

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

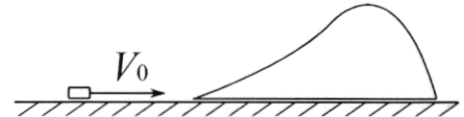
Шифр 7-008

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарик, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

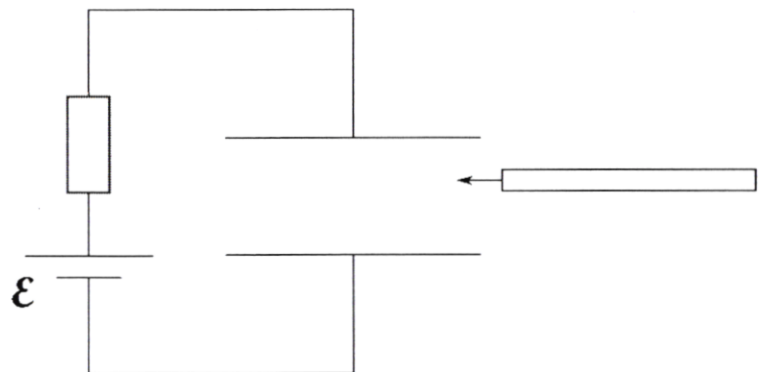


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27°C в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

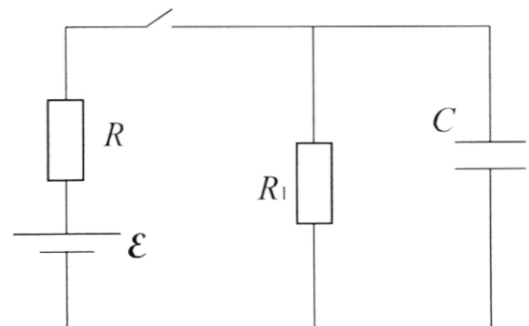
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС \mathcal{E} (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , \mathcal{E} , R .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

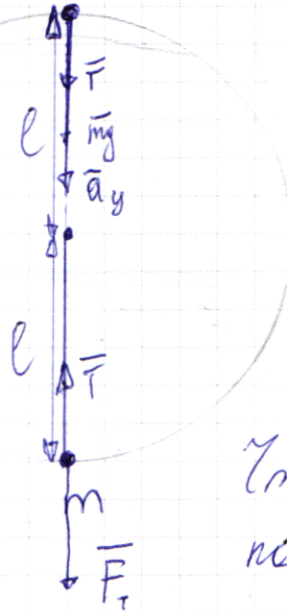
Задача № 1

Решение:

Пусть l - длина
нити (50 см)

m - масса шарика.

v_0 - минимальная
начальная скорость.



Запишем 2 закон Ньютона
для положения
равновесия:

$$T = mg. \quad (1)$$

Чтобы шарик сделал
полный оборот по окр.,
нужно, чтоб в верхней

точке траектории движения шарика у него была скорость.
Иначе он придет куту до верхней точки, и вертикально
упадет. запишем З.С.Э.

$$\frac{mv^2}{2} = 2mgl + \frac{mv_0^2}{2}. \quad (2)$$

Запишем 2 закон Ньютона для верхней точки, в этой
точке у шарика будет центростремительное ускорение,
равное $a_y = \frac{v^2}{R}$, так же, т.к. шарик все время
движется по одной окружности, сила натяжения
нити T не меняется.

$$ma_y = mg + T$$

$$\frac{mv^2}{R} = 2mg$$

(из первого уравнения)

а R соответственно равно l

(3)

$$v^2 = 2gl$$

Подставим (3) уравнение в (2).

