

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

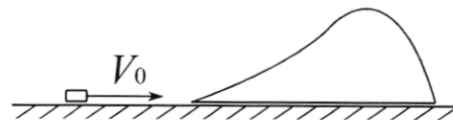
Шифр 06-025

(заполняется секретарём)

Вариант 11-04

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 18 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая монета массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $4m$ (см. рис.). Монета въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

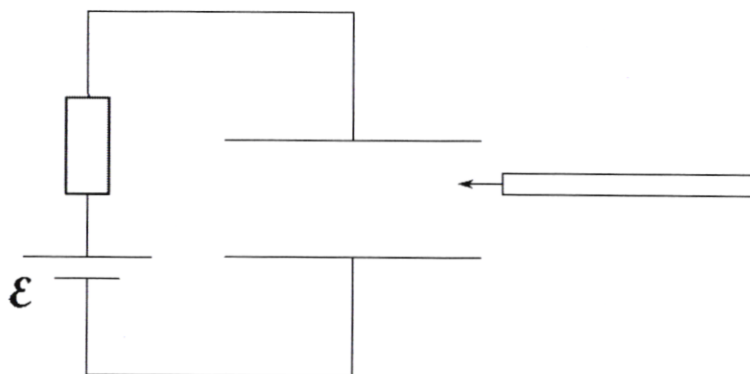


- 1) На какую максимальную высоту поднимается монета?
- 2) С какой скоростью монета съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре $127 \text{ }^\circ\text{C}$ в количестве $\nu_1 = 0,1$ моль. Во второй части находится гелий при температуре $7 \text{ }^\circ\text{C}$ в количестве $\nu_2 = 0,4$ моль. Перегородка прорывается.

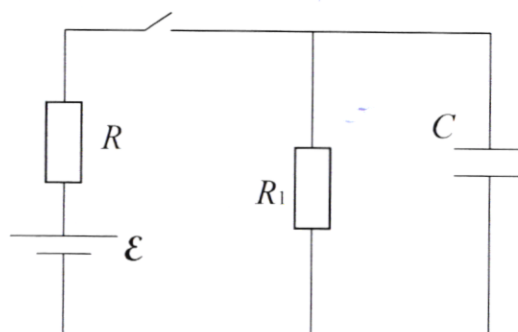
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС ε (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 3 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

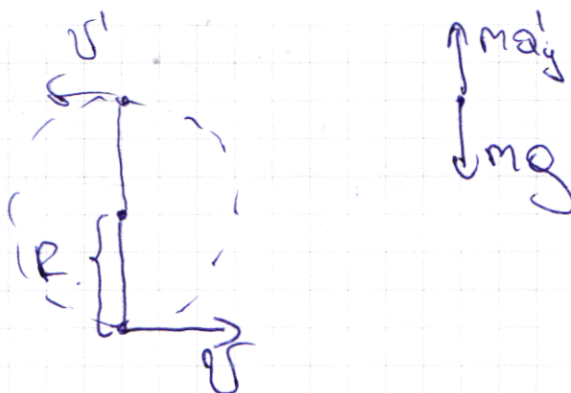
5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=4R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , ε , R .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1
Дано
 $R = 18 \text{ см}$
 $v = ?$



$$\frac{mv^2}{2} = 2mRg + \frac{mv'^2}{2}$$

$$\frac{v^2}{R} = a'_y \quad ma'_y = mg \quad (\text{м.к. предельный случай и } T=0 \text{ нить не натягивает})$$

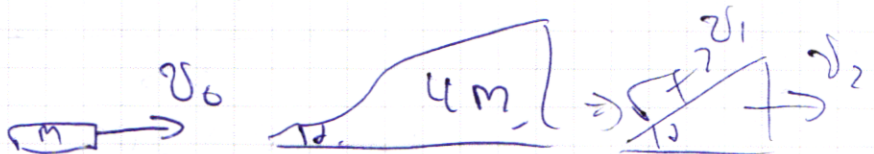
$$\frac{v^2}{R} = g \quad v = \sqrt{gR}$$

$$v^2 = 4gR + gR = 5gR \quad v = \sqrt{5gR}$$

$$\sqrt{5 \cdot 10 \cdot 18 \cdot 10^{-2}} = 3 \text{ м/с}$$

Ответ $v = 3 \text{ м/с}$.

