

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

Шифр

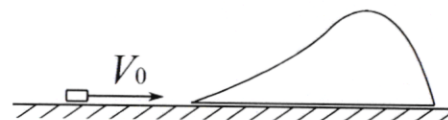
15-011

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарик, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

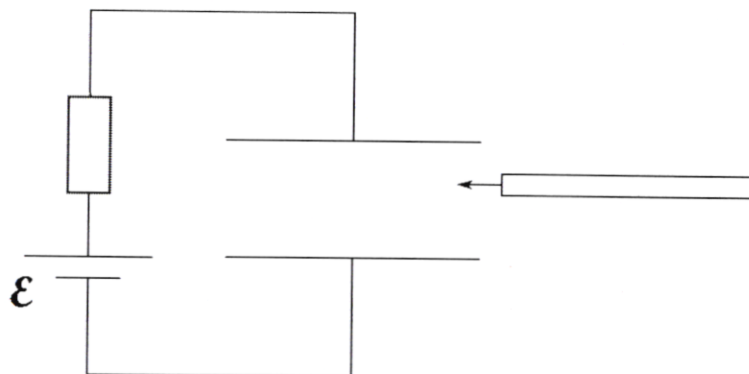


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27°C в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

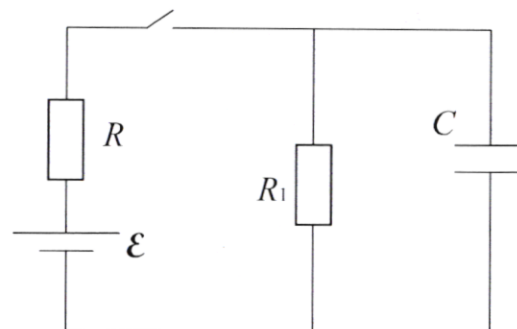
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС ε (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , ε , R .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1



$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + 2 m g l$$

$$g = \frac{v^2}{R l} \Rightarrow v^2 = l g$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{g l}{2} + 2 g l = \frac{5}{2} g l$$

$$v_0 = \sqrt{5 g l} = \sqrt{5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

~~$$\frac{v_0^2}{2} = 2 g l$$~~

~~$$v_0 = \sqrt{4 g l} = \sqrt{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10} = \sqrt{20}$$~~

N2

$m, v_0, 3m$

$h - ?$

$v_2 - ?$



$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{4 m v^2}{2} + m g h$$

$$m v_0 = 4 m v \Rightarrow v = \frac{v_0}{4}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{4 m v_0^2}{2 \cdot 16} + m g h$$

$$g h = v_0^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) = \frac{v_0^2 \cdot 3}{8}$$

$$h = \frac{v_0^2 \cdot 3}{8 g}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{3 m v_2^2}{2}$$

$$m v_0 = 3 m v_2 + m v_2$$

$$v_2 = \frac{v_0 - v_2}{3}$$

$$v_0^2 = v_2^2 + \frac{1}{3} (v_0 - v_2)^2$$

$$(v_0 - v_2)(v_0 + v_2) = \frac{1}{3} (v_0 - v_2)^2$$

1) $v_2 = v_0$

2) $v_0 + v_2 = \frac{v_0 - v_2}{3} \Rightarrow v_2 = -\frac{v_0}{2}$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{3 m v_2^2}{2}$$

$$m v_0 = 3 m v_2 + m v_2$$

$$v_2 = \frac{v_0 + v_2}{3}$$

$$v_0^2 = v_2^2 + \frac{1}{3} (v_0 + v_2)^2$$

$$(v_0 - v_2)(v_0 + v_2) = \frac{1}{3} (v_0 + v_2)^2$$

$$v_2 = -v_0$$

$$v_0 - v_2 = \frac{v_0 + v_2}{3}$$

$$\frac{2}{3} v_0 = \frac{4}{3} v_2$$

$$v_2 = \frac{v_0}{2}$$

$$v_2 = v_0 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) = \frac{v_0}{2}$$

