

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

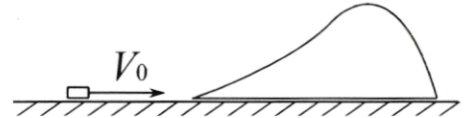
Шифр 5-032

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарика, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

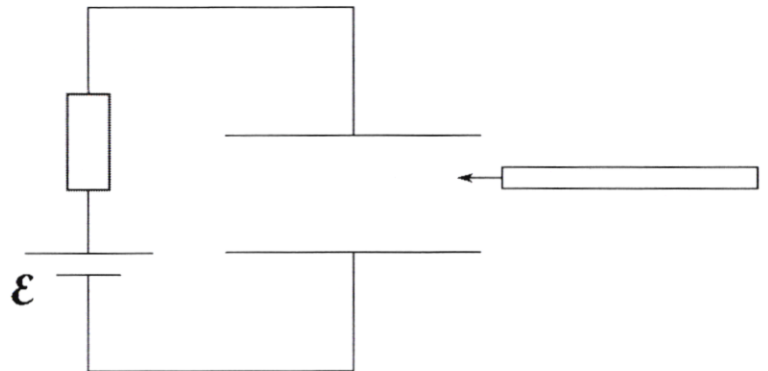


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27°C в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

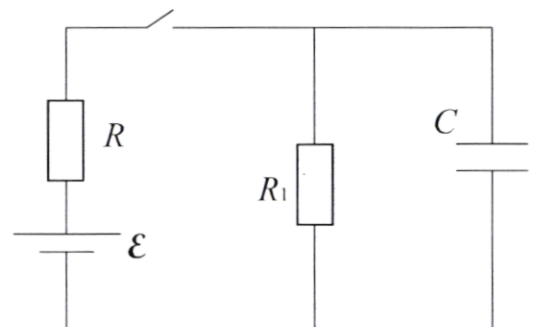
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС \mathcal{E} (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , \mathcal{E} , R .

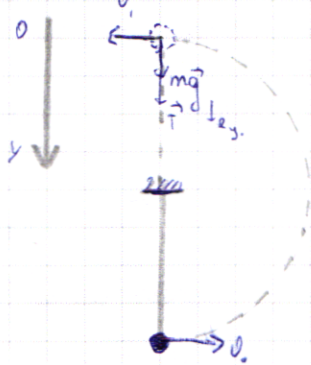


- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:
 $l = 0,5 \text{ м}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $v_0 = ?$

Решение:



Запишем Закон Сохранения Энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mg2l$$

Кин.
энергия

Энергия шарика
в верхней точке траект.

$$mg + T = \frac{mv_1^2}{l} \quad \text{— II-й закон Ньютона в проекц. на ось Oy.}$$

Условие минимальной горизонт. начальной скорости будет выполняться при нулевой силе натяж. нити (в верхней точке). Примем $T=0$,

Получим:

$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mg2l \\ mg = \frac{mv_1^2}{l} \end{cases}$$

Решая систему из 2 уравн. и 2 неизвестных, найдём v_0 .

$$v_1 = \sqrt{gl}, \quad v_0^2 = gl + 4gl, \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{5gl},$$

$$v_0 = \sqrt{5gl} = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = 5 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_0 = \sqrt{5gl} = 5 \text{ м/с.}$

№2

Дано:

m^*

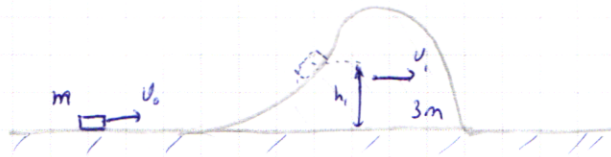
v_0^*

$M=3m$

1) h_1 - ?

2) v_{cm} - ?

Решение:



Т.к. на систему шайба-горка не действуют внешние силы (трение отсутствует), то она является замкнутой.

Затем закон сохранения энергии и закон сохранения импульса (на ось Ox)

$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = mgh_1 + \frac{(m+M)v_1^2}{2} \\ mv_0 = (m+M)v_1 \end{cases}$$

При входе ^{шайбы} на горку, в наибольшей точке своей траект. она будет двигаться вместе с горкой с какой-то скоростью v_1 .

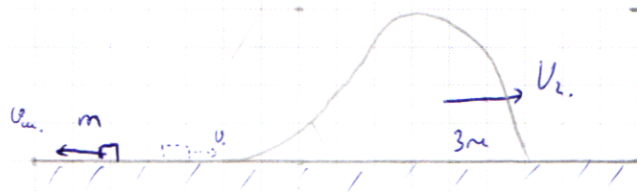
Учитывая, что $M=3m$ найдем h_1 .

