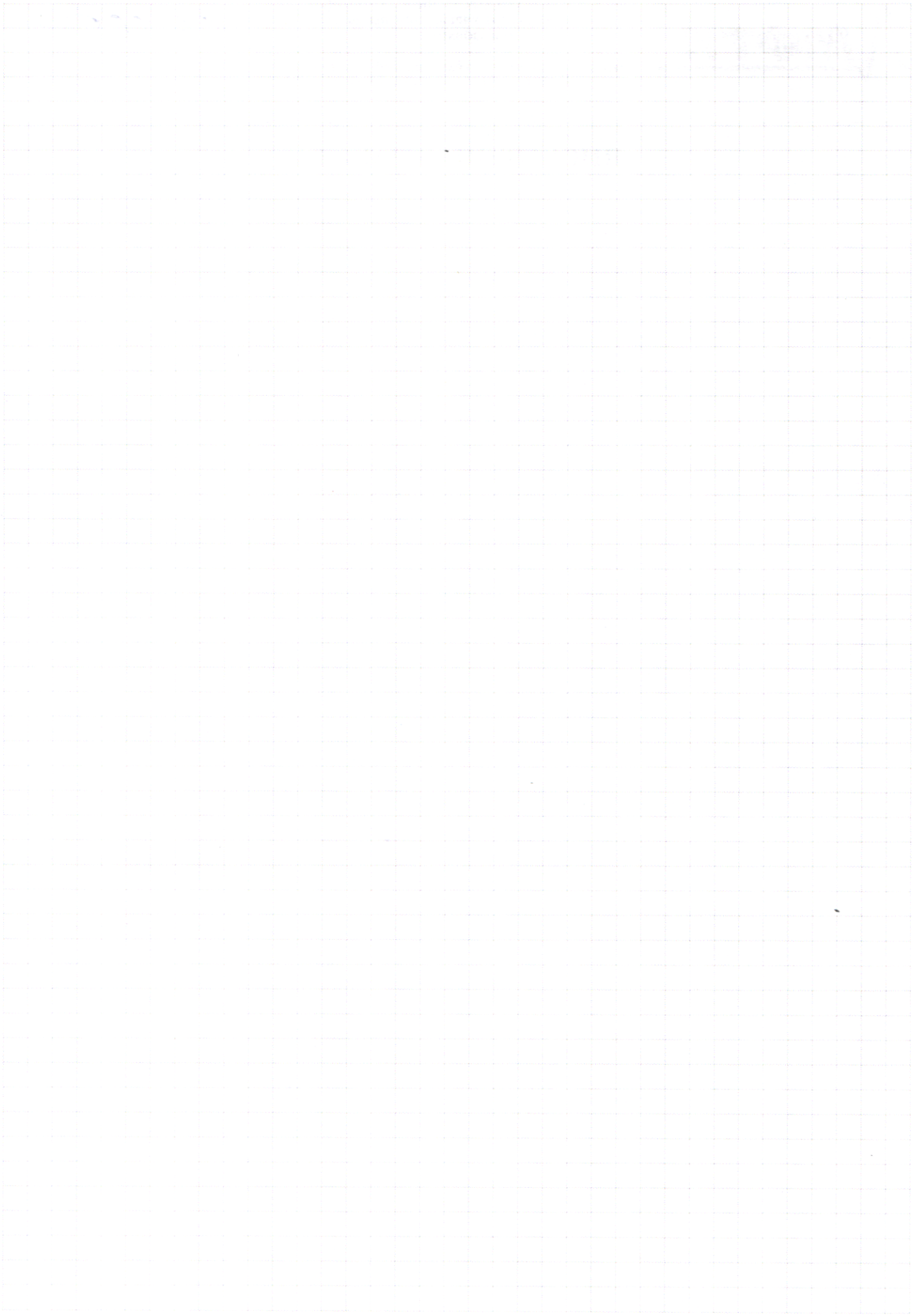
1) Ключ замыкают, т.е. на R_1 и R

2) Ключ размыкают, конденс. разряжается в R_1 .

$$Q = \frac{U^2}{R_1} t + W \quad Q = \frac{\varepsilon^2 t}{R_1} + \frac{C\varepsilon^2}{2} \quad Q = \frac{C^2}{R}$$

$$\frac{C\varepsilon^2}{2} = \frac{(0,5\varepsilon)^2}{R_1} t \Rightarrow \frac{C\varepsilon^2}{2} = \frac{\varepsilon^2 t}{4R_1} \Rightarrow t = 2CR_1$$

$$Q = \frac{\varepsilon^2}{R_1} \cdot 2CR_1 + \frac{C\varepsilon^2}{2} = 2C\varepsilon^2 + \frac{C\varepsilon^2}{2} = \frac{5C\varepsilon^2}{2}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)