

# Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

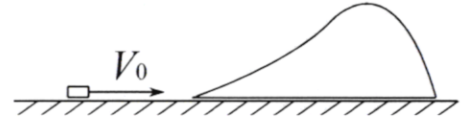
Шифр 06-011

(заполняется секретарём)

## Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять  $g=10 \text{ м/с}^2$ .

2. Небольшая шайба массой  $m$  скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью  $v_0$  к неподвижной незакрепленной горке массой  $3m$  (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

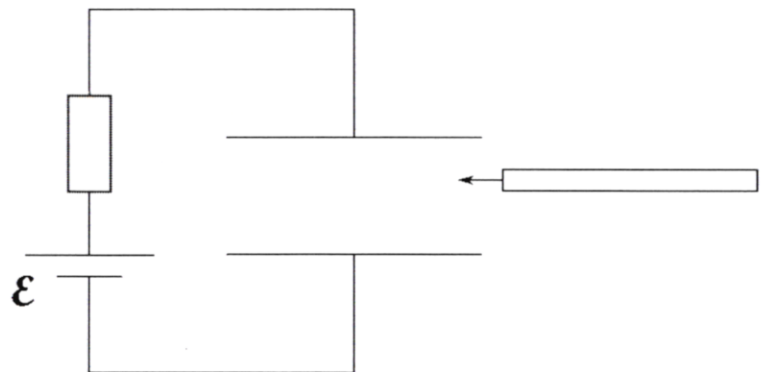


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом  $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре  $27^\circ \text{C}$  в количестве  $\nu_1 = 0,2$  моль. Во второй части находится гелий при температуре  $7^\circ \text{C}$  в количестве  $\nu_2 = 0,3$  моль. Перегородка прорывается.

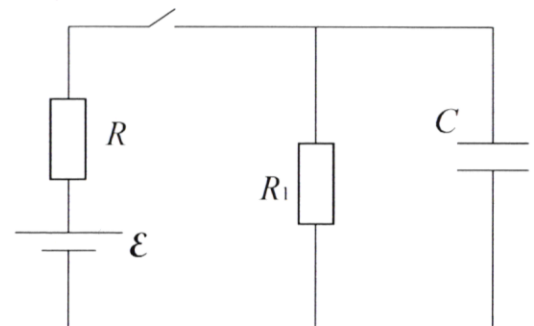
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью  $C_0$  подсоединен через резистор к источнику с ЭДС  $\mathcal{E}$  (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в  $R$ ,  $R_1=3R$ . Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать  $C$ ,  $\mathcal{E}$ ,  $R$ .



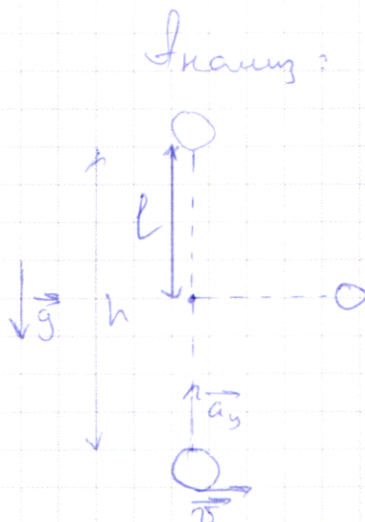
- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Дано:  
 $l = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$   
 $g = 10 \text{ м/с}^2$   
 $v = ?$

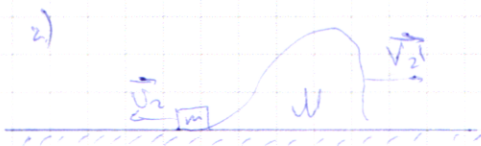
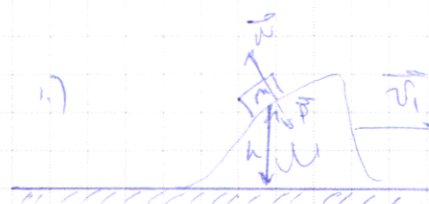
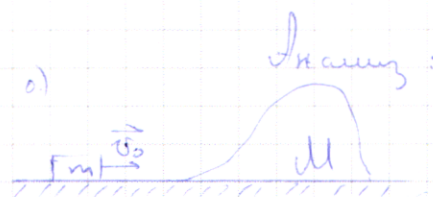