$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = mgh_1 + \frac{4mv_1^2}{2} \\ mv_0 = 4mv_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{v_0^2}{2} = gh_1 + 2v_1^2 \\ v_1 = \frac{v_0}{4} \end{cases}$$

$$\frac{v_0^2}{2} - 2 \cdot \left(\frac{v_0}{4}\right)^2 = gh_1 \quad \Rightarrow \quad h_1 = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_0^2}{8g} = \frac{3v_0^2}{8g}$$

2)



После съезда шайба движ. влево, а горка вправо.

Затем ЗСД и ЗСУ (на ось Ox).

$$\begin{cases} mv_0 = 3mv_2 - mv_{cm} \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{3mv_2^2}{2} + \frac{mv_{cm}^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{v_0 + v_{cm}}{3} = v_2 \\ v_0^2 = 3v_2^2 + v_{cm}^2 \end{cases}$$

$$v_{cm}^2 + 3\left(\frac{v_0 + v_{cm}}{3}\right)^2 = v_0^2 \quad ; \quad / \times 3$$

$$3v_{cm}^2 + v_{cm}^2 + v_0^2 + 2v_{cm} \cdot v_0 = 3v_0^2$$

(продолж. на стр 3)

~~$$\begin{aligned} 3v_{cm}^2 + v_{cm}^2 + 2v_{cm} \cdot v_0 &= 2v_0^2 \\ v_{cm} (4v_{cm} + v_0) &= 0 \end{aligned}$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{2}$ (прог.)

$$2) \quad 3v_{ш}^2 + v_{ш}^2 + v_0^2 + 2v_{ш}v_0 = 3v_0^2$$

$$4v_{ш}^2 + 2v_{ш}v_0 - 2v_0^2 = 0$$

$$2v_{ш}^2 + v_{ш}v_0 - v_0^2 = 0$$

$$D = v_0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-v_0^2) = 9v_0^2$$

$$v_{ш} = \frac{-v_0 + 3v_0}{4} = \frac{v_0}{2}$$

(отрицат. знак $v_{ш}$ не имеет
физич. смысла)

$$v_{ш} = \frac{-v_0 - 3v_0}{4} = -v_0$$

$$v_{ш} = \frac{v_0}{2}$$

Ответ: 1) $h_1 = \frac{3v_0^2}{8g}$; 2) $v_{ш} = \frac{v_0}{2}$

$\sqrt{3}$

Дано:

Решение:

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

He;

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

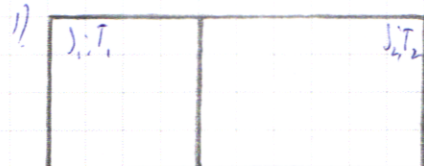
$$J_1 = 0,2 \text{ моль}$$

$$T_2 = 280 \text{ K}$$

$$J_2 = 0,3 \text{ моль}$$

1) $T_k = ?$

2) $P_k = ?$



Рассмотрим систему в целом.

Затем II изл. термодинамики:

$$\Delta Q = A + \Delta U$$

Сосуд теплоизолирован (по усл.), следовательно $\Delta Q = 0$; Работа не совершается (суммарная работа равна 0) $A = 0$.

$$\Delta Q = 0; A = 0, \Rightarrow \Delta U = 0 \text{ или } U = \text{const.}$$

сум. Внутренняя энергия двух газов постоянна.

$$\frac{3}{2} J_1 R T_1 + \frac{3}{2} J_2 R T_2 = \frac{3}{2} (J_1 + J_2) T_k R \quad (\text{He - одноат. газ})$$

$$J_1 T_1 + J_2 T_2 = (J_1 + J_2) T_k \quad T_k = \frac{J_1 T_1 + J_2 T_2}{J_1 + J_2} = 288 \text{ K} = 15^\circ \text{ C}$$

2) конечное давл. в сосуде найдёт из уравн. состояния идеального газа

$$P_k V = (J_1 + J_2) R T_k; \quad P_k = \frac{(J_1 + J_2) R T_k}{V} = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Ответ: 2) $P_k = \frac{(J_1 + J_2) R T_k}{V} = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па};$ 1) $T_k = \frac{J_1 T_1 + J_2 T_2}{J_1 + J_2} = 288 \text{ K} = 15^\circ \text{ C}$

№ 4

Дано:

Решение:

$$C_0^+;$$

$$\varepsilon^+;$$

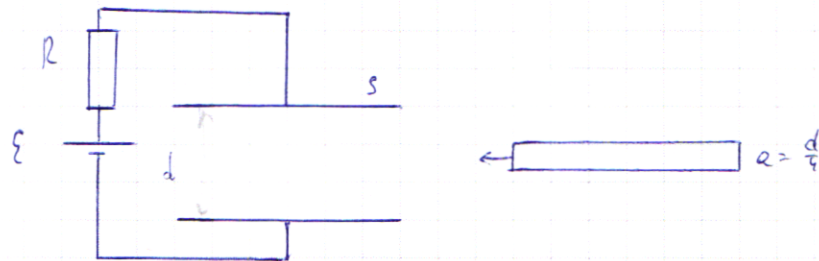
a - толщ. пласт.