N3

$$V = 8,37 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$t_1 = 27^\circ\text{C} = 300\text{K}$$

$$J_1 = 0,2 \text{ моль}$$

$$i_1 = 3$$

$$t_2 = 7^\circ\text{C} = 280\text{K}$$

$$J_2 = 0,3 \text{ моль}$$

$$T_{\text{кон}} \rightarrow t_{\text{кон}} - ?$$

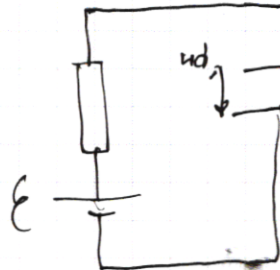
$$P_{\text{кон}} - ?$$

N4

$$\epsilon, C_0, 4$$

$$C_1 - ?$$

$$q - ?$$



$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{4d}$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{d_1}{\epsilon_0 S} + \frac{(3d - d_1)}{\epsilon_0 S} = \frac{3d}{\epsilon_0 S}$$

$$C' = \frac{\epsilon_0 S}{3d} = C_1$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{3d}{\epsilon_0 S} + \frac{d}{\epsilon_0 S} = \frac{4d}{\epsilon_0 S}$$

Стр

$$q_i = C_i U_i$$

$$q_1 = C_1 \cdot \frac{\epsilon_0 S}{4d}$$

$$q_2 = C_2 \cdot \frac{\epsilon_0 S}{3d}$$

$$q = q_2 - q_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{12d}$$

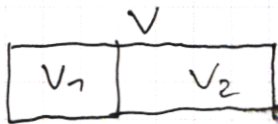
N5

$$I_0 = \frac{\epsilon}{R}$$

$$U_1 = \frac{3}{4} \epsilon$$

$$Q = \frac{CU_1^2}{2} = \frac{9CU_1^2 \epsilon^2}{32}$$

$$\frac{q^2}{2C} = \frac{q \cdot U}{2} = \frac{CU^2}{2}$$



$$2 \cdot 4 \cdot 3 = 8 \cdot 4$$

$$747 + 2 = 282$$

$$\frac{3}{2} J_1 R T_1 + \frac{3}{2} J_2 R T_2 = \frac{3}{2} (J_1 + J_2) R T_{\text{кон}}$$

$$T_{\text{кон}} = \frac{J_1 T_1 + J_2 T_2}{J_1 + J_2} = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,5}$$

$$= \frac{60 + 84}{0,5} = 288 \text{ K} = 15^\circ\text{C}$$

$$P_{\text{кон}} = \frac{(J_1 + J_2) R T_{\text{кон}}}{V} = \frac{0,5 \cdot 8,37 \cdot 288}{8,37 \cdot 10^{-3}} \text{ Па} =$$

$$= 747 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$\frac{0,2 \cdot 27 + 0,3 \cdot 7}{0,5} = \frac{5,4 + 2,1}{0,5} = 15^\circ\text{C}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

Дано:

$$l = 0,5 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v_{0 \text{ min}}?$$

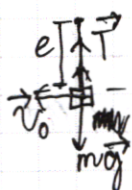
Решение:

Для того, чтобы шарик совершил полный оборот в вертикальной плоскости, радиус кривизны его траектории во всех точках

должен быть равен l . Определяющая точка для этого - вершина. Если в ней тело движется с радиусом кривизны l , то в остальных точках ^{и меньшей скорости} радиус кривизны ^{и меньшей проекции mg} будет стремиться к увеличению, и появится сила реакции опоры.

Поэтому в случае минимальной начальной скорости ^{в вершине точки} тело должно двигаться с радиусом кривизны l , а сила реакции опоры должна быть равна нулю.