N2
Дано
 $m, 4 \text{ м}, v_0$
 $H = ?$
 $v_2 = ?$



$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = \frac{5mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} \\ mv_0 = mv \cos \alpha + 5m v_2 \end{cases} \quad v_2 = \sqrt{\frac{v_0^2 - v_1^2}{5}}$$

$$(v_0 - v_1 \cos \alpha)^2 = 5v_2^2 - 5v_1^2$$

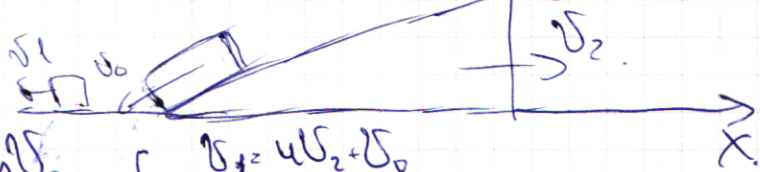
$$v_1^2 (\cos^2 \alpha + 5) - 2v_0 v_1 \cos \alpha - 4v_0^2 = 0$$

$$v_1 = \frac{2v_0 \left(\frac{1 \pm \sqrt{5 \cos^2 \alpha + 20}}{\cos^2 \alpha + 5} \right)}{2} = v_0 \left(\frac{1 \pm \sqrt{5 \cos^2 \alpha + 20}}{\cos^2 \alpha + 5} \right)$$

$\Delta = 4v_0^2 \cos^2 \alpha + 16v_0^2 \cos^2 \alpha + 80v_0^2$
(тогда $v_1 < 0$ м.к. не может быть. Смотрим против знака v_0 - тогда $v_1 > v_0$ невозможно.)

Значит, когда монета заезжает на горку, она остается неподвижной

$$mgh = \frac{mV_0^2}{2} \quad H = \frac{V_0^2}{2g}$$



$$\begin{cases} -mV_0 = -mV_1 + 4mV_2 \\ \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \frac{4mV_2^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 = 4V_2 + V_0 \\ \frac{mV_0^2}{2} = \frac{m(16V_2^2 + V_0^2 + 8V_0V_2)}{2} + 4V_2^2 m \\ 20V_2^2 + 8V_0V_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2 = 0 \\ V_2 = -0,4V_0 \text{ — невозможно} \end{cases} \Rightarrow$$

\Rightarrow горка опять остается неподвижной и $V_k = V_0$
 Ответ $H = \frac{V_0^2}{2g}$; $V_k = V_0$

N3

Доано

$$V_0 = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$t_1 = 12^\circ\text{C}$$

$$V_1 = 0,1 \text{ моль}$$

$$V_2 = 0,4 \text{ моль}$$

$$t_2 = 7^\circ\text{C}$$

$$T_0 = ?$$

$$P_0 = ?$$

$$V_1 t_1 + V_2 t_2 \Rightarrow (V_1 + V_2) t_0 P_0$$

$$c m_1 (t_1 - t_0) = c m_2 (t_0 - t_2)$$

$$V_1 T_1 - V_1 T_0 = V_2 T_0 - V_2 T_2$$

$$T_0 = \frac{V_1 T_1 + V_2 T_2}{V_1 + V_2} =$$

$$= \frac{0,1 \cdot 400 + 0,4 \cdot 280}{0,5} = \frac{4 \cdot 380}{5} = 304 \text{ K} = 31^\circ\text{C}$$

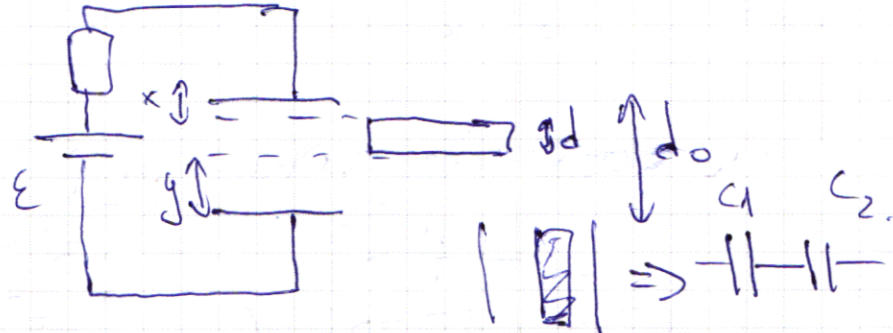
$$P_0 V_0 = (V_1 + V_2) R T_0 \quad P_0 = \frac{(V_1 + V_2) R T_0}{V_0} =$$

$$= \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 304}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 152 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