d - расст. между пласт. конденс.

$$d = 4a$$

$$1) C_1 - ?$$

$$2) \Delta q - ?$$



1) Введем в конденсатор незаряженную проводящую пластинку (толщ. $\frac{d}{4}$), эквивалентно случаю когда мы сближаем пласт. конденс. на $\frac{d}{4}$.

Довольно очевидный факт:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, \text{ где } S - \text{площадь пласт., } d - \text{расстояние между ними.}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d - \frac{d}{4}} = \frac{4}{3} \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{4}{3} C_0$$

2) Заряд, прошедший через резистор, равен изменению заряда на обкладках конденсатора:

$$\Delta q = q_1 - q_0$$

$$q_1 = C_1 \varepsilon = \frac{4}{3} C_0 \varepsilon - \text{контактный заряд}; \quad q_0 = C_0 \varepsilon - \text{нач. заряд}$$

$$\Delta q = \frac{1}{3} C_0 \varepsilon$$

Ответ: 1) $C_1 = \frac{4}{3} C_0$; 2) $\Delta q = \frac{C_0 \varepsilon}{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$$R_1 = 3R;$$

$$R^2;$$

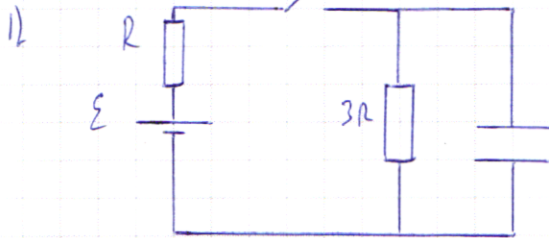
$$C; \mathcal{E}$$

1) $I_0 = ?$

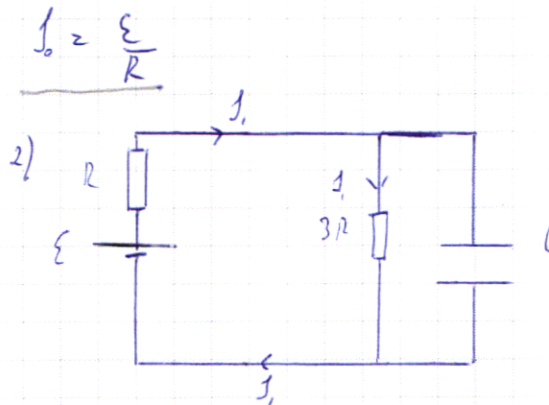
2) $U_C = ?$

3) $Q_{\text{выд.}}$

Решение:



Сразу после замыкания ключа C к напряж. на конд. не изменится, оно останется равным 0. Следовательно, ток пойдёт через резистор R и конд. C .



В установившемся режиме C ток через конд. не идёт. Напряж. на конд. будет равно напряж. на резисторе сопротивле- ния $3R$.

$$U_{3R} = U_C.$$

Сила тока в цепи равна:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{4R}.$$

$$U_{3R} = I_1 \cdot 3R = \frac{3}{4} \mathcal{E};$$

$$U_C = \frac{3}{4} \mathcal{E}.$$

3) После размыкания ключа, вся энергия запасённая в конд. выделится на резисторе сопр. $3R$. (Джоулево тепло).

$Q_{\text{выд.}} = Q_C = Q_{3R}$, $Q_{\text{выд.}} = \frac{CU_C^2}{2} = \frac{9}{32} C\mathcal{E}^2.$

Ответ: 1) $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$; 2) $U_C = \frac{3}{4} \mathcal{E}$; 3) $Q_{\text{выд.}} = \frac{9}{32} C\mathcal{E}^2.$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

