

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

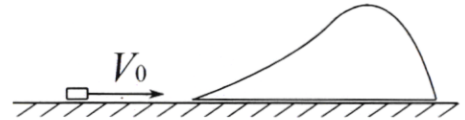
Шифр 06-034

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарик, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

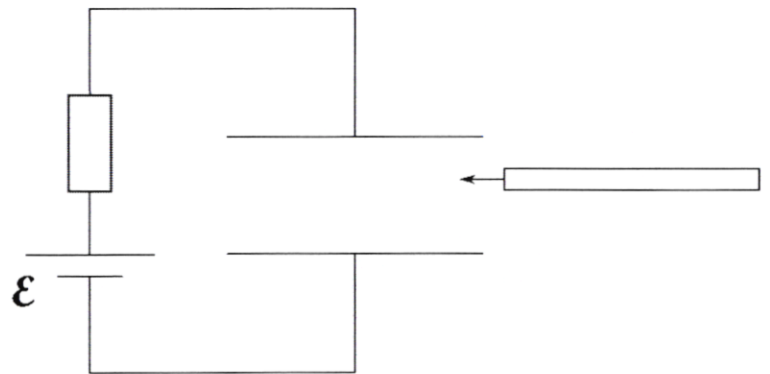


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27°C в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

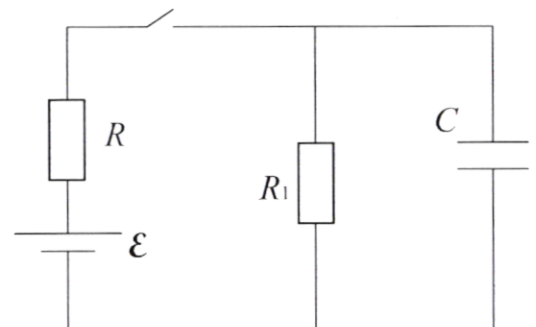
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС \mathcal{E} (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

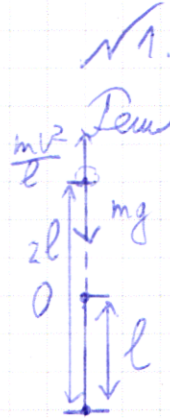
5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , \mathcal{E} , R .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:
 $l = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $v_0 = ? \text{ м/с}$



Решение:

Баланс сил в верхней
точке траектории:

$$\vec{F}_T + \vec{F}_{ц.д.} = 0, \quad \frac{F_{ц.д.} - F_T}{m \cdot k} = ma$$

$F_T = F_{ц.д.}$, т.к. если $F_{ц.д.} < F_T$, шарик не сделает полный оборот, а сделает лишь под-оборот, «отскочившись» в верхней точке. Значит $F_{ц.д.} \geq F_T$, к.т.к. $F_{ц.д.} \sim v_0^2$, а v_0 по условию минимальна, то $F_T = F_{ц.д.}$

$$mg = \frac{mv^2}{l}, \quad \text{где } v - \text{ скорость в верхней точке траектории.}$$

$$v = \sqrt{lg}$$

Запишем ЗСЭ для верхней и нижней точек траектории:

$$\frac{mv_0^2}{2} = 2mgl + \frac{mv^2}{2}$$

$$v_0^2 = 4gl + gl, \quad v_0 = \sqrt{5gl}$$

$$v_0 = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = 5 \text{ м/с} \quad \left[\sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \text{м/с} \right]$$

Ответ: $v_0 = 5 \text{ м/с}$.

Дано:

$v_1 = 0,3 \text{ моль}$
 Дано: $v_2 = 0,2 \text{ моль}$

$$V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$T_1 = 27^\circ \text{C} = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 7^\circ \text{C} = 280 \text{ K}$$

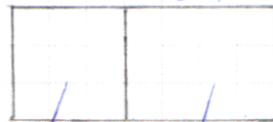
$T - ? \text{ K}$

$p - ? \text{ Па}$

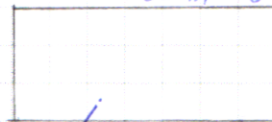
№3.

