

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

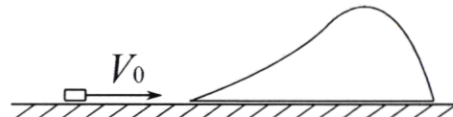
Шифр 06-003

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

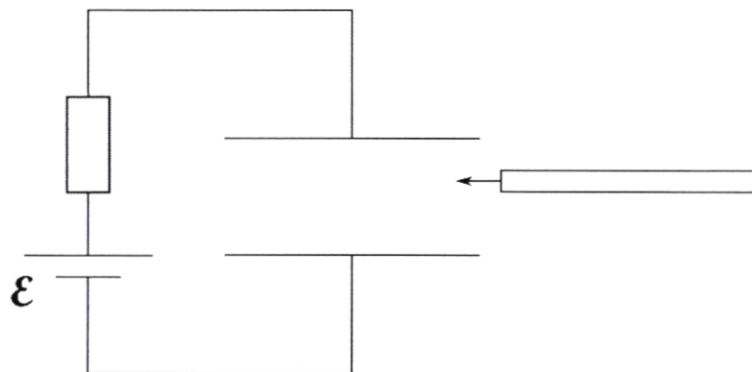


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27°C в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

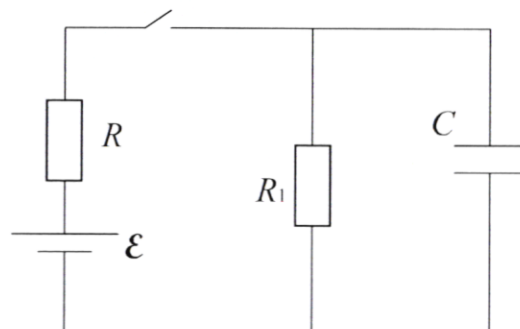
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС ε (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , ε , R .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Дано:

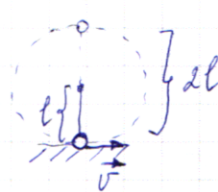
$$l = 50 \text{ см}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$v = ? \text{ м/с}$$

$$l = 0,5 \text{ м}$$

Анализ:



По закону сохранения энергии:

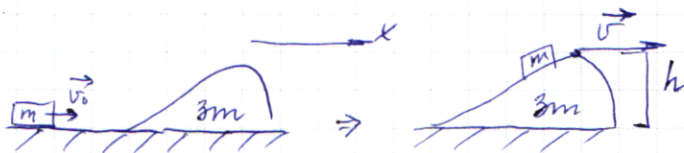
$$\frac{mv^2}{2} = mg \cdot 2l$$

$$v = \sqrt{4g} = \sqrt{4 \cdot 0,5 \cdot 10} = \sqrt{20} \approx 4,44 \text{ м/с}$$

Ответ: $v = 4,44 \text{ м/с}$

N2

I.



h - максимальная высота
 v - скорость горки, прямо перед тем, как горка начнет соскальзывать с горки;
 v_2 - скорость с которой шарик соскальзывает с горки;
 v_1 - скорость горки после соскальзывания шарика.

Дано:

$$m, v_0, 3m, h = ? \text{ м}, v_1 = ? \text{ м/с}$$

Решение:

1) По закону сохранения импульса:

$$mv_0 + 3m \cdot 0 = (3m + m)v$$

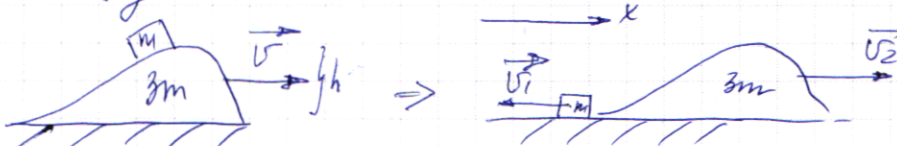
$$mv_0 = 4mv \Rightarrow v = \frac{v_0}{4}$$

2) По закону сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{4mv^2}{2} \Rightarrow \frac{v_0^2}{2} - 2v^2 = gh \Rightarrow gh = \frac{v_0^2}{2} - \frac{2 \cdot v_0^2}{16} = \frac{3v_0^2}{8}$$

$$h = \frac{3v_0^2}{8g}$$

II.