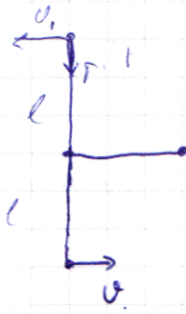
№1

$$l = 50 \text{ см}; \quad g = 10 \text{ м/с}^2;$$

$$\frac{m v_1^2}{2} + mg_2 l = \frac{m v_2^2}{2};$$

$$\frac{m v_1^2}{2} = mg;$$

$$v_1 = \sqrt{2gl};$$

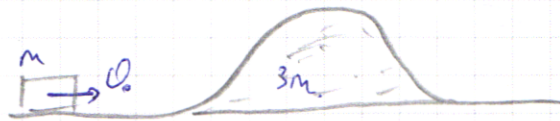


№2

$$\frac{m v^2}{2} = 2mgl; \quad v = \sqrt{4gl};$$

$$m a_{\text{ср}} = \frac{m v^2}{l}; \quad a = \sqrt{gl};$$

№2



$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m+M) v_1^2}{2} + mgh;$$

$$m v_0 = (m+M) v_1;$$

$$v_1 = \frac{m v_0}{m+M};$$

№3

$$v^+; T_1^+; J_1^+; T_2^+; J_2^+; \quad T_{\text{к}}^-?; P_{\text{к}}^-?$$

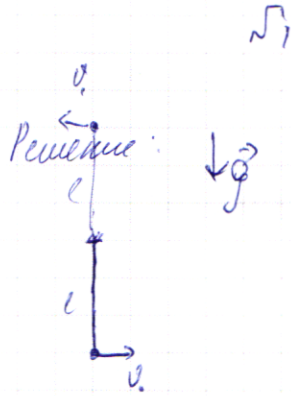
$$T_{\text{к}}^+;$$

№4

$$C_0; \epsilon^+; \quad a = \frac{d}{4};$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d};$$

Дано:
 $l = 0,5 \text{ м}$;
 $g = 10 \text{ м/с}^2$;
 $v_0 = ?$



Замечание ЗИЭ

~~Внутренней потенциальной энергии нити, полн. энергии~~

$$E_k = E_k' + \Delta \Pi$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgze;$$

Условие миним. горизонт. скорости будет выполняться при $T_0 = 0$,

$$\frac{mv_1^2}{2} = mgz, \quad v_1 = \sqrt{gz};$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mgz}{2} + mgze;$$

$$v_0 = \sqrt{5gz}; \quad = 5 \text{ м/с}$$

З2

З2

З3

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{(m+M)v_1^2}{2} = mgh; \quad m_0 = (m+M)g$$

h, z

$$mv_0 = Mv_1 - mv_2;$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2};$$

$$V^+; U_1^+; T_1^+; U_2^+; T_2^+ \text{ и т.д. } T_k^-? \quad P_k^-?$$

$$Q = 0; \quad A = 0; \quad \Delta U = 0, \quad U = \text{const.}$$

$$\frac{3}{2} J_1 T_1 + \frac{3}{2} J_2 T_2 = \frac{3}{2} (J_1 + J_2) R T_k$$

$$\frac{J_1 T_1 + J_2 T_2}{J_1 + J_2} = T_k;$$

$$P_k = V = (J_1 + J_2) R T_k;$$

$$P_k = \frac{(J_1 + J_2) R T_k}{v}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \begin{cases} m v_0 = 3m v_2 + m v_{ш.}, & v_2 = \frac{v_0 + v_{ш.}}{3}; \\ \frac{m v_0^2}{2} = \frac{3m v_2^2}{2} + \frac{m v_{ш.}^2}{2} \end{cases} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v_0^2 = 3 \cdot \left(\frac{v_0 + v_{ш.}}{3} \right)^2 + v_{ш.}^2;$$

$$3v_0^2 = v_0^2 + v_{ш.}^2 + 2v_0 v_{ш.} + 3v_{ш.}^2;$$

$$4v_{ш.}^2 - 2v_0^2 + 2v_0 v_{ш.} = 0, \quad 2v_{ш.}^2 + \frac{2}{3}v_0 v_{ш.} - \frac{2}{3}v_0^2 = 0.$$

$$D = 4v_0^2 + v_0^2 + 8v_0^2 = 9v_0^2.$$

$$v_{ш.} = \frac{-v_0 + 3v_0}{4} = \frac{v_0}{2}.$$

$$\frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,5} = \frac{60 + 84}{0,5} = 288k. \quad \begin{matrix} \times 28 \\ 3 \\ \hline 84 \end{matrix}$$

$$\frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 144 \cdot 10^3 = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Me}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{(d-a)} ; \quad C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d} ;$$

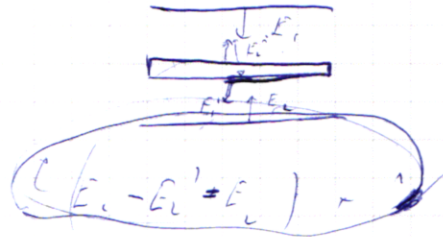
$$C_1 = \frac{4}{3} \frac{\epsilon_0 S}{(d-a)} = \frac{4}{3} C_0$$



~~$C_0 \epsilon = C_1 \epsilon$~~

~~$C_0 \epsilon = C_1 \epsilon$~~

• •



$$\Delta q = q_1 - q_0 = C_1 \epsilon - C_0 \epsilon = \frac{1}{3} C_0 \epsilon$$