Ответ $T_0 = 304 \text{ K}$ $P_0 = 152 \cdot 10^3 \text{ Па}$
 $t_0 = 31^\circ\text{C}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4
Дано
 Φ_0, ϵ
 $d = \frac{d_0}{3}$
Найти
 $C = ?$
 $\Delta Q = ?$



$$C_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0}$$

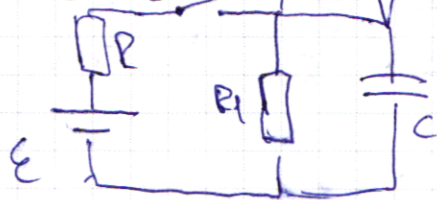
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{y}{\epsilon \epsilon_0 S} + \frac{x}{\epsilon \epsilon_0 S} = \frac{x+y}{\epsilon \epsilon_0 S}$$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{x+y} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0 - d} = \frac{3}{2} \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d_0} = \frac{3}{2} C_0$$

$$q_0 = C_0 \epsilon \quad q' = C \epsilon = \frac{3}{2} C_0 \epsilon$$

$$\Delta Q = \frac{1}{2} C_0 \epsilon$$

Ответ $C = \frac{3}{2} C_0$ $\Delta Q = \frac{1}{2} C_0 \epsilon$

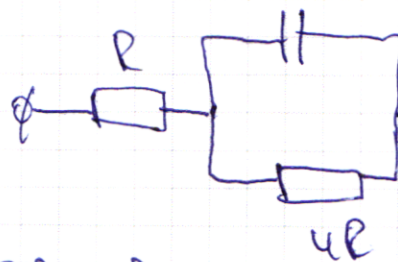


$$I_{max} = I_{max} e^{-\frac{t}{RC}}$$

в момент $t=0$

$$I_k = I_{max}$$

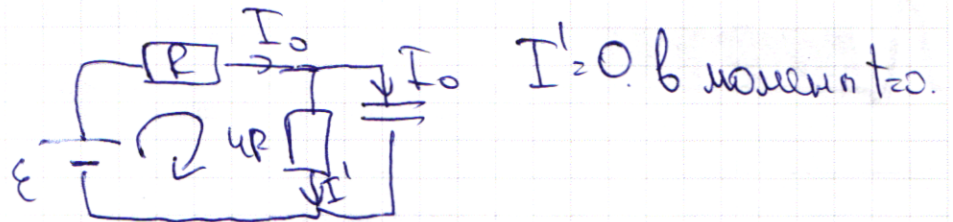
в момент $t=0$. весь ток



текущий идет через конденсатор.

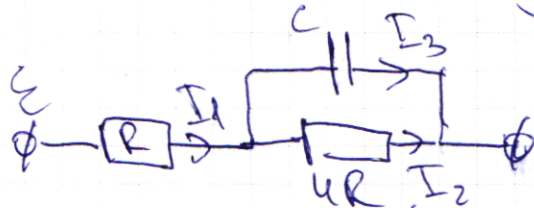
№5
Дано
 ϵ, C, R
 $R_1 = 4R$
Найти
 I_0, U_C, Q

$$I_0 = I_{00}$$



$$\varepsilon = I_0 R \quad I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

После того как конденсатор зарядился.

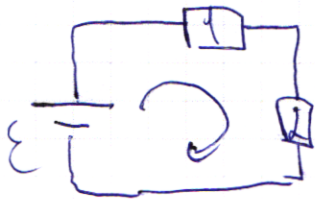


$$I_3 = 0$$

$$I_1 = I_2$$

$$\frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{4R}$$

$$U_2 = 4U_1$$



$$\varepsilon = U_1 + U_2 = \frac{5}{4} U_2$$

$$U_2 = \frac{4}{5} \varepsilon$$

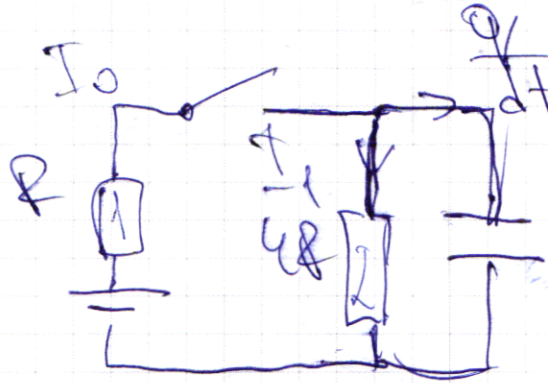
$$Q = \left| \frac{C U_2^2}{2} - \frac{C \varepsilon^2}{2} \right| = \left| \frac{16 C \varepsilon^2}{50} - \frac{\varepsilon \varepsilon^2}{2} \right| =$$

$$= \left| \frac{16}{50} C \varepsilon^2 - 0,5 C \varepsilon^2 \right| = 0,18 C \varepsilon^2$$