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgl + \frac{m \cdot 2gl}{2}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = 3mgl$$

$$v_0 = \sqrt{6gl} = \sqrt{30} \approx \sqrt{25} \approx 5 \frac{м}{с}$$

Ответ: минимальная горизонтальная скорость, которую требуется приложить равна $\sqrt{6gl} \approx 5 \frac{м}{с}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2 Решение

1) Когда шайба касается вершины горы.
Высоту, ее скорость относительно вершины
равно нулю, следовательно они будут двигаться
вместе поступательно. Так трения нет,
запишем З.С.И.

$$(1) \quad m v_0 = 4 m v.$$

Запишем З.С.Э.

$$(2) \quad \frac{m v_0^2}{2} = \frac{4 m v^2}{2} + m g H, \text{ где } H - \text{исковая}$$

из первого ур-ия $v = \frac{v_0}{4}$, тогда высота.

$$m v_0^2 = 4 m \cdot \frac{v_0^2}{16} + 2 m g H$$

$$v_0^2 - \frac{v_0^2}{4} = 2 g H$$

$$H = \frac{3 v_0^2}{8 g}$$

2) Так как трения нет, когда шайба будет
спускаться, она будет толкать вершину вправо,
скорость вершины будет увеличиваться.

Пусть относительно земли вершина будет ехать

вправо со скоростью V_1 , а майба будет ехать
вправо со скоростью V_2 , тогда запишем

З.С.У.

$$4mV = 3mV_1 + mV_2 \quad (3)$$

из (1) получаем

$$mV_0 = 3mV_1 + mV_2$$
$$V_2 = V_0 - 3V_1 \quad (4)$$

З.С.Э.

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{3mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}$$

подставим (4)

$$V_0^2 = 3V_1^2 + (V_0 - 3V_1)^2$$

$$V_0^2 = 3V_1^2 + V_0^2 - 6V_0V_1 + 9V_1^2$$

$$6V_0 = 12V_1$$

$$V_1 = \frac{V_0}{2}, \text{ а скорость майбы}$$

$$V_2 = V_0 - \frac{3V_0}{2} = -\frac{V_0}{2}$$

Это значит, что майба будет двигаться
влево, а не вправо относительно земли, и ее
скорость будет равна $\frac{V_0}{2}$.

$$\text{Ответ: Макс. высота} = \frac{3V_0^2}{8g} \text{ м}$$

$$\text{скорость майбы} = \frac{V_0}{2} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

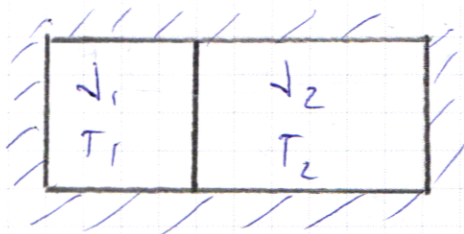
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3

Решение:

$$1) T_1 = 27^\circ\text{C} = 300\text{K}$$

$$T_2 = 7^\circ\text{C} = 280\text{K}$$



1) Рассмотрим это происшествие со смесью газов (не будем рассматривать их структуру)

Объем не изменился, осталась равна V потому не увеличилась и не уменьшилась, т.к.

сосуд теплоизолирован, следовательно изменение внутренней энергии равно нулю.

Кинетическая энергия $U_2 = \frac{3}{2} (v_1 + v_2) RT$ (1)
(где T - конечная температура)
(когда устраним перегородку)

начальная энергия $U_1 = \frac{3}{2} v_1 R T_1 + \frac{3}{2} v_2 R T_2$

$$U_1 = \frac{3}{2} R (v_1 T_1 + v_2 T_2)$$

т.к. $\Delta U = 0$, то

$$\frac{3}{2} (v_1 + v_2) RT = \frac{3}{2} R (v_1 T_1 + v_2 T_2)$$

$$T = \frac{v_1 T_1 + v_2 T_2}{v_1 + v_2} = 288\text{K} = 15^\circ\text{C}$$

2) Запишем уравнение состояния идеального газа

(Примем это темп идеальный газовый закон)

$$P V = (\nu_1 + \nu_2) R T \quad (\text{по условию})$$

$$P = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R (\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2)}{(\nu_1 + \nu_2) \cdot V}$$

$$P = \frac{(\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2) R}{V} = 144 \cdot 10^3 \text{ Па.}$$