1. По закону сохранения импульса:

$$(m + 3m)v = mv_1 + 3mv_2$$

$$4mv = -mv_1 + 3mv_2$$

$$4 \cdot \frac{v_0}{4} = 3v_2 - v_1 \Rightarrow v_1 = 3v_2 - v_0$$

2. По закону сохранения энергии:

$$mgh + \frac{4mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{3mv_2^2}{2} \Rightarrow g \cdot \frac{3v_0^2}{8g} + \frac{2 \cdot v_0^2}{16} = \frac{v_1^2}{2} + \frac{3v_2^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3v_0^2}{8} + \frac{v_0^2}{8} = \frac{(3v_2 - v_0)^2}{2} + \frac{3v_2^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = 9v_2^2 - 6v_2v_0 + v_0^2 + 3v_2^2 \Rightarrow$$

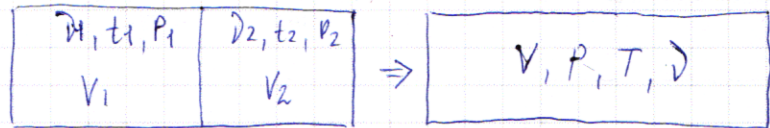
$$\Rightarrow 12v_2^2 - 6v_2v_0 = 0 \quad (v_2 \neq 0) \Rightarrow 2v_2 - v_0 = 0 \Rightarrow v_2 = \frac{v_0}{2} \Rightarrow v_1 = \frac{3v_0}{2} - v_0 = \frac{v_0}{2}$$

Ответ: $h = \frac{3v_0^2}{8g}$; $v_1 = \frac{v_0}{2}$

N3

Дано:
 $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$
 $t_1 = 27^\circ\text{C}$
 $V_1 = 0,2 \text{ моль}$
 $t_2 = 7^\circ\text{C}$
 $V_2 = 0,3 \text{ моль}$
 $\mu_1 = \mu_2$
 1) $t = ?^\circ\text{C}$
 2) $P = ? \text{ Па}$

Ищем:



1) $V = V_1 + V_2$
 $PV = \nu RT$
 2) $PV = (V_1 + V_2)RT \Rightarrow \frac{P}{V} = \frac{(V_1 + V_2)R}{V}$
 Уравн. Менделеева-Клапейрона

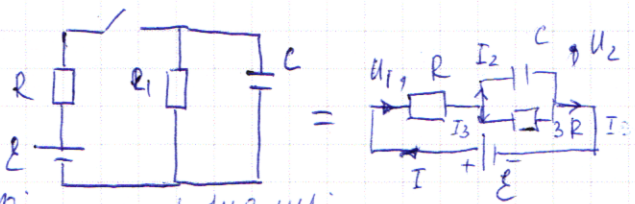
3) $E_1 + E_2 = E \Rightarrow \frac{3}{2}kT_1 + \frac{3}{2}kT_2 = \frac{3}{2}kT \Rightarrow T_1 + T_2 = T$
 (энергия молекулы отсчитывается по формуле перевода температуры)

$t = t_1 + t_2 + 273 = 27^\circ\text{C} + 7^\circ\text{C} + 273 = 34 + 273 = 307^\circ\text{C}$
 $T = 307^\circ\text{C} + 273 = 580^\circ\text{K}$

4) $P = \frac{(V_1 + V_2)R}{V} \cdot T = \frac{(0,2 \text{ моль} + 0,3 \text{ моль}) \cdot 8,31 \text{ Па} \cdot \text{м}^3}{\text{к} \cdot \text{моль} \cdot 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \cdot 580^\circ\text{K} = 0,5 \cdot 10^3 \cdot 580 \text{ Па} = 500 \cdot 580 \text{ Па} = 290 \text{ кПа}$