Шарик шарик сделал почти обрат, по  
 по 3.С.Э.:  $E_n = E_k, \frac{mv^2}{2} = mgh$   
 $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g \cdot 2l} = 2\sqrt{gl} =$   
 $= 2\sqrt{0,5 \text{ м} \cdot 10 \text{ м/с}^2} =$

Ответ:

№ 2

Дано:  
 $m, 3 \text{ м (д)}$   
 1.)  $h = ?$   
 2.)  $v_2 = ?$



По 3.С.Э.:  $E_{k0} = E_n + E_{k1} + E_{k2}$ , (3.С.Э. - закон сохранения энергии; 3.С.И. - закон сохранения импульса)

①  $\frac{mv_0^2}{2} = mgh + (m+d)v_1^2$

② По 3.С.И.:  $m\vec{v}_0 = (m+d)\vec{v}_1$   
 Проекция на ось  $x$ :  $mv_0 = (m+d)v_1$

$$v_0 = \frac{(m+M)v_1}{m} = \frac{(m+3m)v_1}{m} = 4v_1, \quad v_1 = \frac{v_0}{4}$$

Подставим полученные значения в формулу (1)

$$\frac{m \cdot 16v_1^2}{2} = mgh + \frac{(m+3m)v_1^2}{2}$$

$$8m v_1^2 = mgh + 2m v_1^2$$

$$6v_1^2 = gh$$

$$1) h = \frac{6v_1^2}{g} = \frac{6 \left(\frac{v_0}{4}\right)^2}{g} = \frac{6v_0^2}{16g} = \frac{3v_0^2}{8g}$$

$$2) \text{ По 3. (4): } (m+M)\vec{v}_1 = M\vec{v}_2' + m\vec{v}_2$$

Проекция на ось x:  $(m+M)v_1 = Mv_2' - mv_2$

$$4mv_1 = 3mv_2' - mv_2$$

$$4v_1 = 3v_2' - v_2$$

$$v_2' = \frac{4v_1 + v_2}{3} = \frac{v_0 + v_2}{3}$$

По 3. (7):

$$mgh + \frac{(M+m)v_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{Mv_2'^2}{2} \cdot \frac{m}{M}$$

$$\textcircled{5} \quad 2gh + 4v_1^2 = v_2^2 + 3v_2'^2$$

Подставим значение  $v_2'$  в формулу (5)

$$2gh + 4\left(\frac{v_0}{4}\right)^2 = v_2^2 + 3\left(\frac{v_0 + v_2}{3}\right)^2$$

$$2g \cdot \frac{3v_0^2}{8g} + \frac{v_0^2}{4} = v_2^2 + \frac{v_0^2}{3} + \frac{2}{3}v_0v_2 + \frac{v_2^2}{3}$$

$$\frac{2v_0^2}{3} - \frac{4}{3}v_2^2 - \frac{2}{3}v_0v_2 = 0 \quad (\div \left(\frac{2}{3}\right))$$

$$v_0^2 - v_0v_2 - 2v_2^2 = 0$$

$$v_0^2 - 2v_0v_2 + v_0v_2 - 2v_2^2 = 0$$

$$v_0(v_0 - 2v_2) + v_2(v_0 - v_2) = 0$$

$$(v_0 + v_2)(v_0 - 2v_2) = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} v_0 = -v_2, \text{ посторонний корень, т.к. значения } v_0 \text{ и } v_2 \text{ должны} \\ v_0 = 2v_2 \end{array} \right. \text{ быть положительными}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