Ответ $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$; $U_2 = \frac{4}{5} \varepsilon$; $Q = 0,18 C \varepsilon^2$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Phi_{\text{общ}}$
 R_1, R_2, R_3
 C, ϵ
 I_0, I_1, I_2
 U_1, U_2
 Q_1, Q_2



$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$I_1 = \frac{dQ}{dt}$$

$$I_2 = \frac{U}{CR}$$

$$\frac{dQ}{dt}$$

~~$$\epsilon - I_0 R = U_1 = U_2$$~~

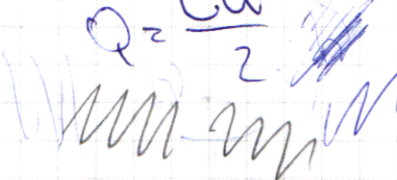
$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$I_2 = I_0 \frac{1}{RC}$$

$$\epsilon - I_0 R = I_0 \cdot CR = \frac{dQ}{dt}$$

$$Q = \frac{C \epsilon^2}{2}$$

в момент
 времени $t=0$
 & все I_0 идет через кату

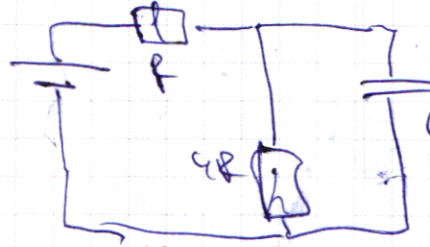


$$I_0 = I_1 \left(1 + \frac{CR}{dt}\right)$$

$$I_2 = I_0 \frac{1}{RC}$$

$$\epsilon = I_0 R$$

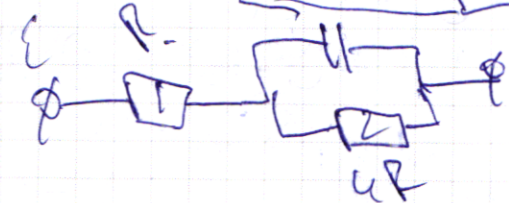
$$I_0 = \frac{\epsilon}{R}$$



$$\epsilon = U_1 = U_2$$

$$I_1 = I_2$$

~~$$\epsilon - U_1 = 0$$~~

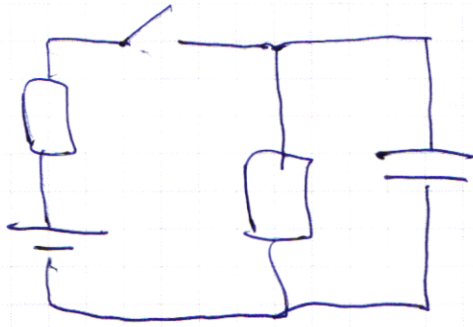


$$I_1 = I_2$$

$$CR = \frac{U_2}{CR} \quad U_2 = CU_1$$

$$\epsilon = CU_1 \quad CR = \frac{\epsilon}{C} \quad U_2 = \frac{\epsilon}{5}$$

$$U_1 = U_2 = \frac{\epsilon}{5}$$



$$Q = \frac{CU^2}{2} \frac{dL \epsilon^2}{25-2} = 0,32 C \epsilon^2.$$

N2.