до:



\vec{v} в верш. точке

$$\begin{cases} \frac{mv_{0 \text{ min}}^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + 2mgl - 3CЭ \\ mg = m \frac{v^2}{l} \end{cases}$$

наль пот. энергии на начальной высоте тела

отсутствия падения, т.е. $g \perp \vec{v}$

$$v^2 = gl;$$

$$v_{0 \text{ min}}^2 = v^2 + 4gl = 5gl$$

$$v_{0 \min} = \sqrt{5gR}$$

$$v_{0 \min} = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}} \frac{m}{c} = 5 \frac{m}{c}$$

Ответ: $v_{0 \min} = 5 \frac{m}{c}$

N 2

Дано:

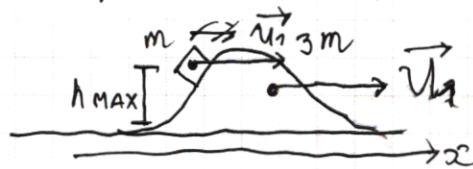
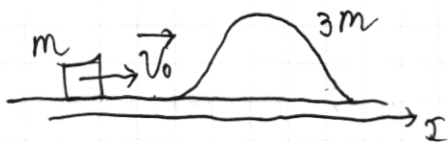
$3m, m, v_0$

$h_{\max} - ?$

$v_2 - ?$

Решение:

Поскольку в системе трения нет, запишем ЗСЭ и ЗСУ на ось x , учитывая, что в момент нахождения в верхней точке маятника скорость равна скорости центра $v_{отн} = 0$.



Ноль потенциальной энергии выберем на начальной высоте маятника.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{mv_0^2}{2} &= \frac{mv_1^2}{2} + \frac{3mv_2^2}{2} + mgh_{\max} - \text{ЗСЭ} \end{aligned} \right.$$

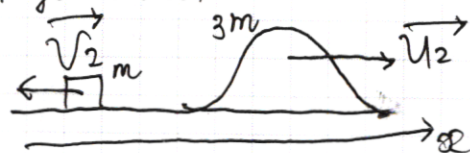
$$\left\{ \begin{aligned} mv_0 &= mv_1 + 3mv_2 - \text{ЗСУ для оси } x. \end{aligned} \right.$$

$$v_1 = \frac{v_0}{4}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{4m \cdot v_0^2}{2 \cdot 16} + mgh_{\max}$$

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{v_0^2}{g}$$

Для определения v_2 снова запишем ЗСЭ и ЗСУ, учитывая, что v_2 направлено против оси x (т.е. в ответе v_2 должно быть \ominus больше нуля, для соотв. условия).



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{3mV_2^2}{2} - 3C\Delta \\ mV_0 = 3mV_2 - mV_2 - 3C\Delta \text{ для оси } x \end{cases}$$

$$V_2 = \frac{V_0 + V_2}{3}$$

$$V_0^2 = V_2^2 + \frac{1}{3}(V_0 + V_2)^2$$

$$(V_0 - V_2)(V_0 + V_2) = \frac{1}{3}(V_0 + V_2)^2$$

$$\begin{cases} V_2 = -V_0 - \text{не может быть, т.к. } V_2 > 0 \\ V_0 - V_2 = \frac{1}{3}V_0 + \frac{1}{3}V_2 \end{cases}$$

$$\frac{2}{3}V_0 = \frac{4}{3}V_2$$

$$V_2 = \frac{V_0}{2}$$

$$V_2 = \frac{V_0}{2}$$

скорость ~~не~~ шайбы в СО $V_3 = V_2 + V_2 = V_0$

Ответ: $h_{\max} = \frac{3}{8} \frac{V_0^2}{g}$; $V_2 = \frac{V_0}{2}$

N3

Дано:

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$t_1 = 27^\circ\text{C} = 300\text{K}$$

$$J_1 = 0,2 \text{ моль}$$

$$t_2 = 7^\circ\text{C} = 280\text{K}$$

$$J_2 = 0,3 \text{ моль}$$

$i=3$ - т.к. He

$t_{\text{кон}} = ?$

$p_{\text{кон}} = ?$

Решение:

$$\boxed{J_1, T_1} \quad \boxed{J_2, T_2}$$

$$\boxed{J_1 + J_2, T_{\text{кон}}}$$

Поскольку сосуд теплоизолирован и герметичный, то не совершается работа при расширении ($P_{\text{внеш}} = 0$ до границы сосуда; $\Delta V_{\text{внеш}} = 0$), поэтому суммарную ^{внутреннюю} энергию газа в начале и конце.