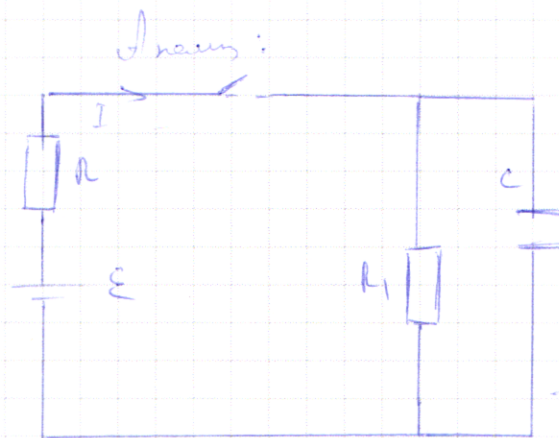
Знаем,  $v_2 = \frac{v_0}{2}$

Ответ: 1)  $h = \frac{3v_0^2}{8g}$ ; 2)  $v_2 = \frac{v_0}{2}$ .

У5

Дано:  
 $R, R_1 = 3R,$   
 $C, \mathcal{E}$ .

Найти:  
1)  $I = ?$   
2)  $U_C = ?$   
3)  $Q = ?$



$R_C$  - сопротивление конденсатора (бесконечно),  
 $U_C$  - напряжение на конденсаторе,  
 $U_R$  - напряжение на резисторе сопротивлением  $R$ ,  
 $U_{R_1}$  - напряжение на резисторе сопротивлением  $R_1$ .

1) Т.к. резисторы  $R$  и  $R_1$  соединены последовательно, то  $I = I_1$ ,  $U_0 = U_R + U_{R_1}$

$$U_0 = U_R + U_{R_1} = I R + I R_1 = I R + I \cdot 3R = I \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} \right) \Rightarrow I = \frac{U_0}{\left( \frac{3+1}{3R} \right)} = \frac{3U_0}{4R}$$

$\mathcal{E} = U_0$  (внутреннее сопротивление  $r=0$ ),

знаем,  $I = \frac{3\mathcal{E}}{4R}$

2) Т.к. конденсатор  $C$  и резистор  $R_1$  соединены параллельно, то  $U_{R_1} = U_C$

Знаем,  $U_C = U_{R_1} = U_0 - U_R = \mathcal{E} - I R =$   
 $= \mathcal{E} - \frac{3\mathcal{E}}{4} = \mathcal{E} - \frac{3}{4}\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}}{4}$

3) Т.к.  $U_C$  - установленное напряжение на конденсаторе, то заряд вычисляется так же при разном или ином  $Q = \frac{CU_C^2}{2} = \frac{C \cdot \mathcal{E}^2}{16} = \frac{C \mathcal{E}^2}{16}$  (напряжение конденсатора)

Ответ: 1)  $I = \frac{3\varepsilon}{4R}$ ; 2)  $U_C = \frac{\varepsilon}{4}$ ;  
 3)  $Q = \frac{C\varepsilon^2}{32}$ .