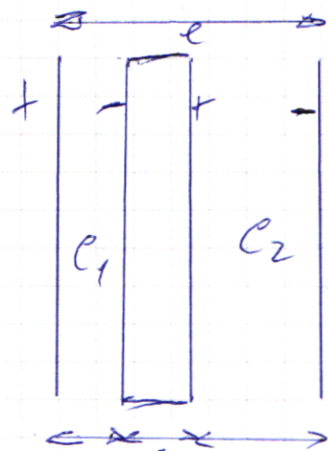
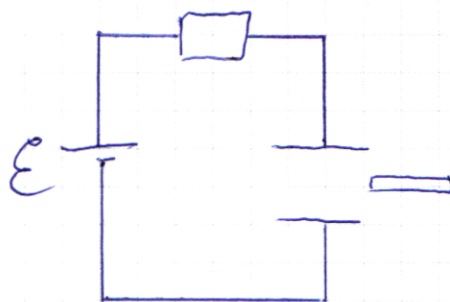
Ответ: 1) установится температура:
15 °C.

2) конечное давление равно:
144 · 10³ Па.

Задача № 4

Решение

1)



Рассмотрим конденсатор поближе.

П.к. внею внесли проводящую пластину, поле в этой пластине нет, а все заряды расположились на поверхности. Теперь мы имеем два последовательно соединенных конденсатора. Пусть их емкости будут ϵ_1 и ϵ_2 .

Найдем эти емкости:

П.к. форма поверхности пластин совпадает с формой поверхности обкладок, S об. поверх равны.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть расстояние между обкладками конденсатора C_1 равно x , тогда $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{x}$ (1)

III. к. толщина пластины равна $\frac{l}{4}$, то расстояние между обкладками второго конденсатора равно

$$\frac{3}{4}l - x ; C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{3}{4}l - x} \quad (2)$$

Конденсаторы C_1 и C_2 соединены последовательно, т.к. заряды пластин чередуются: $+$ $-$ $+$ $-$

Общая ёмкость равна $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$
(подставим (1), (2))

$$C = \frac{\epsilon_0 S^2 \cdot x \left(\frac{3}{4}l - x\right)}{x \left(\frac{3}{4}l - x\right) \left(\epsilon_0 S \left(\frac{3}{4}l - x + x\right)\right)} \quad (\text{преобразуем сразу})$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{3}{4}l} = \frac{4}{3} \frac{\epsilon_0 S}{l}$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{l}, \text{ тогда } C = \frac{4}{3} C_0.$$

2) Запишем 2 правила Кирхгофа для начального и конечного случая, в обоих случаях режим установился.

$$E = U_0 ; E = U$$

(т.к. когда резистор установлен с ток через резистор, да и в цепи, то мерем)

Открыто $V_0 = U = \mathcal{E}$

т.к. $V_0 = \frac{q_0}{C_0}$, а $U = \frac{q}{C}$, то

$$\frac{q_0}{C_0} = \frac{q}{C} \quad ; \quad q_0 C = C_0 q$$
$$q = \frac{C q_0}{C_0}$$

Δq - заряд который пройдет через резистор пока когда введем пластину равен $q - q_0$

$$\Delta q = \frac{C q_0}{C_0} - q_0 = q_0 \left(\frac{C}{C_0} - 1 \right)$$

т.к. $q_0 = C_0 V_0 = C_0 \mathcal{E}$, получаем

$$\Delta q = q_0 \left(\frac{C}{C_0} - 1 \right) = C_0 \mathcal{E} \left(\frac{\frac{4}{3} C_0}{3 C_0} - 1 \right) = \frac{C_0 \mathcal{E}}{3}$$

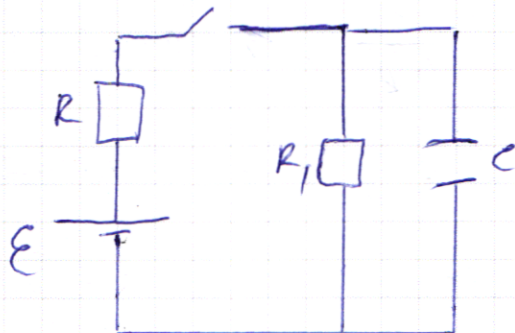
Ответ: 1) Емкость конденсатора с пластиной равно $C = \frac{4}{3} C_0$ Параллельно