$$\frac{3}{2} J_1 R T_1 + \frac{3}{2} J_2 R T_2 = \frac{3}{2} (J_1 + J_2) R T_{\text{кон}}$$

$$T_{\text{кон}} = \frac{J_1 T_1 + J_2 T_2}{J_1 + J_2}$$

$$T_{\text{кон}} = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,5} \text{ К} = \frac{60 + 84}{0,5} \text{ К} = 288 \text{ К}$$

$$t_{\text{кон}} = T_{\text{кон}} - 273 = 15^\circ \text{C}$$

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева для всего газа после установления стабильности состояния:

$$P_{\text{кон}} V = (\nu_1 + \nu_2) R T_{\text{кон}}$$

$$P_{\text{кон}} = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T_{\text{кон}}}{V} = \frac{(\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2) R}{V}$$

$$P_{\text{кон}} = \frac{288 \cdot 8,31 \cdot 0,5}{8,31 \cdot 10^{-3}} \text{ Па} = 144 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

Ответ: $t_{\text{кон}} = 15^\circ \text{C}$; $P_{\text{кон}} = 144 \cdot 10^3 \text{ Па}$

№ 4

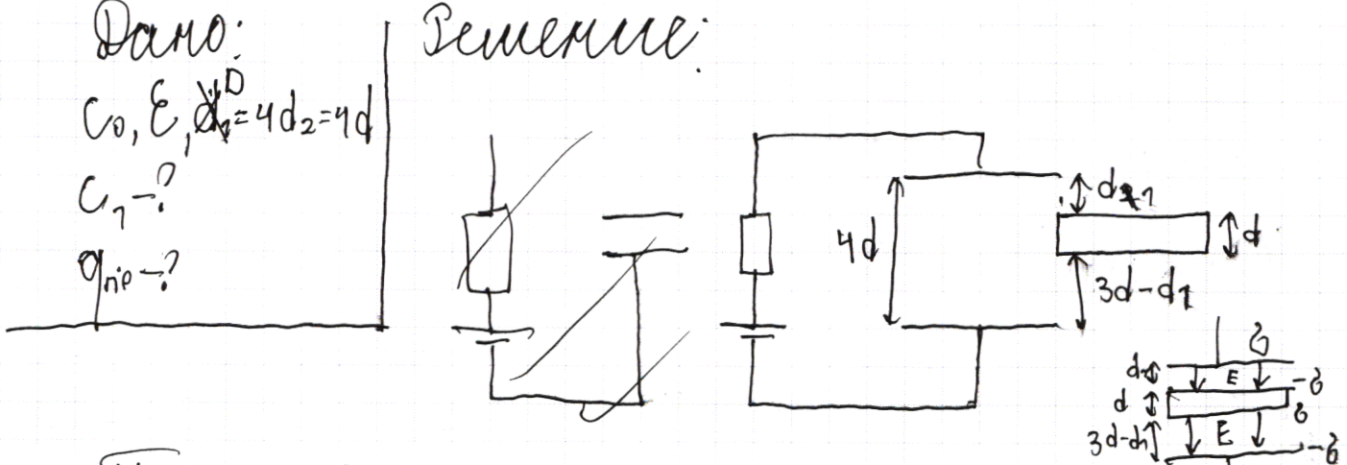
Дано:

$$C_0, \epsilon, d_1 = 4d_2 = 4d$$

$C_1 = ?$

$q_{\text{пл}} = ?$

Решение:



После внесения пластины конденсатор можно мысленно разделить на две части: над пластиной и под ней. Это связано с тем, что внутри на верхней грани пластины индуцируется отрицательный заряд, по модулю равный зна- заряду верхней пластины конденсатора. Это происходит для повышения ^{силы} емкости ~~пл~~ ~~м~~ конденсатора, ведь внутри про-

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

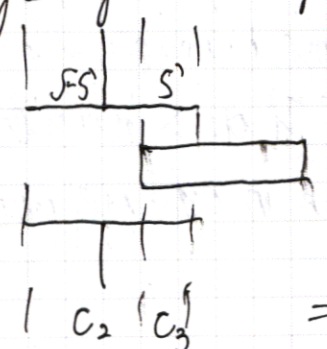
водника ^{в устойчивом состоянии} тока нет. Аналогично на нижней грани ~~не~~ пластины индуцируется положительный заряд. Поэтому $E_{\text{сумм}} = E_{d_1} + E(3d - d_1) =$ запишем суммарную ёмкость C_1 :

$$\frac{1}{C_1} = \frac{d_1}{\epsilon_0 S} + \frac{(3d - d_1)}{\epsilon_0 S} = \frac{3d}{\epsilon_0 S} \quad C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{3d}$$

Без проводящей пластины ёмкость бочка:
 $C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{4d}$

Поэтому $\frac{\epsilon_0 S}{d} = 4C_0 \Rightarrow C_1 = \frac{4}{3}C_0$

Для нахождения суммарного протекшего заряда заметим, что если пластина закрывает S' конденсатора, можно представить систему в виде двух параллельных конденсаторов, т.к. от этого распределение зарядов в системе не изменится.



$$C_2 = \epsilon_0 \frac{S - S'}{4d}$$

$$C_3 = \epsilon_0 \frac{S'}{3d}$$

$$C_{\text{сумм}} = C_2 + C_3 = \frac{\epsilon_0}{d} \left(\frac{3S - 3S' + 4S'}{12} \right) = \frac{\epsilon_0 (3S + S')}{12d}$$

— ёмкость конденсатора монотонно возрастает, а т.к. $q = C U$, заряд тоже монотонно возрастает.

~~Поставим $q_{\text{нр}} = q_1 - q_0 = \epsilon(C_1 - C_0) =$
 $= \epsilon \left(\frac{\epsilon_0 S}{3d} - \frac{\epsilon_0 S}{4d} \right) = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{12d} = \frac{\epsilon}{12} \cdot 4C_0 = \frac{\epsilon C_0}{3}$~~

~~Ответ: $C_1 = \frac{4}{3} C_0$; $q_{\text{нр}} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{12d}$ $q_{\text{нр}} = \frac{\epsilon C_0}{3}$~~

№5

Дано:

C, ϵ, R

$R_1^* = 3R$

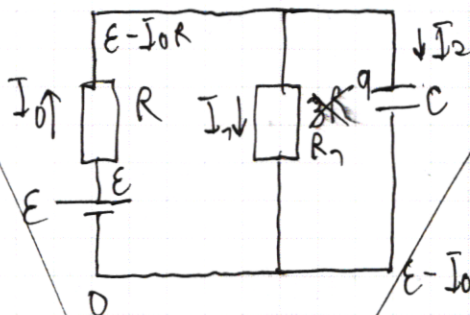
$I_0 = ?$

$U_C = ?$

$Q = ?$

Решение:

Найдём I_0 методом узловых потенциалов:



$q(0) = 0 \Rightarrow$
 $E - I_0 R = 0$
 $I_0 = \frac{E}{R}$

См. определение U_C на стр. 7

После установления постоянного тока

$I_2 = 0$ (т.к. $\dot{q} = 0$); $I_1 = I_0 = I_{\text{контур}}$

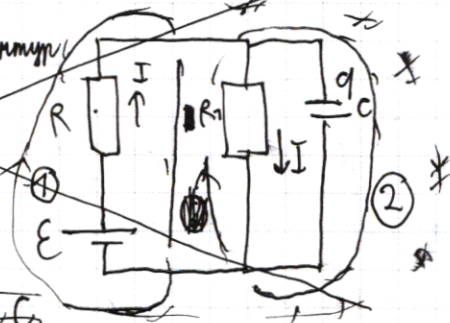
$\begin{cases} E - I_1 R - I_1 R_1 = 0 \\ E - I_1 (R + R_1) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} U_C - I_1 R_1 = 0 \\ U_C - 3IR = 0 \end{cases}$