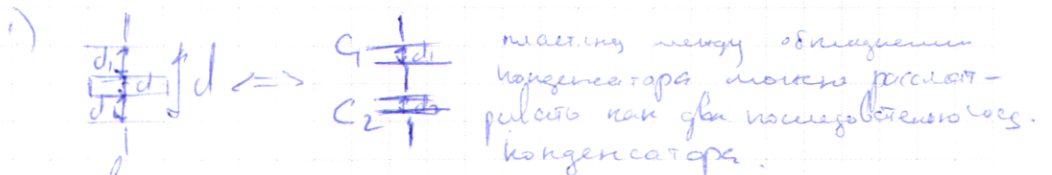
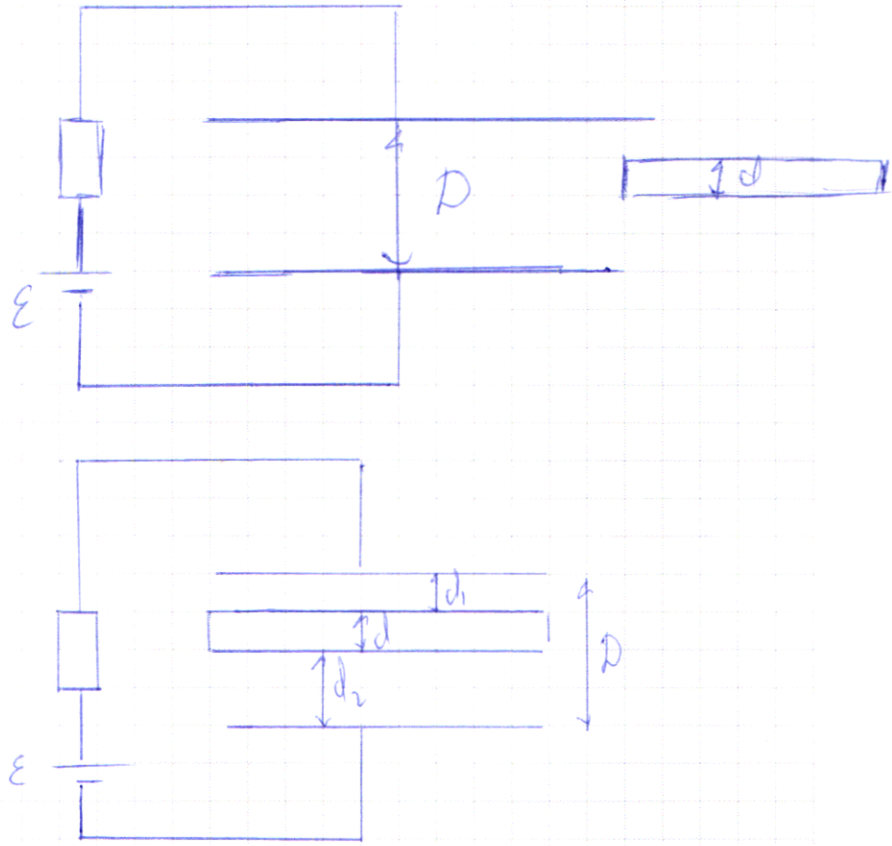
№4

Дано:  
 $C_0, \varepsilon, d = \frac{D}{4}$

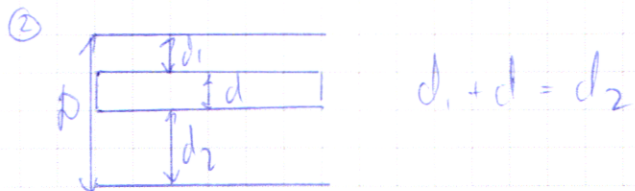
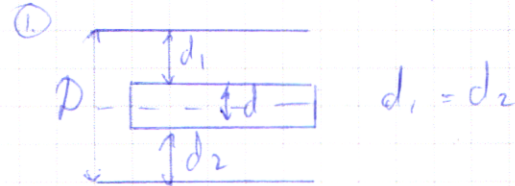
- 1)  $C_0' = ?$   
 2)  $q' = ?$

$C_0'$  - емкость конденсатора с пластиной  
 $q'$  - заряд, который пройдет через резистор после замыкания пластины

Иллюстрация:



Неважно, в каком отношении пластины делят пространство между обкладками конденсатора. Чтобы доказать данное утверждение, а без расхождений по двум случаям, рассмотрим положение пластин относительно обкладок.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①  $d_1 = d_2$ , значит,  $d_1 + d_2 = D - d$   
 $2d_1 = D - d$   
 $d_1 = \frac{D - d}{2} = \frac{D - \frac{D}{4}}{2} = \frac{3}{8}D$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

Значит,  $C_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1}$ ,  $C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_2} \Rightarrow C_1 = C_2$ , т.к.  $d_1 = d_2$

$$\frac{C_1}{C_0} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1 \epsilon \epsilon_0 S} = \frac{D}{d_1} \Rightarrow C_1 = \frac{D}{d_1} C_0 = \frac{8}{3} C_0$$

$$C_2 = C_1 = \frac{8}{3} C_0$$

$\frac{8}{3} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ , т.к. конденсаторы соединены последовательно

$$C_0' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{8}{3} C_0 \cdot \frac{8}{3} C_0}{\frac{8}{3} C_0 + \frac{8}{3} C_0} = \frac{\frac{64}{9} C_0}{\frac{16}{3} C_0} = \frac{4}{3} C_0$$