~~Handwritten notes and diagrams for problem N2, including velocity vectors and energy equations.~~

~~v_0~~

~~v_1~~

~~$v_0 \cos \alpha + v_1 \cos \beta = v_0$~~

~~$m v_0^2 = 4 m v_1^2 + m v_2^2$~~

~~$v_2 = v_0 - 4 v_1$~~

~~$v_0^2 = 4 v_1^2 + v_2^2$~~

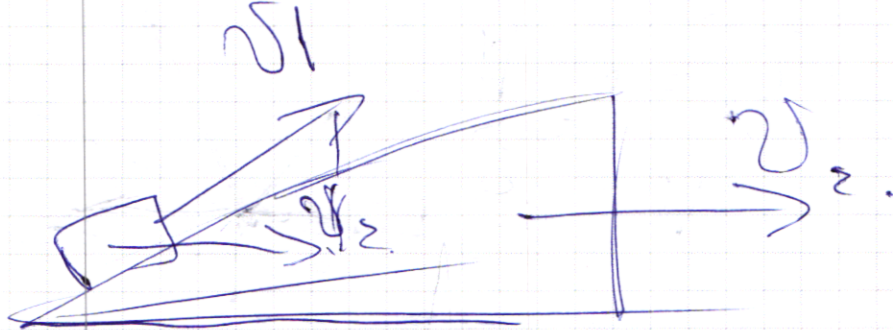
~~$v_0^2 = 4 v_1^2 + (v_0 - 4 v_1)^2 = 8 v_0 v_1 - 8 v_1^2$~~

~~$5 v_1^2 - 2 v_0 v_1 = 0$~~

~~$v_1 = 0,4 v_0$~~

$v_1 = 0,4 v_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



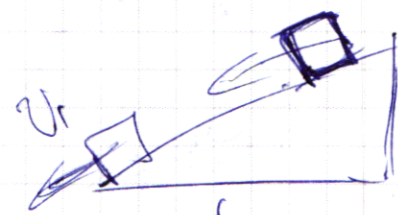
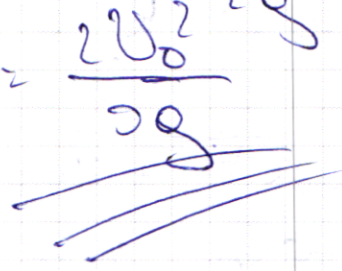
$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = \frac{5mv_1^2}{2}, \frac{mv_1^2}{2} = \frac{5mv_2^2}{2} + mgh \\ mv_0 = 5mv_2 + mv_1 \cos \alpha \end{cases}$$

$$H = \frac{v_0^2 - 5v_2^2}{2g}$$

$$v_1 = v_0 - 5v_2$$

$$H = \frac{v_0^2 (1 - \frac{5}{9})}{2g}$$

$$\begin{aligned} v_1^2 - 5v_2^2 + v_0^2 + 2 \cdot 5v_2^2 - 10v_0v_2 &= 0 \\ 30v_2^2 - 10v_0v_2 &= 0 \\ v_2 &= \frac{v_0}{3} \end{aligned}$$

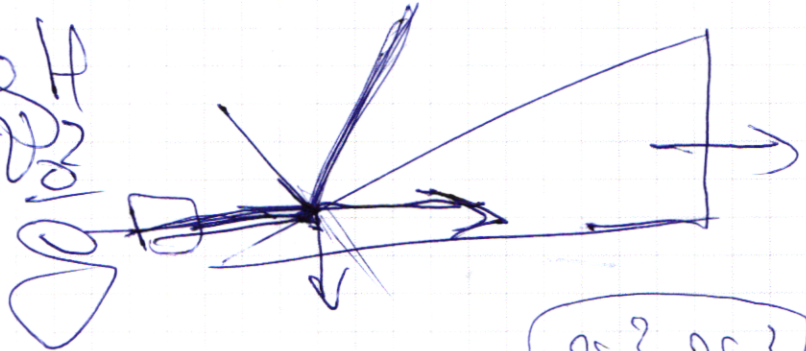


$$\begin{aligned} &= m v_1^2 + 5 m v_2^2 = m v_0^2 + 4 m v_2^2 \\ & m v_1 \cos \alpha + 5 m v_2 = m v_0 \\ & 10 m v_2 - m v_0 = m v_1 + 4 m v_2 \\ & \frac{m v_1^2}{2} + \frac{5 m v_2^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -mV_1 + 5mV_2 = 4mV_3 - mV \\ \frac{mV_1^2}{2} + \frac{5mV_2^2}{2} = \frac{4mV_3^2}{2} + \frac{mV^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} m(V_0 - V) = 4mV \\ \frac{mV_0^2}{2} = \frac{4mV^2}{2} + mV^2 \end{cases}$$

$$mV_0^2 = mgh$$

$$h = \frac{V_0^2}{g}$$



$$mV_0^2 = 5mV_2^2 + mV_1^2$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{V_0^2 - V_1^2}{5}}$$