Ответ: $t = 307^\circ\text{C}$; $P = 290 \text{ кПа}$

N5



Дано:
 $C, E, R, R_1 = 3R$

Ищем:

1) $I = ? \text{ А}$
 2) $U_2 = ? \text{ В}$
 3) $Q = ? \text{ Кл}$
 1) $I = \frac{E}{R_0}$ (по закону Ома для полной цепи)
 $R_0 = \frac{R \cdot R_1}{R_1 + R} = \frac{R \cdot 3R}{3R + R} = \frac{3R}{4} \Rightarrow I = \frac{4E}{3R}$

2) $U_1 + U_2 = E \Rightarrow U_2 = E - U_1 = E - IR = E - \frac{4E}{3R} \cdot R = \frac{3E}{4}$
 $R_0 = R_1 + R = 3R + R = 4R$ (т.к. через конденсатор не идет ток, резисторы соединены последовательно)

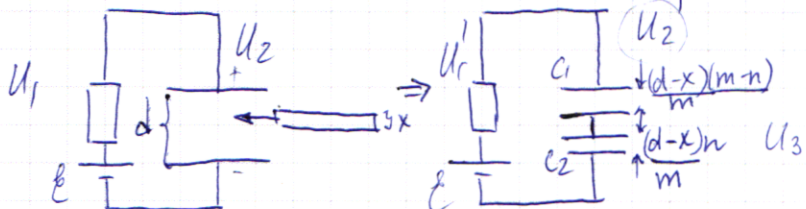
$I = \frac{E}{4R}$ по закону Ома для полной цепи

3) $U_1 + U_2 = E \Rightarrow U_2 = E - U_1 = E - IR = E - \frac{E}{4} \cdot R = \frac{3E}{4}$
 Конденсатор начинает заряжаться при размыкании ключа и играет роль "батареи" с $E_0 = \frac{3E}{4} \Rightarrow W_{\text{конденсатора}} = Q$ (E_0 - ЭДС, зарядовая емкость конденсатора)
 $Q = \frac{C E_0^2}{2} = \frac{C \cdot 9E^2}{16 \cdot 2} = \frac{9CE^2}{32}$

Ответ: 1) $I = \frac{E}{4R}$; 2) $U_2 = \frac{3E}{4}$; 3) $Q = \frac{9CE^2}{32}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4



U_2 - напряжение на конденсаторе до вставки пластинки U_2' и U_3' после U_1 и U_1' - напряжения на резисторе до и после вставки пластинки

Дано:

$C_0, \epsilon, \kappa = \frac{d}{4}, d$

Найти:

- 1) $C_{12} = ? \text{ Ф}$
- 2) $\Delta q = ? \text{ Кл}$

1) Вносим пластину на "одну" два поперечных секции конденсатора, где $C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$, а

$$C_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1}, \quad C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_2}, \quad C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \Rightarrow \epsilon \epsilon_0 S = C_0 d$$

$d_1 = \frac{(d-x)n}{m}$ (т.к. не указано в каком отношении пластинка делит конденсатор)

$$d_2 = \frac{(d-x)(m-n)}{m} \Rightarrow C_1 = \frac{C_0 d m}{(d-x)n}, \quad C_2 = \frac{C_0 d m}{(d-x)(m-n)}$$

Если погружалась середина, то $C_1 = C_2 = \frac{2 C_0 d}{d-x} = \frac{2 C_0 d \cdot 4}{3d} = \frac{8}{3} C_0 \Rightarrow C_{12} = \frac{8 \cdot 8 C_0^2 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 16 C_0} = \frac{4}{3} C_0$