②  $\begin{cases} d_1 + d_2 = d \\ d_1 + d_2 + d = D \\ d_1 + d_1 + d_1 + d = D \end{cases}$   
 $d_1 = \frac{D - 2d}{2} = \frac{D - \frac{D}{2}}{2} = \frac{D}{4}$ ,  $d_2 = 2d_1 = \frac{D}{2}$

Значит,  $C_1 = 4C_0$ ,  $C_2 = 2C_0$

$$C_0' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4C_0 \cdot 2C_0}{6C_0} = \frac{8}{6} C_0 = \frac{4}{3} C_0$$
, что и требовалось доказать.

Важное замечание, емкости конденсаторов в обоих случаях одинаковы.

а)  $C_0' = \frac{q'}{U}$ , значит,  $q' = C_0' \cdot U = C_0' \epsilon = \frac{4}{3} C_0 \epsilon$

Ответ: 1)  $C_0' = \frac{4}{3} C_0$ ; 2)  $q' = \frac{4}{3} C_0 \epsilon$

W3

Дано:

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$t_1 = 27^\circ\text{C}$$

$$V_1 = 0,2 \text{ моле}$$

$$t_2 = 7^\circ\text{C}$$

$$V_2 = 0,3 \text{ моле}$$

$$1) t_0 = ?$$

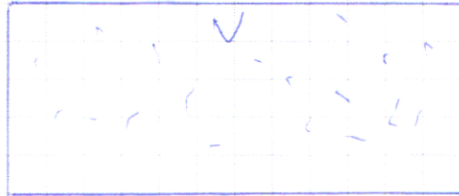
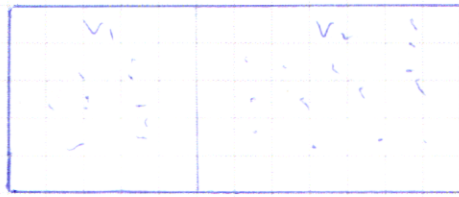
$$2) P_0 = ?$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 280 \text{ K}$$

$T_0$  - температура, установленная в сосуде (в Кельвинах)  
 $P_0$  - конечное давление в сосуде

Иллюстрация:



$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$P_0 V = (\nu_1 + \nu_2) R T_0$$

По 3.с.7: внутренняя энергия не изменяется при процессе перемешивания.

$$\text{т.е.}, \quad \nu_1 U_1 + \nu_2 U_2 = \nu_0 U_0$$

$$\frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{3}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T_0$$

$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T_0$$

$$1) T_0 = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{0,2 \text{ моле} \cdot 300 \text{ K} + 0,3 \text{ моле} \cdot 280 \text{ K}}{0,5 \text{ моле}}$$

$$= \frac{60 \text{ K} + 84 \text{ K}}{0,5} = 288 \text{ K}, \quad t_0 = (288 - 273)^\circ\text{C} = 15^\circ\text{C}$$

$$2) P_0 = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T_0}{V} = \frac{0,5 \text{ моле} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{K} \cdot \text{моле}} \cdot 288 \text{ K}}{8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} =$$

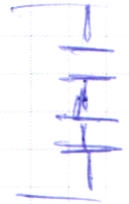
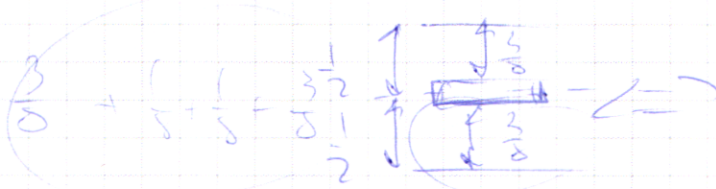
$$= 144 \cdot 10^5 \text{ Па} = 144000 \text{ Па}$$