$$mV_0 = 5mV_2 + mV_1 \cos \alpha$$

$$V_0 = \sqrt{5(V_0^2 - V_1^2)} + V_1 \cos \alpha$$

$$(V_0 - V_1 \cos \alpha)^2 = 5V_0^2 - 5V_1^2$$

$$V_0^2 + V_1^2 \cos^2 \alpha - 2V_0 V_1 \cos \alpha = 5V_0^2 - 5V_1^2$$

$$V_1^2 (1 + \cos^2 \alpha) - 2V_0 V_1 \cos \alpha = 4V_0^2$$

$$D = 4V_0^2 \cos^2 \alpha + 16V_0^2 + 16\cos^2 \alpha V_0^2 =$$

$$= 16V_0^2 + 20V_0^2 \cos^2 \alpha = k$$

$$V_1 = \frac{2V_0 \cos \alpha \pm \sqrt{4V_0^2 \cos^2 \alpha + 16V_0^2 + 16\cos^2 \alpha V_0^2}}{2(1 + \cos^2 \alpha)}$$

$$\rightarrow \frac{V_0 \cos \alpha + k}{1 + \cos^2 \alpha} \quad k > 0$$

$$= 2V_0 \left(\frac{\cos \alpha + \sqrt{5\cos^2 \alpha + 4}}{1 + \cos^2 \alpha} \right) \frac{\cos \alpha + k}{1 + \cos^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\cos^2 \alpha < \cos \alpha$$

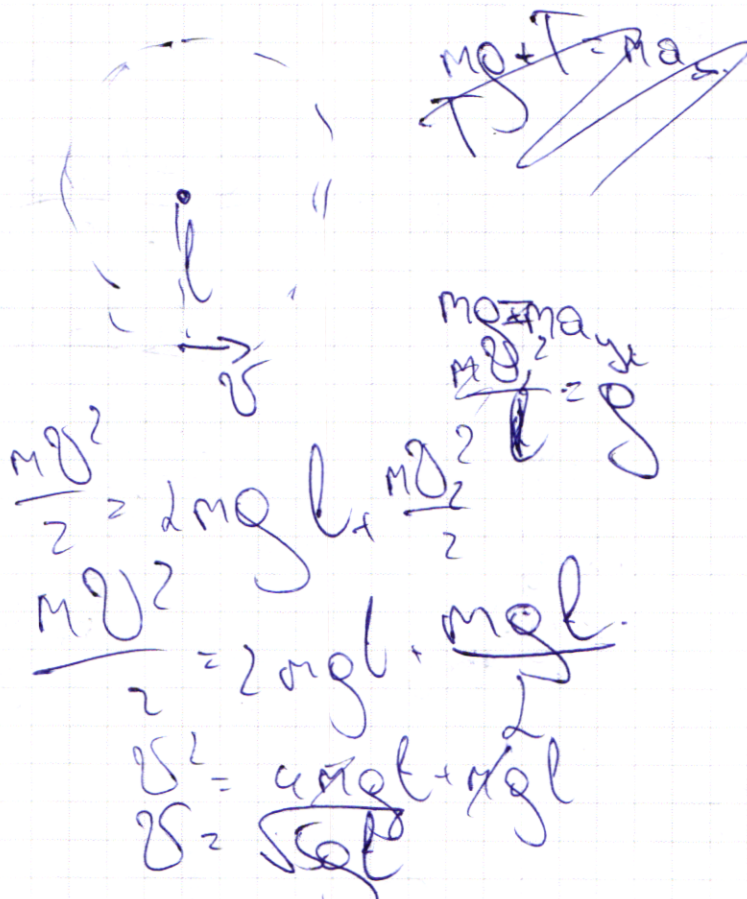
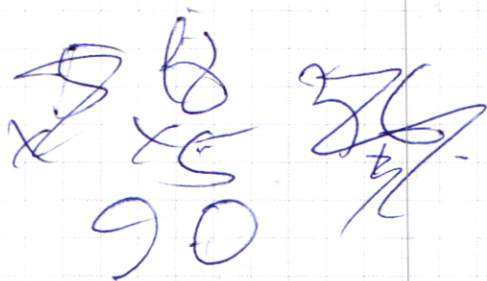
$\Rightarrow V_1 > V_0$ невозможна \Rightarrow

$V_1 = V_0 \Rightarrow$ шарик не движется.

