

# Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

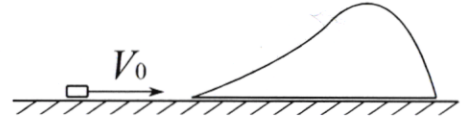
Шифр 9-24

(заполняется секретарём)

## Вариант 11-04

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 18 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарика, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять  $g=10 \text{ м/с}^2$ .

2. Небольшая монета массой  $m$  скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью  $v_0$  к неподвижной незакрепленной горке массой  $4m$  (см. рис.). Монета въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

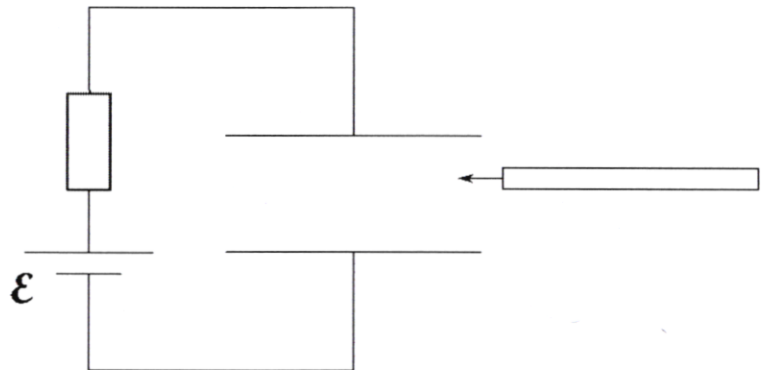


- 1) На какую максимальную высоту поднимается монета?
- 2) С какой скоростью монета съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом  $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре  $127^\circ \text{C}$  в количестве  $\nu_1 = 0,1$  моль. Во второй части находится гелий при температуре  $7^\circ \text{C}$  в количестве  $\nu_2 = 0,4$  моль. Перегородка прорывается.

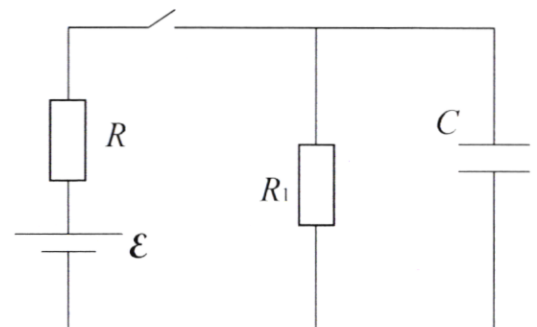
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью  $C_0$  подсоединен через резистор к источнику с ЭДС  $\mathcal{E}$  (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 3 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в  $R$ ,  $R_1=4R$ . Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать  $C$ ,  $\mathcal{E}$ ,  $R$ .

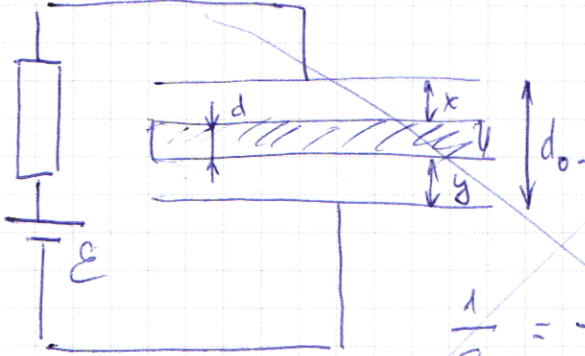


- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



$3d = d_0, \epsilon, C_0.$

$x + y = d_0 - d$

$C_{\text{пл}}$  - емкость пластин.

$C$  - общая емкость

$d_0$  - расстояние между плас

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_x} + \frac{1}{C_y} + \frac{1}{C_d}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{x} + \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{y} + \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} = \frac{x+y+d}{\epsilon \epsilon_0 S} = \frac{d_0 - d + d}{\epsilon \epsilon_0 S}$$