Ответ: 1)  $t_0 = 15^\circ\text{C}$ ; 2)  $P_0 = 144 \cdot 10^5 \text{ Па}$



**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

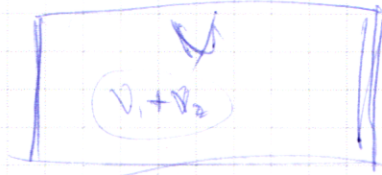
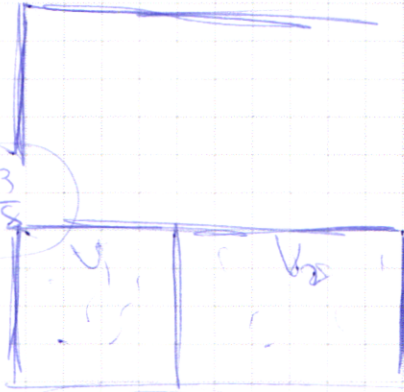
$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$



$$C_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_1}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_2}$$

$$\frac{\epsilon_0}{\epsilon_1} = \frac{d}{d} = \frac{3}{\epsilon}$$



$$C_1 = \frac{8}{3} C_0$$

$$C_2 = \frac{8}{3} C_0$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \nu R$$

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \nu R$$

$$\frac{P_0 V}{T_0} = (\nu_1 + \nu_2) R$$

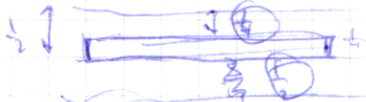
$$\frac{P_1 V_1 T_2}{T_1} = \frac{P_2 V_2 T_1}{T_2} = \frac{V_1 T_1}{V_2 T_2}$$

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_0 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{8}{3} C_0 \cdot \frac{8}{3} C_0}{\frac{16}{3} C_0} = \frac{8}{3} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{16} C_0 = \frac{4}{3} C_0$$

$$C_1 = \frac{4}{3} C_0$$

$$q = C_0 \cdot \epsilon = \frac{4}{3} \epsilon C_0$$



$$C_2 = \frac{4}{3} C_0$$

$$C_2 = 4 C_0$$

$$C_1 = 4 C_0$$

$$C_2 = 2 C_0$$

3

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № \_\_\_\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{V_1 T_1}{V_2 T_2}$$

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{V_1 T_1}{V_2 T_2}$$

$$V_1 + V_2 = V$$

$$P_0 (V_1 + V_2) = V P_0$$

$$P_0 = P_1 + P_2$$

$$P = \frac{V}{V_m}$$

$$V = \dots$$

$V_{max} = 22,4 \text{ u l m o l}^{-1}$   
 $V = 4,48 \text{ u l}$   
 $P_{max} = 10^5 \text{ Pa}$   
 $P = 1,48 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

$$d_1 + d_2 = P - d$$

$$2d_1 = \frac{P - d}{2}$$

$$d_1 + d_2 = P$$

$$d_1 + 2d_2 = P$$

$$d_1 + d_2 = P$$

$$d_1 = P - d_2$$

$$P - d_2 + d_2 = P$$

$$P = P_1 + P_2$$

$$P = P_1 + P_2$$

$$P = P_1 + P_2$$

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

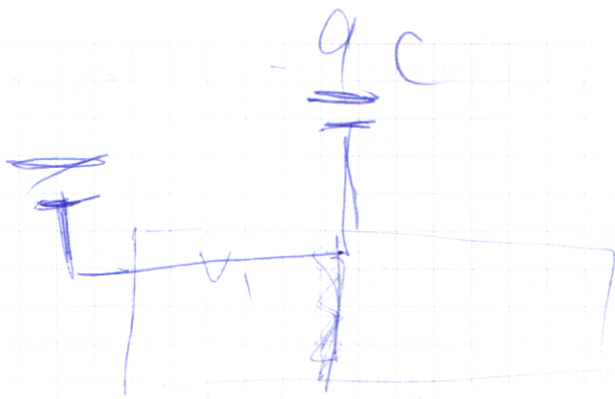
Handwritten student work on grid paper. The page contains several diagrams and equations related to mechanics, likely involving collisions and energy conservation.