2) В случае I при $C_0 \quad q = C_0 U_2$; в случае II при $C_{12} \quad q = q_1 + q_2 - \Delta q = C_1 U_2' + C_2 U_3' - \Delta q = C_0 U_2 \Rightarrow \Delta q = C_1 U_2' + C_2 U_3' - C_0 U_2 = \frac{8}{3} C_0 U_2' + \frac{8}{3} C_0 U_3' - C_0 U_2$

$$\begin{cases} U_1 + U_2 = \epsilon \\ U_1' + U_2' + U_3' = \epsilon \end{cases}$$

$$(U_1 - U_1') + U_2 - U_2' - U_3' = 0$$

$$\Delta U + U_2 - U_2' - U_3' = 0$$

$$IR = U_2' + U_3' - U_2$$

$$\frac{\Delta q R}{\Delta t} = U_2' + U_3' - U_2$$

$$\Delta q = \frac{8}{3} C_0 (U_2' + U_3') - C_0 U_2$$

$$\Delta q = \frac{8}{3} C_0 \left(\frac{\Delta q R}{\Delta t} + U_2 \right) - C_0 U_2$$

$$\Delta q \left(1 - \frac{8}{3} \frac{C_0 R}{\Delta t} \right) = \frac{8}{3} C_0 U_2 - C_0 U_2$$

$$\Delta q = \frac{5 C_0 U_2 \cdot 3 \Delta t}{3 \Delta t - 8 C_0 R} = \frac{5 C_0 U_2 \Delta t}{3 \Delta t - 8 C_0 R} \Rightarrow$$

(q_1, q_2 - заряды на "новых" конденсаторах, q - общий неизменный заряд)

$$\Delta W_k = Q$$

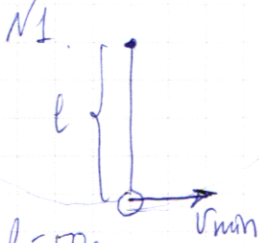
$$\frac{\Delta q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = I^2 R \Delta t$$

$$\Delta W = \frac{q^2}{2C_0} - \frac{q_1^2}{2C_1} = ?$$

$$\Delta q^2 = \frac{I^2 R \Delta t \cdot 2C}{\Delta t^2} = \frac{\Delta q^2 R \Delta t \cdot 2C}{\Delta t^2} \Rightarrow \Delta t = 2RC$$

$$\Delta q = \frac{560 \mu\text{C} \cdot 2RC}{3 \Delta t - 8C_0 R} = \frac{560 \mu\text{C} \cdot 2RC}{3 \cdot 2RC - 8C_0 R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$l = 50 \text{ см}$
 $v_{\text{min}} = ?$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

$$mg \cdot 2l = \frac{mv_{\text{min}}^2}{2}$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{4lg} = \sqrt{4 \cdot 50 \cdot 10^{-2} \cdot 10} = \sqrt{200} = 14,14 \text{ м/с}$$

Handwritten calculations for problem N1:

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 44 \\ \hline 176 \\ 176 \\ \hline 1508 \end{array}$$

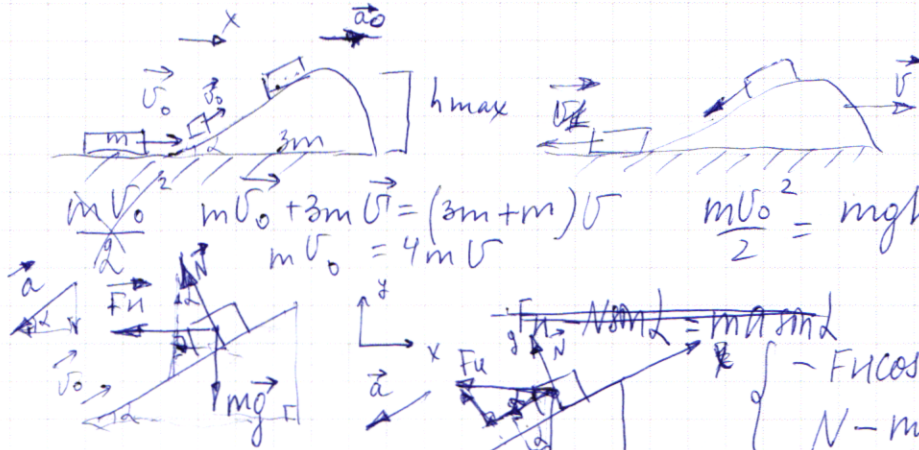
$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 22,5 \\ \hline 450 \\ 460 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22,5 \\ \times 22,5 \\ \hline 450 \\ 450 \\ \hline 506,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22,1 \\ \times 22,1 \\ \hline 442 \\ 442 \\ \hline 488,41 \end{array}$$