~~$mgh + \frac{1}{2}mv^2$~~

$C = \frac{3}{2} C_0$

$$\frac{q^2}{2C} = \frac{C^2 u^2}{2Q}$$

~~$\frac{C u^2}{2} = Q + \frac{C \epsilon^2}{2}$~~

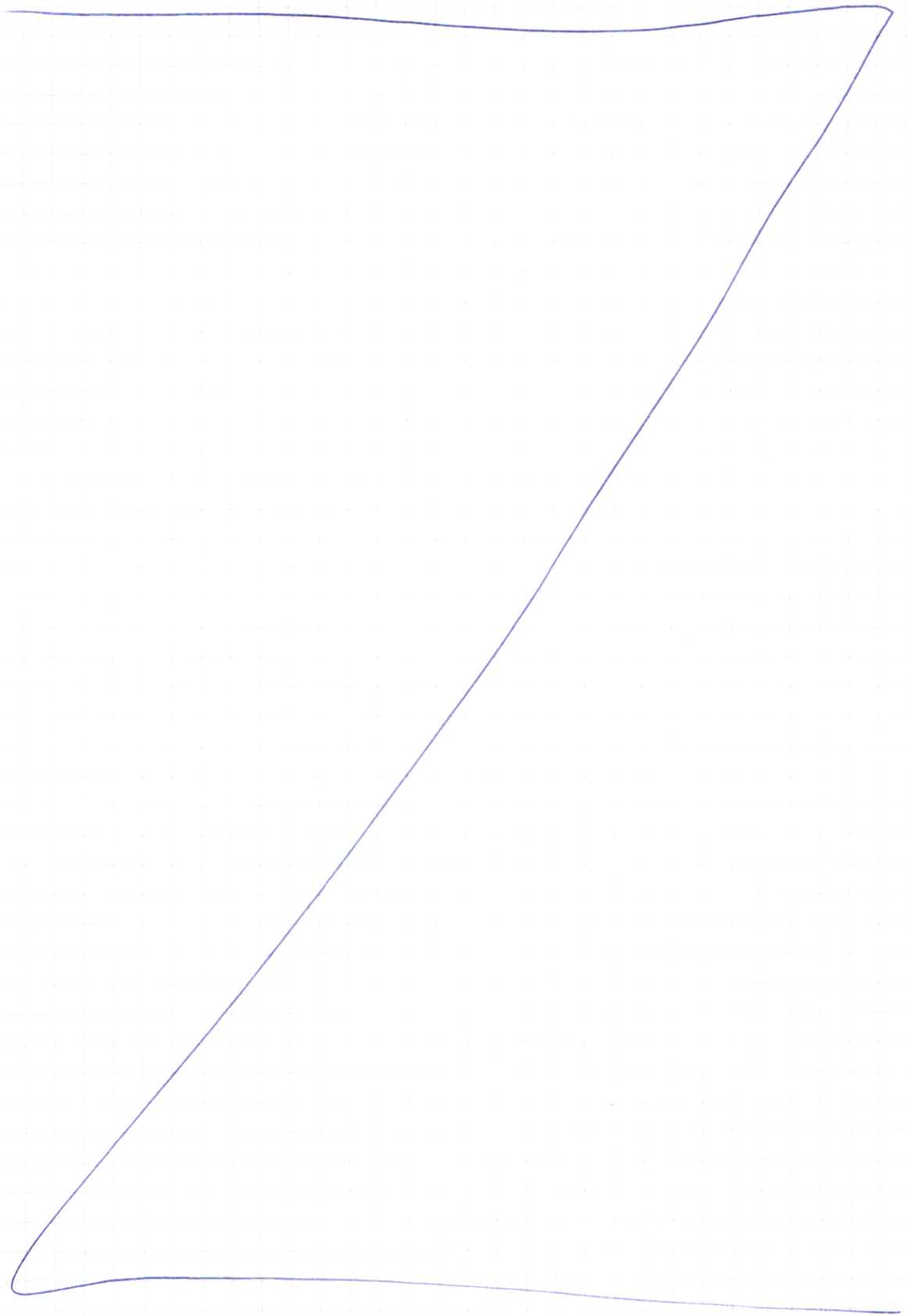
~~$Q = \frac{C}{2} (u^2 - \epsilon^2) = \frac{C}{2} \epsilon^2$~~

$$\frac{C \epsilon^2}{2} = Q, \quad \frac{C u^2}{2}$$

$$Q = \frac{C}{2} (\epsilon^2 - u^2)$$

$$= \frac{C}{2} \left( \epsilon^2 - \frac{16}{25} \epsilon^2 \right)$$

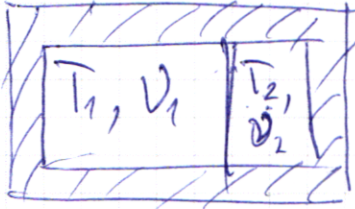
$$= \frac{C \epsilon^2}{2} \cdot \frac{9}{25} = 0,18 C \epsilon^2$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$T_1 = 400\text{K} \quad V_1 = 0,1 \text{ моль}$$

$$T_2 = 280\text{K} \quad V_2 = 0,4 \text{ моль}$$

$$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$pV = (\nu_1 + \nu_2) RT$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$$