2) Заряд, который пройдет через резистор равен $\frac{C_0 \mathcal{E}}{3}$ Кл

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5

Решение



1) Сразу после замыкания ключа ток пойдет сразу на конденсатор, а его напряжение

пока еще будет равно нулю.

Запишем 2 правило Кирхгофа для самого большого контура:

$$\varepsilon = I_0 R, \text{ откуда}$$

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

2) При замкнутом ключе, когда режим установился, ток через конденсатор течь не будет, а его напряжение будет равно напряжению на резисторе R_1 , это по 2 правилу

Кирхгофа для участка цепи, содержащего конденсатор и резистор R_1 . Эту схему можно схематично для этого указать:



Из закона Ома для полной цепи запишем:

$$\mathcal{E} = I_1 R + I_1 \cdot R_1$$

$$R_1 = 3R, \text{ значит}$$

$$\mathcal{E} = 4 I_1 R$$

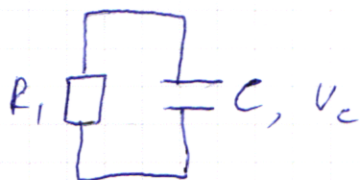
$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{4R}, \text{ а напряжение на } R_1$$

$$\text{равно } 3R \cdot I_1 = \frac{3}{4} \mathcal{E}, \text{ это и соответственно}$$

установка установившееся напряжение на конденсаторе.

$$V_c = \frac{3}{4} \mathcal{E}.$$

- 3) Эквивалентная схема для 3 узлов, когда
кнопка разомкнута:



Поскольку будет
выделяться тепло
на резисторе R_1

$$A = \Delta W + Q$$

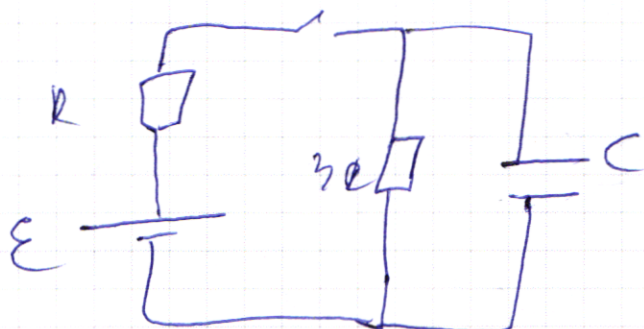
$A = 0$, м.к. Утечки нет;

$$\Delta W = 0 - \frac{C \cdot V_c^2}{2} = - \frac{C \cdot 9 \mathcal{E}^2}{16 \cdot 2} = - \frac{9 C \mathcal{E}^2}{32}$$

$$Q = \frac{9 C \mathcal{E}^2}{32} \quad (\text{всё тепло пошло на нагрев})$$

Ответ: 1) Ток сразу после замыкания $\bar{I}_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$; 2) установившееся напряжение на конденсаторе $V_c = \frac{3}{4} \mathcal{E}$ и 3) количество теплоты которая выделяется $Q = \frac{9 C \mathcal{E}^2}{32}$ Дж