N2.



$$mV_0 + 3mV = (3m+m)V$$

$$mV_0 = 4mV$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgh + \frac{4mV^2}{2}$$

$$\begin{cases} 3ma_0 + mg \sin \alpha = ma \\ N + 3ma_0 = mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a_0 + g \sin \alpha = a \\ N + 3ma_0 = mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$V = \frac{mV_0}{4m} = \frac{V_0}{4}$$

$$\frac{16V_0^2}{2} = gh + \frac{4V^2}{2} = gh + \frac{4V_0^2}{2 \cdot 16} = gh + \frac{V_0^2}{8}$$

$$\frac{12V_0^2}{32} = gh \Rightarrow h = \frac{12V_0^2}{32g} = \frac{3V_0^2}{8g}$$

$$\frac{2mV^2}{2} + mgh = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{3mV_2^2}{2}$$

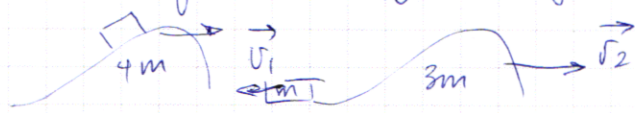
$$\frac{2 \cdot \frac{V_0^2}{16}}{2} + g \cdot \frac{3V_0^2}{8g} = \frac{V_1^2}{2} + \frac{3V_2^2}{2}$$

$$\frac{V_0^2}{8} + \frac{3V_0^2}{8} = \frac{V_1^2}{2} + \frac{3V_2^2}{2}$$

$$\frac{V_0^2}{2} = \frac{V_1^2}{2} + \frac{3V_2^2}{2}$$

$$12V_2^2 - 6V_2V_0 = 0$$

$$2V_2 - V_0 = 0 \Rightarrow V_2 = \frac{V_0}{2}$$



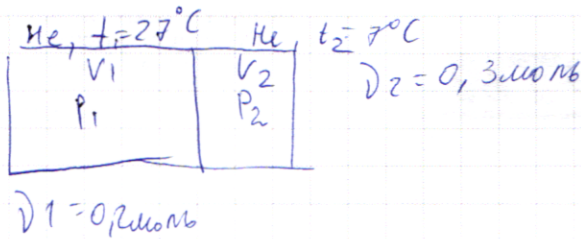
$$4mV = -mV_1 + 3mV_2$$

$$4 \cdot \frac{V_0}{4} = 3V_2 - V_1$$

$$V_1 = 3V_2 - V_0$$

$$V_2 = \frac{V_0}{2} \quad V_1 = \frac{3V_0}{2} - V_0 = \frac{V_0}{2}$$

N3.
 $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
 $T = ?$
 $P = ?$



$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{PV}{T}$$

$$\frac{P_1 V_1}{d_1 R} = \frac{P_2 V_2}{d_2 R} = \frac{PV}{T}$$

$$d = \frac{m}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V} = \frac{N_1 + N_2}{NA}$$