Решение:

Состояние 1



Состояние 2



до

после

v_1, T_1 v_2, T_2

$p, V, T, (v_1 + v_2)$

Так как сосуд излучивающ, количество вещества изменится нет.

$Q = \Delta U + A$ - первое начало термодинамики

$$0 = \left(\frac{3}{2}(v_1 + v_2)RT\right) - \frac{3}{2}v_1RT_1 - \frac{3}{2}v_2RT_2 + pA_{\text{стис.}}$$

$A_{\text{стис.}} = 0$, так как в целом газ работы не совершает

$$\frac{3}{2}(v_1 + v_2)RT - \frac{3}{2}v_1RT_1 - \frac{3}{2}v_2RT_2 = 0$$

$$(v_1 + v_2)T = v_1T_1 + v_2T_2$$

$$T = \frac{v_1T_1 + v_2T_2}{v_1 + v_2} = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,3 + 0,2} = 288 \text{ K} = 15^\circ \text{C}$$

Запишем уравнение состояния для состояния 2.

$$pV = (v_1 + v_2)RT$$

$$p = \frac{(v_1 + v_2)RT}{V} = p = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Ответ: $T = 15^\circ \text{C}$, $p = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Дано:

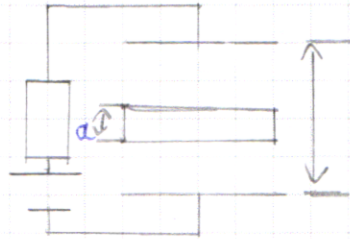
C_0

ϵ

$a = \frac{1}{4}d$

$C = ?$

$\Phi_R = ?$



Получившаяся система из плоского конденсатора d и пластины представляет из себя систему из

двух плоских воздушных конденсаторов, соединённых последовательно.

Пусть расстояние от верхней границы пластины до верхней обкладки конденсатора равно d , тогда расстояние между нижней обкладкой и нижней частью конденсатора будет равно $\frac{3}{4}d - a - d = (\frac{3}{4} - 1)d$.

Запишем уравнение плоского конденсатора для получившейся двух конденсаторов:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{Ld} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{(\frac{3}{4} - 1)d}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{— для последовательного соединения.}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{Ld}{\epsilon_0 S} + \frac{(\frac{3}{4} - 1)d}{\epsilon_0 S} = \frac{3d}{4\epsilon_0 S}$$

$$C = \frac{4}{3} \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{4}{3} C_0$$

$q_R = C \mathcal{E} - q_C - q_{C_0}$ - через резистор уйдет заряд, который накопится на конденсаторе

$$q_R = C \mathcal{E} - C_0 \mathcal{E}$$

$$q_R = \frac{4}{3} C_0 \mathcal{E} - C_0 \mathcal{E} = \frac{1}{3} C_0 \mathcal{E}$$

Ответ: $C = \frac{4}{3} C_0, q_R = \frac{1}{3} C_0 \mathcal{E}$

№5.

Решение:

Дано:

$$R_1 = 3R$$

C

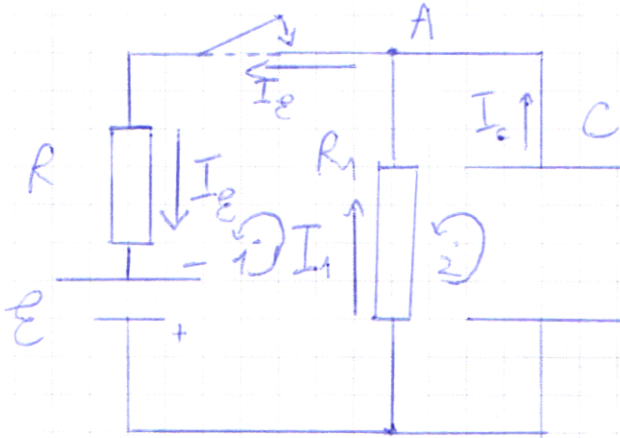
\mathcal{E}

R

$I_{\mathcal{E}} = ?$

$U_{\text{сум.}} = ?$

Q разгн. = ?