~~$$U = \frac{i}{2} \nu R T$$~~

$$U = \frac{i}{2} \nu R T$$

$$i = 3$$

$$V_2 = 4V_1$$

$$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$p_1 V_1 = 0,1 \cdot 400 R = 40R$$

$$p_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V_1} \quad p_2 = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2}$$

$$p_2 V_2 = 28 \cdot 4 R = 112R$$

$$504 - 273 = 231$$

$$\approx 231^\circ\text{C}$$

$$\frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{3}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{3}{2} \nu R T$$

$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = \nu T$$

$$\nu = (\nu_1 + \nu_2)$$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{0,1 \cdot 400 + 28 \cdot 280}{0,5} = 304\text{K}$$

$$p = \frac{\nu R T}{V}$$

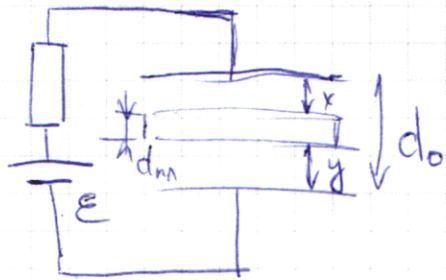
$$= \frac{40 + 112}{0,5} = \frac{152}{0,5} = 304\text{K}$$

$$= \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 304 \cdot 10^3}{0,5} = 152 \cdot 10^3$$

$$304\text{K} = 27^\circ\text{C}$$

$$= 152 \text{ (кПа)}$$

4.



$C_0, \epsilon_0$   
 $d_0 = 3d_m$

$C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0}$      $C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0 - d_m}$

$\frac{C_0}{C_2} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0} \cdot \frac{d_0 - d_m}{\epsilon \epsilon_0 S} = \frac{2d_m}{3d_m} = \frac{2}{3}$

$C_2 = \frac{3}{2} C_0$

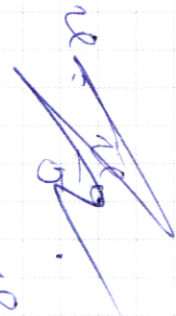
$mgh + m \frac{v^2}{2}$

$C_{\text{total}} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{x} + \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_m} + \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{y}$   
 $= \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{x} + \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{\frac{1}{3}d_0} + \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{\frac{2}{3}d_0 x}$

$x + y = \frac{2}{3} d_0$

$d_m = \frac{1}{3} d_0$

$y = \frac{2}{3} d_0 - d_m$



$d_0 = 3d_m$

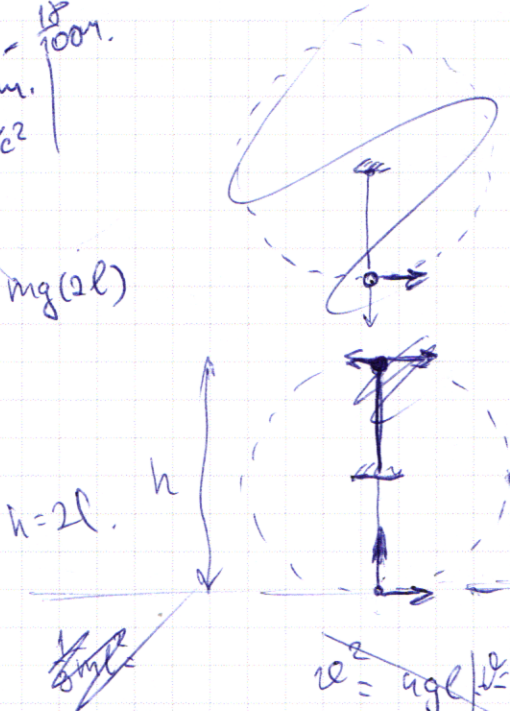
$v = \frac{2d_0}{5}$

$\frac{1}{2} m v^2 = mgh + \frac{1}{2} m v^2$   
 $5 m d_0 = mgh + \frac{1}{2} m v^2$   
 $10 d_0 = 2gh + v^2$   
 $v^2 = 10 d_0 - 2gh$   
 $v = \sqrt{10 d_0 - 2gh}$   
 $h = \frac{10 d_0 - v^2}{2g}$   
 $h = \frac{10 \cdot 10^{-2} - (\frac{2 \cdot 10^{-2}}{5})^2}{2 \cdot 10}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.  $l = 18 \text{ м}$   
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