$$P_1 V_1 = d_1 R T_1 \quad d_1 = \frac{m_1}{V} = \frac{N_1}{NA}$$

$$P_2 V_2 = d_2 R T_2 \quad d_2 = \frac{m_2}{V} = \frac{N_2}{NA}$$

$$PV = dRT$$

$$P_1 = d_1 R T_1, \quad V_1 = \frac{m_1}{d_1} = \frac{N_1}{d_1} \cdot \frac{1}{NA} \cdot RT_1$$

$$P_2 = d_2 R T_2, \quad V_2 = \frac{m_2}{d_2} = \frac{N_2}{d_2} \cdot \frac{1}{NA} \cdot RT_2$$

$$\frac{m_1}{N_1} = \frac{m_2}{N_2} = \frac{m_1 + m_2}{N_1 + N_2}$$

$$N_1 = \frac{d_1 R T_1}{k} = \frac{d_1 R}{k} = d_1 NA \quad N_2 = d_2 NA \quad \frac{m_1}{d_1 NA} = \frac{m_2}{d_2 NA}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{d_1}{d_2} \quad \mu = \frac{m_1}{d_1} \quad d = \frac{m_1 + m_2}{V} = \left(\frac{m_1 + \frac{m_1 d_2}{d_1}}{d_1} \right) d_1 = d_1 + d_2$$

$$m_2 = \frac{m_1 d_2}{d_1} \quad P = \frac{N}{V} kT$$

$$PV = dRT$$

$$PV = (d_1 + d_2) RT = d_1 RT + d_2 RT$$

$$PV = \frac{P_1 V_1}{T_1} \cdot T + \frac{P_2 V_2}{T_2} \cdot T$$

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

1) $d = d_1 + d_2$

2) $PV = (d_1 + d_2) RT$

3) $\frac{P}{T} = \frac{Nk}{V} = \frac{dR}{V} = \frac{0,5 \cdot 8,31}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 500$

$$P = \frac{2}{3} n \overline{Ek} = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \overline{m} \overline{v} = \frac{2}{3} \rho \overline{v}$$

$$Ek = \frac{3}{2} kT$$

$$E_1 + E_2 = E$$

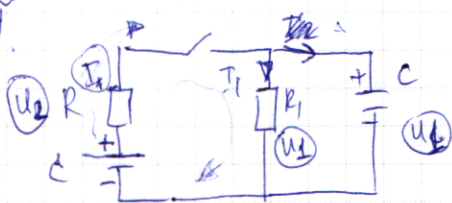
$$\frac{3}{2} kT_1 + \frac{3}{2} kT_2 = \frac{3}{2} kT \quad T_1 + T_2 = T$$

$$27 + 273 + 7 + 273 = x + 273$$

$$x = 34 + 273 = 307^\circ\text{C}$$

$$P = 500T = 500(307 + 273) = 500 \cdot 580 = 290000 = 290 \text{ kPa}$$

N4.



$$R_1 = 3R, R, C, \epsilon, \quad \frac{q C \epsilon^2}{32} = Q$$

1) $I = ?$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{U_2}{R}$$

$$I = \frac{U_1}{R_1}$$

$$U_2 + U_1 = \epsilon \quad I = \frac{\epsilon}{R + R_1} = \frac{\epsilon}{4R}$$

2) $U_1 + U_2 = \epsilon$

$$U_1 = \epsilon - U_2 = \epsilon - I \cdot R = \epsilon - \frac{\epsilon}{4} = \frac{3\epsilon}{4}$$

$$I = \frac{q}{t} = \frac{C \frac{3\epsilon}{4}}{t} = \frac{3C\epsilon}{4t} \Rightarrow t = \frac{4I}{3C\epsilon} = \frac{3C\epsilon}{4I}$$