$I = \frac{E}{R + R_1} = \frac{E}{4R}$

$U_C = \frac{3}{4} E$

$Q = C U_C = \frac{3}{4} \epsilon C$



После размыкания ключа за продолжительное время вся энергия, запасённая в конденсаторе, выделится в виде тепла на резисторе $3R$. На R ничего не выделится, т.к. через него ток не пойдёт.

$Q = \frac{C U_C^2}{2} = \frac{C}{2} \cdot \frac{9}{16} E^2 = \frac{9}{32} E^2 C$

Ответ: $I_0 = \frac{E}{R}$; $U_C = \frac{3}{4} E$; $Q = \frac{9}{32} E^2 C$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Поэтому $q_{\text{пр}} = q_1 - q_0 = \epsilon(C_1 - C_0) = \epsilon\left(\frac{\epsilon_0 S}{3d} - \frac{\epsilon_0 S}{4d}\right) =$
 $= \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{12d} = \frac{\epsilon}{12} \cdot 4C_0 = \frac{\epsilon C_0}{3}$

Ответ: $C_1 = \frac{4}{3} C_0$; $q_{\text{пр}} = \frac{\epsilon C_0}{3}$

N5

Дано:

C, ϵ, R

$R_1 = 3R$

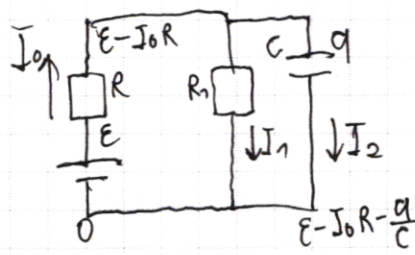
$I_0 = ?$

$U_C = ?$

$Q = ?$

Решение:

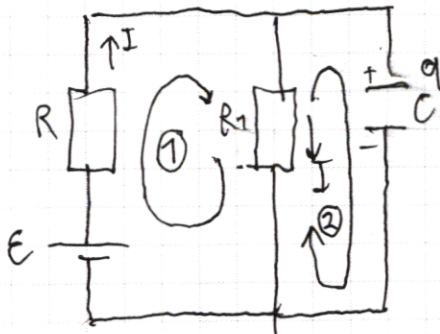
Найдём I_0 методом узловых потенциалов:



$q(0) = 0$, т. к. заряд ещё не успел набраться на конденсатор.

Поэтому
 $E - I_0 R = 0$
 $I_0 = \frac{E}{R}$

После установления постоянного тока $I_C = 0$ ($\dot{q} = 0$), поэтому имеем схему:



Запишем 2 правила Кирхгофа для обоих контуров:

$$\begin{cases} E - IR - IR_1 = 0 & - 1 \text{ контур} \\ \frac{q}{C} - IR_1 = 0 & - 2 \text{ контур} \end{cases}$$

$$I = \frac{E}{R + R_1} = \frac{E}{4R}$$

$$\frac{q}{C} = U_C = IR_1 = \frac{E}{4R} \cdot R_1 = \frac{3}{4} E$$

После замыкания размыкания ключа за предельно большое время вся энергия

ция, запасённая в конденсаторе, выделится в виде тепла на резисторе R . На резисторе R ничего не выделится, так как через него ток не пойдёт. Поэтому

$$Q = \frac{C U_C^2}{2} = \frac{C}{2} \cdot \frac{9}{16} E^2 = \frac{9}{32} E^2 C$$

Ответ: $I_0 = \frac{E}{R}$; $U_C = \frac{3}{4} E$; $Q = \frac{9}{32} E^2 C$