**Equations:**

- $\Delta U_1 + \Delta U_2 = \Delta U_0$
- $300 \cdot 2 = 60 \cdot 2 + 84 \cdot 2$
- $24 \cdot 2 = 280 \cdot 3$
- $144 \cdot 2$
- $v_0^2 - 2v_0v_2 + v_0v_2 - 2v_2^2 = 0$
- $v_0^2 - 2v_0v_2 + v_0v_2 + v_2(v_0 - 2v_2) = 0$
- $v_0^2 - v_0v_2 = -v_2^2$
- $v_0^2 = 2v_2^2$
- $v_0 = \sqrt{2}v_2$
- $2gh = \frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{(m+M)v_1^2}{2}$
- $\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{(m+M)v_1^2}{2}$
- $\frac{mv_0^2}{2} = gh + \frac{v_0^2}{8}$
- $3v_0^2 = 4v_1^2$
- $gh + \frac{4v_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + 3 \cdot \frac{(4v_1 + v_2)^2}{2}$
- $4v_1 = 3v_2 - v_2$
- $v_1 = \frac{4v_1 + v_2}{3}$
- $\frac{mv_0^2}{2} = mgh_{max} + \frac{(m+M)v_1^2}{2}$
- $mgh = \frac{mv_0^2}{2}$
- $v_1 = \frac{m v_0}{m+M}$
- $2gh + 4v_1^2 = v_2^2 + \frac{1}{3}(4v_1 + v_2)^2$
- $v_0^2 - v_2^2 = \frac{1}{3}v_0^2 + \frac{2}{3}v_0^2$

**Diagrams:**

- A diagram showing a block on a horizontal surface with velocity  $v_0$  and another block with velocity  $v_2$ .
- A diagram showing a block on a vertical surface with height  $h$  and velocity  $v_1$ .
- A diagram showing a block on a horizontal surface with velocity  $v_1$ .



$$\frac{U_C^2}{2}$$

$$T_1 = 27^\circ \text{C}$$

$$V_1 = 0,2 \text{ m}^3$$

$$T_2 = 27^\circ \text{C}$$

$$V_2 = 0,3 \text{ m}^3$$

$$V = 8,51 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\frac{U_C^2}{2}$$

$$C = \frac{q}{U}$$

$$R_1 = R_2$$

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = \varepsilon$$

$$3R(I_1 + I_2) = \varepsilon$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{3R} - I_2$$

$$I = \frac{\varepsilon}{3R}$$

$$U_0 = U_R + U_C \Rightarrow U_C = \varepsilon$$

$$\frac{I}{R} + \frac{I}{R_1} = \varepsilon$$

$$I \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right) = \varepsilon \Rightarrow U_0 = \frac{I}{R} + \frac{I}{3R}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{R} + \frac{1}{3R}} = \frac{\varepsilon}{\frac{4}{3R}} = I \left( \frac{3\varepsilon}{4R} \right)$$

$$U_C = \varepsilon - I R = \frac{I}{R} = \frac{3}{4} U_0$$

$$= \varepsilon - \frac{3\varepsilon}{4R} R = \frac{\varepsilon}{4}$$

$$U_R = \frac{3}{4} U_0 \Rightarrow U_{R_1} = \frac{U_0}{4} = \frac{\varepsilon}{4}$$

$$V_C = \frac{\varepsilon}{4}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$P_0 (V_1 + V_2) = \nu R T_0$$

$$P_0 V = \nu R T_0$$

$$\frac{U_C^2}{2R} = \frac{1}{n}$$

$$I R_1 + U_C = \varepsilon$$

$$\frac{U_C^2}{2} =$$

$$I R_1 + U_C = \varepsilon$$

$$U_C = \varepsilon - I R_1$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$U_C = \varepsilon - \frac{I}{R} R_1 = \varepsilon - I R_1$$

$$\varepsilon = \frac{I}{R}$$