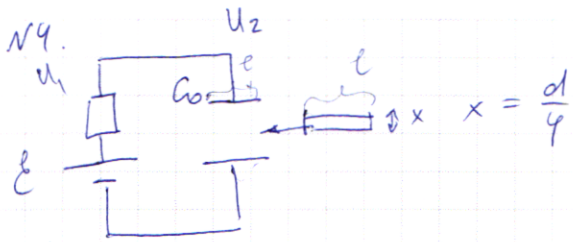
3) $Q = ?$

$$I = \frac{3\epsilon}{4 \cdot 3R} = \frac{\epsilon}{4R}$$

$$W_k = Q$$

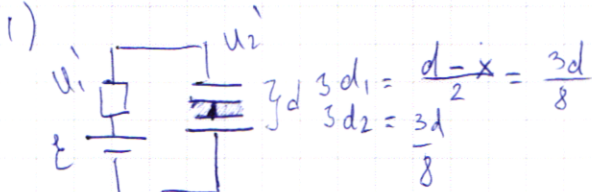
$$\frac{C \cdot \left(\frac{3\epsilon}{4}\right)^2}{2} = I^2 R t = I^2 R \cdot \frac{3C\epsilon}{4I} = \frac{3I R C \epsilon}{4} = \frac{3\epsilon^2 C}{16R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$C_{02} = ?$
 $q = ?$

$C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \Rightarrow \epsilon \epsilon_0 S = C_0 d$



$C_1 = \frac{8 \epsilon \epsilon_0 S}{3d} = \frac{8}{3d} \cdot C_0 d = \frac{8 C_0}{3}$

$C_2 = \frac{8 C_0}{3}$

$C_{0C1C2} \Rightarrow C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{8 C_0 \cdot 8 C_0 \cdot 3}{9 + 16 C_0} = \frac{4 C_0}{3}$

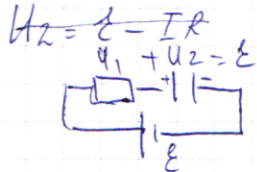
$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{q}{t}$

$C_0 \rightarrow C_{12} (\frac{4 C_0}{3})$

$\Delta q = |q_2 - q_2'| = |C_0 U_2 - C_{12} U_2'| = |C_0 U_2 - \frac{4 C_0}{3} U_2'| = \frac{C_0 U_2}{3}$

$U_1 + U_2 = \epsilon$

$U_2' + U_2 = \epsilon$



$U_2 = \frac{3q}{4 C_0}$

$\Delta q = \frac{C_0}{3} \cdot \frac{3q}{4 C_0} = \frac{q}{4}$

$C_0 = \frac{q}{U_2}$

$U_1 + U_2 = \epsilon$
 $U_1' + U_2' = \epsilon$

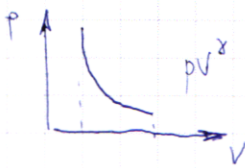
$I_1 = \frac{q_1}{t} \quad I_2 = \frac{q_2}{t}$

$U_2 = \frac{q_2}{C_0}$

$U_2' = \frac{3q_2'}{4 C_0}$

$I = q'(t)$

$\Delta q = (q_2 - q_2') = C_0 U_2 - \frac{4}{3} C_0 U_2'$



$\Delta U = P V^{\frac{5}{2}} \quad \gamma = \frac{5}{2} R$
 $\Delta U = P V^{\frac{5}{2}} = \frac{3}{2} k T$

$\gamma = c_p + c_v = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} R = \frac{5}{2} R$
 $c_v = c_p + R = \frac{3}{2} R + R = \frac{5}{2} R$