$$\frac{mv^2}{2} = mg(2l)$$



~~$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{l \cdot 2\pi}$~~   $S = 2\pi l$

$$\frac{mv^2}{2} = mg \cdot 2l$$

$$v = \sqrt{4gl} =$$

$$= \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 18} = 2 \cdot 3 \sqrt{5} = 12\sqrt{5}$$

$$\frac{mv^2}{2} = mg \cdot 2l$$

$$v^2 = 4gl$$

$$v = 2\sqrt{gl} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{10 \cdot 18} =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{5 \cdot 2 \cdot 9} =$$

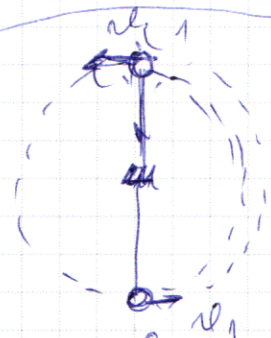
$$= 2 \cdot 3 \sqrt{5} = 12\sqrt{5}$$



$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh$$

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$



$$v_{\text{адс}} = \sqrt{5gl} =$$

$$= \sqrt{5 \cdot 10 \cdot \frac{18}{2}} =$$

$$= 3 \text{ м/с}$$

$$v_{\text{адс}} = \sqrt{gl} + \sqrt{gl} =$$

$$= \sqrt{gl} =$$

$$= \sqrt{5 \cdot 10 \cdot \frac{18}{2}} =$$

$$= 3 \text{ м/с}$$

$$\frac{mv_1^2}{2} = mg(2l)$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = mg$$

$$v_2^2 = gl$$

$$v_1^2 = 4gl$$

$$v_1 + v_2 = v_{\text{адс}}$$

2.



2. Так как потеря энергии нет, то вся потенциальная энергия уйдет в кинетическую

1)  $\frac{mv_0^2}{2} = mgh$

~~$v_0 = \sqrt{2gh}$~~

$v_0^2 = 2gh$

$h = \frac{v_0^2}{2g}$

~~$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{Mv_2^2}{2}$~~

$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{(m+M)v_2^2}{2}$

$mv_0 = (m+M)v_2$

$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv_0^2}{2 \cdot 4}$   $v_2 = v_0 \cdot \frac{m}{m+M} = v_0 \cdot \frac{m}{4m} = \frac{v_0}{4}$

$4mv_0^2 = mgh + mv_0^2$

3  $3mv_0^2 = mgh$

$h = \frac{3v_0^2}{g}$

$mgh + \frac{Mv_2^2}{2} = \frac{m^2 v_0^2}{2 \cdot 4}$

Связывает с  $v_0$

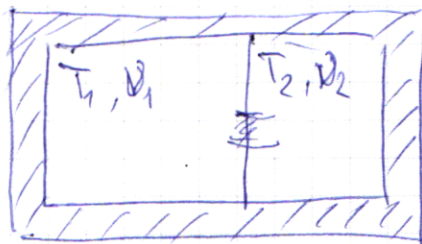
$m \cdot 16v_2^2 = 2mgh + 4mv_2^2$

$16 \cdot 4v_2^2 - 4 \cdot 4v_2^2 = 2mgh$

$12v_2^2 = 2gh$   
 $v_2^2 = \frac{gh}{6}$

3.

$V = 8,51 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$



1.  $t_1 = 14^\circ\text{C}$   $T_1 = 124 + 273 = 397\text{K}$   
 $t_2 = 7^\circ\text{C}$   $T_2 = 7 + 273 = 280\text{K}$   
 $V_1 = 0,1 \text{ моль}$   
 $V_2 = 0,4 \text{ моль}$

$p = \frac{(V_1 + V_2)RT}{V}$

$p_1 = \frac{V_1 RT_1}{V_1}$   
 $\frac{p_1 V_1}{T_1} =$

$p_2 = \frac{V_2 RT_2}{V_2}$

$V_1 + V_2 = 8,51 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

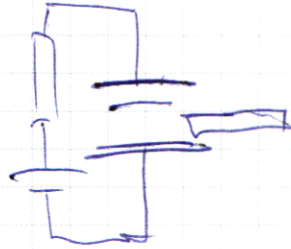




ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.  $C_0$   
 $\epsilon$   
 $d_{nn} = \frac{1}{3} d_0$