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\mathcal{E} = I_0 R$$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (1)?$$

$$\mathcal{E} = 4IR$$

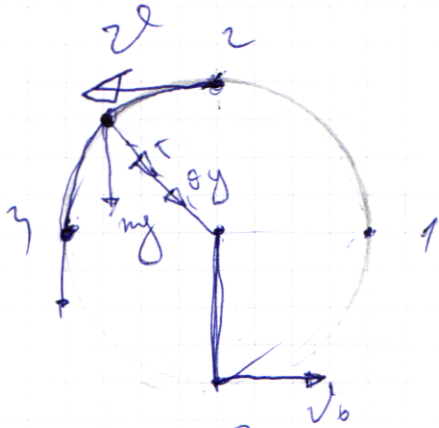
$$I = \frac{\mathcal{E}}{4R}$$

$$U_C = I \cdot 3R = \frac{3}{4} \mathcal{E} \quad (2)$$

$$A = \Delta W + Q$$

$$0 = 0 - \frac{eU_C^2}{2} + Q$$

$$Q = \frac{e \cdot \frac{9}{16} \mathcal{E}^2}{2} = \frac{9e\mathcal{E}^2}{32} \quad (3)$$



$$\frac{mv_0^2}{2} = mgl \quad (1)$$

$$v_0^2 = 2gl$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgl \quad (2)$$

$$v_0^2 = 4gl$$

$$mg = \frac{mv^2}{R}$$
~~$$v_0^2 = gl$$~~

~~$$\frac{mv_0^2}{2} = mgl + \frac{mv_0^2}{2}$$~~

~~$$\frac{mv_0^2}{2} = mgl + \frac{mgl}{2}$$~~

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgl + \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\frac{mv^2}{R} = T + mg = 2mg$$

$$v^2 = 2lg$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgl + \frac{m \cdot 2gl}{2}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = 3mgl$$

$$v_0^2 = 6gl \quad v_0 = \sqrt{6gl} = \sqrt{60 \cdot \frac{530}{2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Дано:

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$T_1 = 27^\circ \text{C}$$

$$d_1 = 0,7 \text{ мм.}$$

$$T_2 = 7^\circ \text{C}$$

$$d_2 = 0,3 \text{ мм.}$$



$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$P_1 = P_2$$

$$\begin{aligned} & \frac{288}{84+60} \\ & = 144 \cdot 2 \\ & = 288 \end{aligned}$$

$$\frac{0,2 \cdot 400 + 0,2 \cdot 280}{0,5} \nu_1 + \nu_2 = \nu$$

$$\nu_1 + \nu_2 = \nu$$

$$\nu_1 = \nu - \nu_2$$

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{d_1 T_1}{d_2 T_2}$$

$$(\nu - \nu_2) d_2 T_2 = d_1 T_1 \nu_2$$

$$\nu d_2 T_2 - \nu_2 d_2 T_2 = d_1 T_1 \nu_2$$

$$\nu_2 (d_2 T_2 + d_1 T_1) = \nu d_2 T_2$$

$$\nu_2 = \frac{\nu \cdot d_2 T_2}{d_1 T_1 + d_2 T_2}$$

Далее:

$$A = 0$$

$$Q = 0$$

$$\Delta U = 0$$

$$\frac{3}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{3}{2} \nu_1 R T_1$$

$$\nu_2 = \nu_1$$

$$\nu_2 = \frac{\nu}{2} (d_1 + d_2) R T = \frac{\nu}{2} d_1 R T_1 + \frac{\nu}{2} d_2 R T_2$$

$$(d_1 + d_2) T = d_1 T_1 + d_2 T_2$$

$$T = \frac{d_1 T_1 + d_2 T_2}{d_1 + d_2}$$

$$\frac{288}{15}$$

288

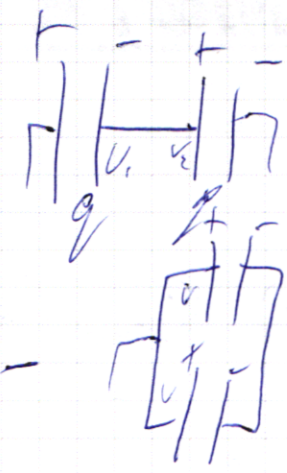
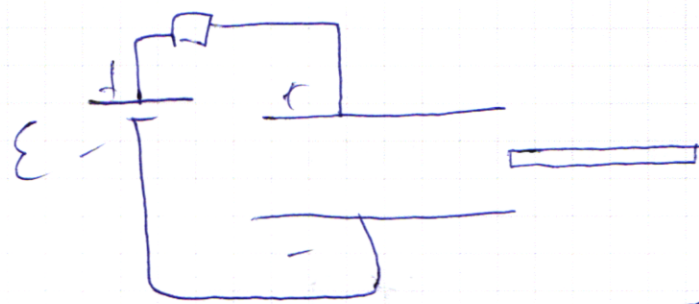
288