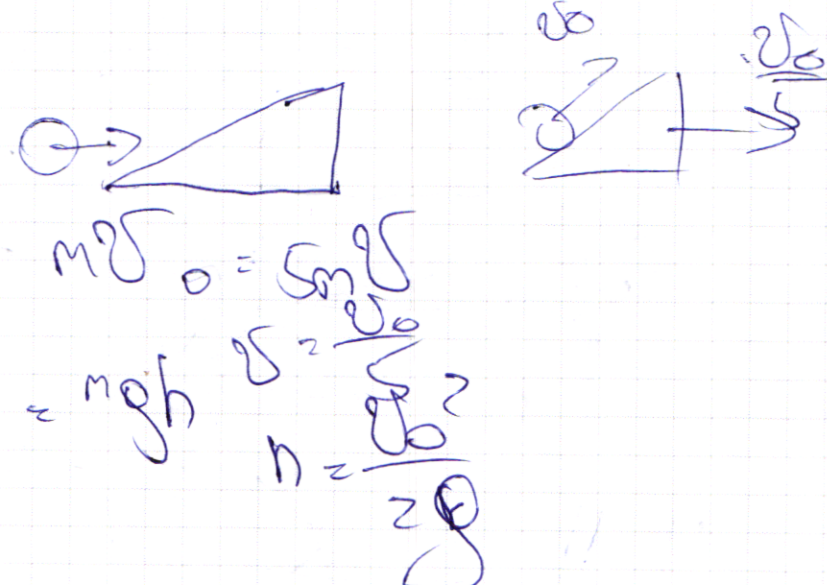
$$h = \frac{V_0^2}{g}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Down
 $l = 1.8 \text{ м}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $v = ?$



N_2
 $v_0 = m$
 $4m$



N3

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$t_1 = 27^\circ \text{C}$$

$$V_1 = 0,1 \text{ m}^3$$

$$t_2 = 27^\circ \text{C}$$

$$V_2 = 0,4 \text{ m}^3$$

$$P = 0,1$$

$$t_0 = ?$$

$$\begin{matrix} 380 \\ \times 8 \\ \hline 304 \\ 380 \end{matrix}$$

$$cm_1(t_1 - t_0) = cm_2(t_0 - t_2)$$

$$V_1 t_1 - V_1 t_0 = V_2 t_0 - V_2 t_2$$

$$t_0 = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{V_1 + V_2}$$

$$= \frac{40 + 4 \cdot 27}{0,5} =$$

$$= \frac{4(100 + 27)}{5} = \frac{4 \cdot 127}{5} = 101,6 \text{ K}$$

$$\frac{4 \cdot 380}{5} = 4 \cdot 76 = 296 \text{ K}$$

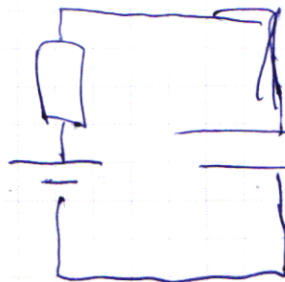
$$\begin{matrix} 278 \\ \times 8 \\ \hline 222 \\ 380 \\ \hline 196 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 278 \\ \times 8 \\ \hline 222 \\ 380 \\ \hline 196 \end{matrix}$$

$$P_{\mu} V = (V_1 + V_2) P T_0$$

$$P_{\mu} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 27}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 148 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

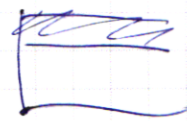
04
Дано
 C_0, ϵ
 $C_1 = ?$
 $q_1 = ?$



$$d = \frac{l}{2}$$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{l}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{l-d}$$



$$= \frac{\epsilon \epsilon_0 S \cdot 3}{2l}$$

$$\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{3}{2} C_0 C_2}{\frac{3}{2} C_0 + C_2}$$

$$q_0 = C_0 \epsilon$$

$$q_1 = C_1 \epsilon = \frac{3}{2} C_0 \epsilon = \frac{3}{2} q_0$$

$$q_2 = C_2 \epsilon = \frac{1}{2} C_0 \epsilon = \frac{1}{2} q_0$$

|| ||

$$\frac{1}{C_0} = \frac{x}{\epsilon \epsilon_0 S} + \frac{q_1}{\epsilon \epsilon_0 S} = \frac{x + q_1}{\epsilon \epsilon_0 S}$$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{x + q_1}$$

$$x + q_1 = \frac{l-d}{\epsilon \epsilon_0 S}$$