$q = C U$



$C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0}$       ~~$C_2$~~

$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0 - d_{nn}}$

$d_n = d_0 - d_{nn}$

$C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0}$

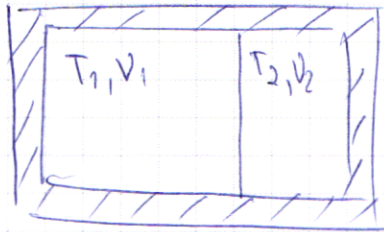
$d_2 = d_0 - d_{nn}$

$C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_2}$

$\frac{C_0}{C_2} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0} \cdot \frac{d_2}{\epsilon \epsilon_0 S} = d_0 \cdot \frac{2}{3} \frac{d_0}{d_0} = \frac{2}{3}$

$C_2 = \frac{3}{2} C_0$

3.



$p = \frac{\nu R T}{V_0}$

$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1$   
 $p_1 V_1 = \nu_2 R T_2$

$\frac{V_1 T_1}{V_2 T_2} = 1$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_2}{T_1}$

4.  $C =$   ~~$C_0$~~

$q = C U$

$q' = C' U = \{u = \epsilon\} =$

$\epsilon - U_k = IR$

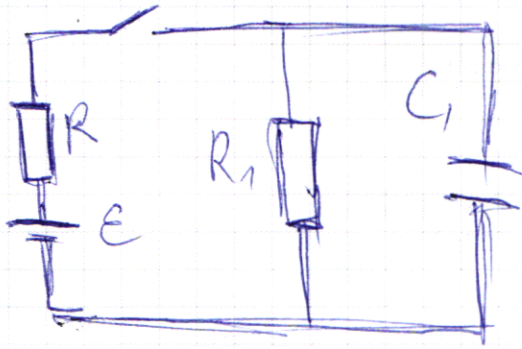
$\epsilon = 5 IR$

$U_k = 4 IR$

$\frac{U_k}{\epsilon} =$

$\epsilon = 5 IR$

$\frac{U_k}{\epsilon} = \frac{4}{5}$



~~С, E, R~~

$$E = IR + IR_1 = 1.5 IR$$

$C_1$   
 $E$   
 $R$   
 $R_1 = 4R$   
 $I$   
 $V$   
 $Q$

1)  $V = E$   
 $I =$

$$\frac{C_1 U_1^2}{2} = Q + \frac{C_2 U_2^2}{2}$$

$$v = \frac{20}{5}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = mgh + \frac{4mv^2}{2}$$

$$m v_0 = 5mv$$

$$v_0 = 5v$$

$$\frac{25v_0^2}{2} = gh + \frac{4v^2}{2}$$

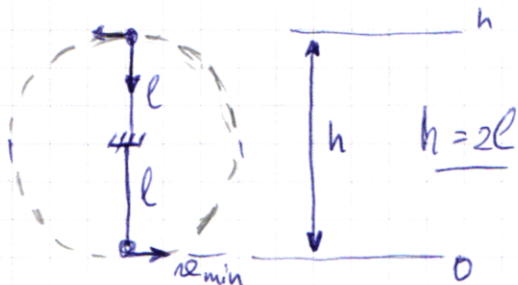
$$\frac{25v_0^2}{2} = gh$$

$$h = \frac{25v_0^2}{2g} = \frac{25 \cdot 20^2}{2 \cdot 29}$$

$$C_x = C_d = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.  $l = 18 \text{ см} = 0.18 \text{ м}$   
 $g = 10 \text{ м/с}^2$   
 $v_{\text{min}} = ?$



Так как легкая веревка, не стирсень, (при до недостаточной высоте  $h$ , чтобы траектория была окружностью)

Найдем сначала скорость, для достижения высоты  $h$ , а потом найдем скорость, для того, чтобы шарик, "летит" по дуге.

Скорость для высоты  $h$  будем обозначать  $v_1$ , а горизонтальную скорость  $v_2$ . Предполагаем, что трения в точке закрепления нет.

Из закона сохранения энергии получаем 2 уравнения. (систему)

$$\begin{cases} \frac{mv_1^2}{2} = mg(2l) \\ \frac{mv_2^2}{l} = mg \end{cases}$$

Тангенс.