Заменим второе правило Кирхгофа для контуров 1 и 2.

$$U_C - I_1 R_1 = 0$$

В начальный момент времени после замыкания ключа $U_C = 0$

$$I_1 R_1 + I_{\mathcal{E}} R = \mathcal{E}$$

$$I_1 R_1 = 0 \Rightarrow \text{в начальный момент}$$

$$I_{\mathcal{E}}(0) R = \mathcal{E}$$

$$I_{\mathcal{E}}(0) = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Режим установился. $I_c = 0$

$$U_c - I_1 R_1 = 0$$

$$U_c = I_1 R_1$$

$$I_1 R_1 + I_\epsilon R = \mathcal{E}$$

$$I_1 + I_c = I_\epsilon - \text{закт узла A}$$

$$I_1 = I_\epsilon$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R + R_1}$$

$$I_1 R_1 = \mathcal{E} \frac{R_1}{R + R_1}$$

$$U_c = \mathcal{E} \frac{R_1}{R + R_1} = \frac{3}{4} \mathcal{E}$$

При размыкании ключа в виде тепла выделяется вся энергия, накопленная в конденсаторе.

$$Q = \frac{C U_c^2}{2}$$

$$Q = \frac{C \cdot \left(\frac{3}{4} \mathcal{E}\right)^2}{2} = \frac{9 C \mathcal{E}^2}{32}$$

$$\text{Ответ: } I_\epsilon(0) = \frac{\mathcal{E}}{R}, U_{c, \text{уст.}} = \frac{3}{4} \mathcal{E}, Q = \frac{9}{32} C \mathcal{E}^2.$$

Дано:

$$m$$

$$M = 3m$$

$$V_0$$

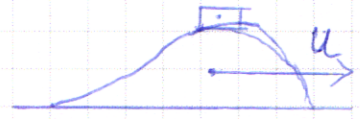
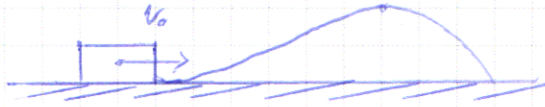
$$F_{\text{тр.}} = 0$$

$$H = ?$$

$$V_{\text{к.}} = ?$$

√2.

Решение:



ЗСМ для моментов, когда шарик колеса
- на горку, и когда шарик достигла
максимальной высоты:

$m V_0 = (3m + m) u$, где u - скорость движения
горки.

$$V_0 = 4u, \quad u = \frac{1}{4} V_0$$

ЗСЭ для этих же моментов:

$$\frac{m V_0^2}{2} = mgH + \frac{4m}{2} u^2$$

$$H = \frac{V_0^2 - \frac{1}{4} V_0^2}{2g} = \frac{3V_0^2}{8g}$$

Теперь запишем ЗСЭ и ЗСМ для $t > 0$ и ~~то~~ всегда
с горки.

$$m V_0 = -m V_{\text{к.}} + 3m u_2, \quad u_2 = \frac{1}{3}(V_0 + V_{\text{к.}})$$

$$\frac{m V_0^2}{2} = \frac{m V_{\text{к.}}^2}{2} + \frac{3m u_2^2}{2}$$

$$V_0^2 = V_{\text{к.}}^2 + 3u_2^2$$

$$3V_0^2 = 3V_{\text{к.}}^2 + 3 \cdot 9 \cdot \left(\frac{1}{9}\right) \cdot (V_0^2 + 2V_0 V_{\text{к.}} + V_{\text{к.}}^2)$$