$$P V = (d_1 + d_2) R T$$

$$P = \frac{(d_1 + d_2) R (d_1 T_1 + d_2 T_2)}{(d_1 + d_2) V}$$

$$P = \frac{(d_1 T_1 + d_2 T_2) R}{V}$$

4)

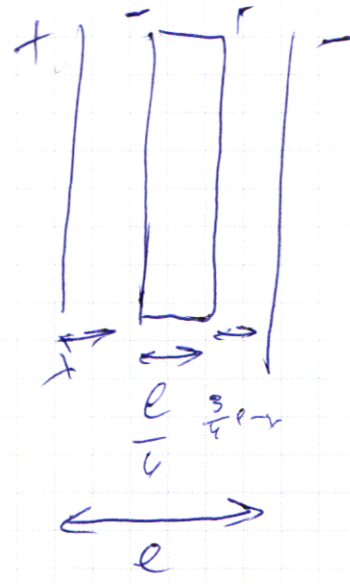


C_0

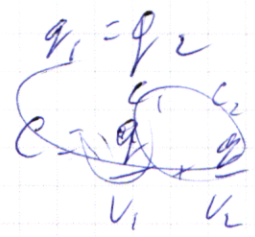
$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{x}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{3}{4}e - x}$$



$$V = U_1 + U_2$$



$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{\epsilon_0 S x}{x(\frac{3}{4}e - x)}}{\frac{\epsilon_0 S (\frac{3}{4}e - x) + \epsilon_0 S x}{x(\frac{3}{4}e - x)}}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S x (\frac{3}{4}e - x)}{x(\frac{3}{4}e - x) (\frac{3}{4}e)}$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{e}$$

$$C = \frac{4\epsilon_0 S}{3e} = \frac{4}{3} C_0$$

$$\Delta q = \frac{C_0 \epsilon}{3}$$

$$V_0 = \epsilon \cdot \frac{q_0}{C_0}$$

$$V_0 = \epsilon_0 \quad ; \quad U_1 = \frac{q_1}{\epsilon_1} = \epsilon$$

$$C_1 \epsilon = q_1 \quad \Delta q = \frac{\epsilon_1 \epsilon}{4} = \frac{4 C_0 \epsilon}{3 \cdot 4}$$

$$q_0 \epsilon_1 = C_0 q_1$$

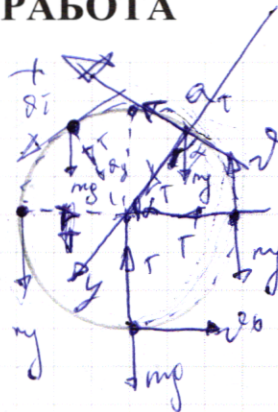
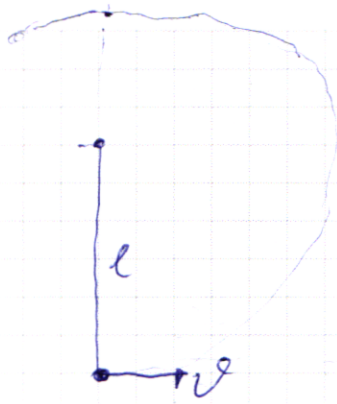
$$q_0 = \frac{C_0}{\epsilon_1} q_1$$

$$q_1 - q_0 = q_1 - \frac{3}{4} q_1 = \frac{q_1}{4} \quad q_1 - q_0 = q$$

$$\frac{3 C_0}{4 \epsilon_0} = \frac{3}{4} q_1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)
Дано:
 $l = 50 \text{ см.}$
 $v_{\text{min}} = ?$
 $\rho = 10 \frac{\text{кг}}{\text{см}^3}$