$v_{\text{min}} = v_{\text{адс}} = v_1 + v_2$  - скорость, которую надо найти.

$$v_1^2 = 4gl$$

$$v_1 = \sqrt{4gl}$$

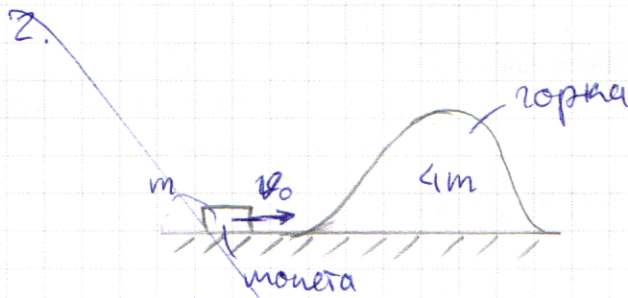
$$v_{\text{адс}} = \sqrt{5gl}$$

$$v_2^2 = gl$$

$$v_2 = \sqrt{gl}$$

$$v_{\text{адс}} = \sqrt{5 \cdot \frac{10 \text{ м} \cdot 18 \text{ м}}{\text{с}^2 \cdot 2}} = 3 \text{ м/с}$$

Ответ: 3 м/с.



По условию задано, в нулевой момент горка не движется, однако, так как  $m \neq 4m$  (масса монеты) (масса горки),

после наезда монеты, горка будет тоже двигаться.

Для данной системы запишем законы сохранения энергии и импульса:

$$\begin{cases} \frac{m v_0^2}{2} = mgh + \frac{(m+4m) v^2}{2} \\ m v_0 = (m+4m) v \end{cases} = \left\{ \begin{array}{l} v - \text{ скорость горки,} \\ \text{после наезда монеты} \end{array} \right.$$

Проверим систему на адекватность. Пусть монета пройдет саюзь горку, тогда уравнение импульсов примет такой вид  $m v_0 = m v$ , отсюда  $v_0 = v$ , что является правдой или нет.

$$m v_0 = 5m v \Rightarrow v = \frac{v_0}{5} \quad \cdot v_0 = 5v$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = 2mgh + \frac{5m v^2}{2} \quad \cdot 25 v_0^2 = 2gh + 5v^2$$

$$20 v^2 = 2gh$$

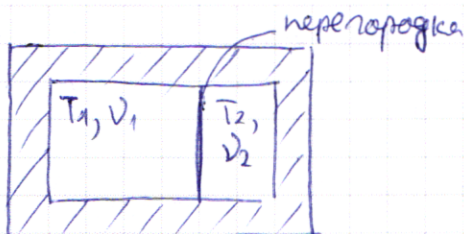
$$10 v^2 = gh$$

$$h = \frac{10 v^2}{g} = \frac{10^2 v_0^2}{5 \cdot 25 g} = 0,4 \frac{v_0^2}{g}$$

Так как затрат энергии на трение и на переход с поверхности стола на горку нет, то вся энергия уходит на подъем. Это условие действует и в обратном порядке, а значит, так как потеря энергии нет, то монета соскальзнет с той же скоростью.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3)  $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$   
 $t_1 = 0,7^\circ\text{C}$   
 $\nu_1 = 0,1 \text{ моль}$   
 $t_2 = 7^\circ\text{C}$   
 $\nu_2 = 0,4 \text{ моль}$   
 $t = ?$   
 $p = ?$



$$T_1 = 400 \text{ K}$$

$$T_2 = 280 \text{ K}$$

Найдем внутреннюю энергию газа после того, как перегородка порвана.

$$\frac{i}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{i}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{i}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T$$

$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T$$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{0,1 \text{ моль} \cdot 400 \text{ K} + 0,4 \text{ моль} \cdot 280 \text{ K}}{0,5 \text{ моль}} =$$

$$= \frac{40 \text{ K} + 112 \text{ K}}{0,5} = 152 \text{ K} \cdot 2 = 304 \text{ K}$$

Запишем уравнение состояния идеального газа для нашей системы:

$$p V = (\nu_1 + \nu_2) R T$$

$$p = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T}{V} = \frac{0,5 \text{ моль} \cdot 8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{K} \cdot 304 \text{ K} \cdot 10^3}{8,31 \text{ м}^3} =$$

$$= 152 \cdot 10^3 \text{ Па} = 152 \text{ (кПа)}$$

Ответ:  $31^\circ\text{C}$ ;  $152 \text{ кПа}$ .