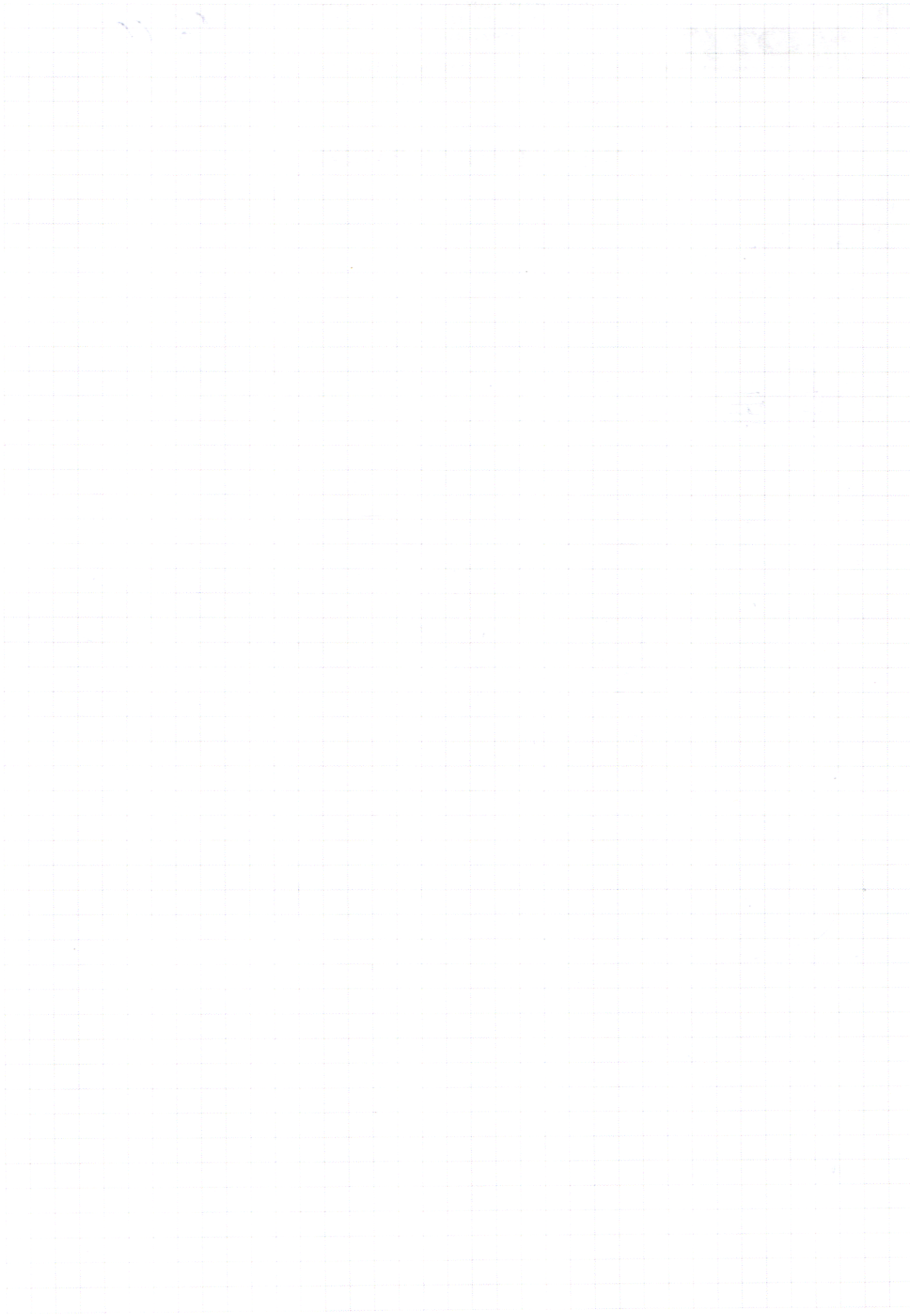
$P a \cdot m^3 = \text{мом} \cdot R \cdot k$

$\frac{U_1' - U_1}{R} = I = \frac{q}{t}$

$\frac{P}{T} = \frac{3}{2} \frac{k}{V^{\frac{5}{2}} R}$

$I = q'(t) \quad C = \frac{q}{U}$

$\Delta W = Q = \frac{q_1^2}{2 C_0} - \frac{q_2^2}{2 C_2} = \frac{q_1^2}{2 C_0} - \frac{3 q_2^2}{2 \cdot 4 C_0} = \frac{4 q_1^2 - 3 q_2^2}{8 C_0} \dots$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

06-003

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)