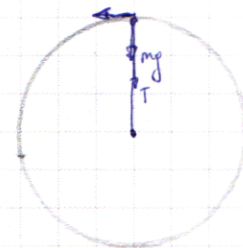
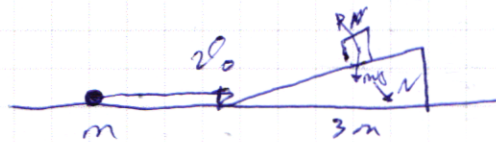


$T = \frac{mv^2}{r}$

$\frac{mv_0^2}{2} = mgl + \frac{mv^2}{2}$

Ох: $ma_{\tau} = -mg \cos \alpha$

2)
Дано:
 m
 v_0
 $3m$
 $K_{\text{max}} = ?$



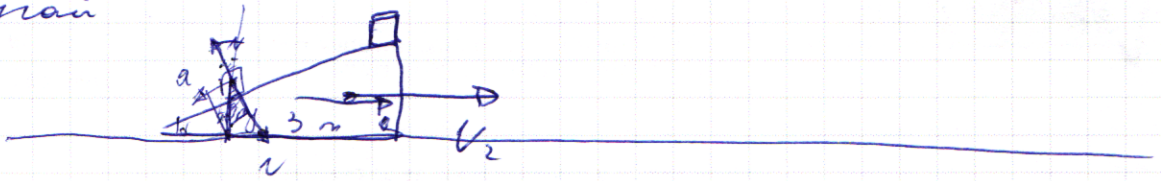
~~$mv_0 = mv_1 + 3mv_2$
 $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{3mv_2^2}{2}$
 $v_1 = v_0 - 3v_2$~~

~~$v_0^2 = 3v_2^2 + (v_0 - 3v_2)^2$
 $v_0^2 = 3v_2^2 + v_0^2 - 6v_0v_2 + 9v_2^2$
 $3v_2 - 6v_0 + 9v_2 = 0$
 $12v_2 = 6v_0$
 $2v_2 = v_0$
 $v_2 = \frac{v_0}{2}$~~

~~$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{3mv_2^2}{2} + mgh$
 $v_0^2 = 3v_2^2 + 2gh$
 $v_0^2 = \frac{3v_0^2}{4} + 2gh$
 $2gh = \frac{v_0^2}{4}$~~

$K = \frac{mv_0^2}{8g}$

2 слайд



$$3m\omega_1 = N \sin \alpha$$

$$m\omega_2 = m\omega_1 \sin \alpha$$

$$N = m\omega_1 \omega_2$$

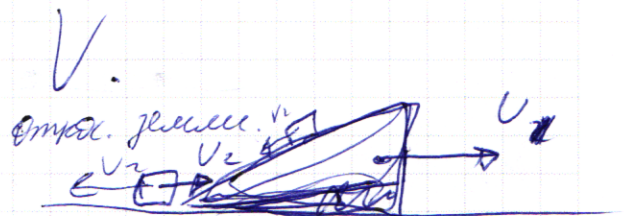
$$m\omega_0 = 4mV \quad V = \frac{\omega_0}{4}$$

$$\frac{m\omega_0^2}{2} = \frac{4mV^2}{2} + 2mgh$$

$$\omega_0^2 = 4 \cdot \frac{\omega_0^2}{16} + 2gh$$

$$\frac{3}{4} \omega_0^2 = 2gh$$

$$h = \frac{3\omega_0^2}{8g}$$



2 слайд.

$$4mV = m\omega_0$$

$$m\omega_0 = 3mV_1 + mV_2 \quad (1)$$

$$mgh + \frac{4m\omega_0^2}{2} = \frac{m\omega_0^2}{2} = \frac{3mV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} \quad (2)$$

Относит корки: ω_0

$$V_1 = \frac{\omega_0}{2} \quad V_2 = \omega_0 - 3V_1$$

$$= -\frac{\omega_0}{2} \text{ Относ. земли.}$$