(2)



Так как трение между поверхностями горки-стол, монета-горка нету, то

всая энергия будет переходить на движение, без потерей на силу трения.

Поэтому можем записать систему уравнений сохранения энергии и импульса:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{m v_0^2}{2} = m g h_{\max} + \frac{5m v^2}{2} = \left\{ \frac{m v^2}{2} = 0, \text{ так как монета останавливается.} \right. \\ m v_0 = (m + 4m) v \end{array} \right.$$

$$v_0 = 5v$$

$$\frac{25v^2}{2} = 2gh_{\max} + \frac{5v^2}{2}$$

$$20v^2 = 2gh_{\max}$$

$$\frac{20}{2} \frac{v^2}{g} = h_{\max}$$

$$h_{\max} = \frac{20}{2} \cdot \frac{v_0^2}{25 \cdot g} = \frac{20}{50} \frac{v_0^2}{g} = \frac{2}{5} \frac{v_0^2}{g}$$

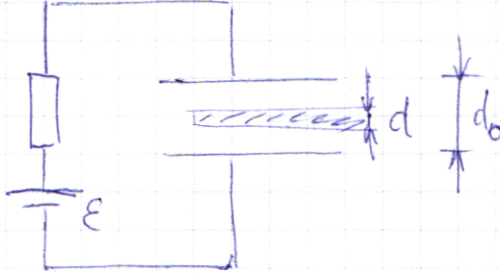
$$h = 0,4 \frac{v_0^2}{g}$$

Монета будет скатываться обратно со скоростью  $v_0$ , так как потеря энергии нет.  $v_{\text{начальная}} = v_{\text{конечная}}$ . И уравнение сохранения энергии будет эквивалентно тому, что написано выше.

Ответ:  $h = 0,4 \frac{v_0^2}{g}$ ;  $v_0$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4



$$\varepsilon, C_0 \quad 3d = d_0 \quad ; \quad d = \frac{d_0}{3}$$

$$1) \quad C_0 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_0}$$

случай:  $C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_0 - d}$

$$\frac{C_0}{C} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d_0} \cdot \frac{d_0 - d}{\varepsilon \varepsilon_0 S} = \frac{\frac{2}{3} d_0}{d_0} = \frac{2}{3}$$

$$C_0 = \frac{3}{2} C_0$$

2) После того, как пластина начала вводиться в конденсатор

$$q = C U_c$$

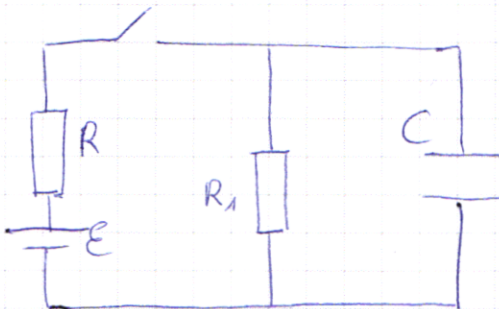
$$q = \frac{3}{2} C_0 \cdot \varepsilon$$

$$U_c = \varepsilon$$

- на конденса-  
торе

Ответ:  $C = \frac{3}{2} C_0$ ;  $q = \frac{3}{2} C_0 \varepsilon$ .

5



$$R_1 = 4R$$

$U_c$  - напряжение на  
конденсаторе

$$1) \quad \varepsilon - U_c = IR$$

$$\varepsilon = IR + 4IR = 5IR$$

$$I = \frac{\varepsilon}{5R}$$

2)

$$\varepsilon = 5IR$$

$$U_c = 4IR$$

$$\frac{U_c}{\varepsilon} = \frac{4}{5}$$

$$U_c = \frac{4}{5} \varepsilon$$

3) Пусть нагреватель  $R_1$ .  $Q$  - выделяемая тепло

$$\frac{CE^2}{2} = Q + \frac{CU_0^2}{2}$$

$$Q = \frac{C}{2} (E^2 - U_0^2) = \frac{C}{2} (E^2 - \frac{16}{25} E^2) = \frac{CE^2}{2} \cdot \frac{9}{25}$$

$$= \frac{CE^2}{100} \cdot 18 = 0,18 CE^2$$

Ответ: 1)  $\frac{E}{5R}$  ; 2)  $\frac{4}{5} E$  ; 3)  $0,18 CE^2$  .