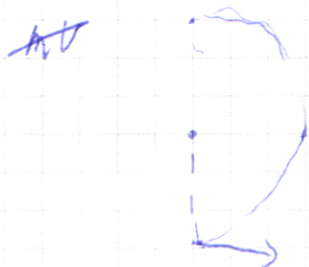
$$V_{\text{к.}}^2 + \frac{1}{2} V_0 V_{\text{к.}} - \frac{1}{2} V_0^2 = 0$$

$$V_{\text{к.1}} = -V_0 \quad \text{не подходит;} \quad V_{\text{к.2}} = \frac{1}{2} V_0$$

$$\text{Ответ: } H = \frac{3V_0^2}{8g}, \quad V_{\text{к.}} = \frac{1}{2} V_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



$$v^2 = \frac{v^2}{2g} = 2h$$

$$v = 2\sqrt{gh}$$

$$mV_0 = 4mU + mV$$

$$= 4mU - mV$$

$$\Delta Q E = 4U \cdot \frac{m}{2}$$

$$\frac{4mU}{V_0^2} = 8U$$

$$\frac{v_1^2}{2} = g$$

$$v_1 = \sqrt{2g}$$

$v_1 +$

$$2mgl + \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2}$$

$$2,5gl = 0,5V_0^2$$

$$V_0 = \sqrt{2,5gl} = \sqrt{10 \cdot 5 \cdot 0,5} = 5 \text{ м/с}$$

№2.

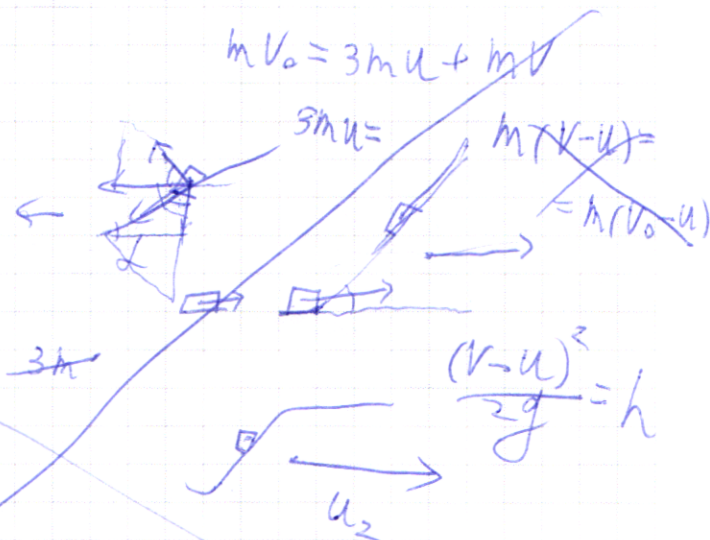
~~$$mV_0 = (3m + m)u_1 + mu_2$$~~

~~$$V_0 = 4u_1 + u_2$$~~



~~$$mg \cos \alpha = N$$~~
~~$$mg \cos^2 \alpha = F_2$$~~
~~$$g \cos^2 \alpha = 3a_2$$~~

~~$$\int g \cos^2 \alpha dt = v_0$$~~



~~$$mV_0 = 3mu + mV$$~~

~~$$3mu =$$~~

~~$$m(V-u) =$$~~

~~$$= m(V_0 - u)$$~~

~~$$\frac{(V-u)^2}{2g} = h$$~~

~~$$mV_0 = 3mu + mV$$~~

~~$$mV = mV - 3mu$$~~

№2.

~~$$mV_0 = m(V_0 - u_1) = mu_2$$~~

~~$$mV_0 = 4mu_1 + mu_2$$~~

~~$$V_0 = u_2 + u_1$$~~

~~$$V_0 = 4u_1 + u_2$$~~

~~$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{4mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}$$~~

$$m v_0 = 4m u_2 + m u_1$$

$$v_{rel} = u_1 - u_2$$

$$v_0 = u_1 + 4u_2$$

$$m(v_0 - u_2) = m u_1$$

$$h = \sqrt{2g u_1}$$

$$v_0 = u_1 + 4u_2$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m u_1^2}{2} + \frac{4m u_2^2}{2}$$

$$v_0^2 = u_1^2 + 4u_2^2$$

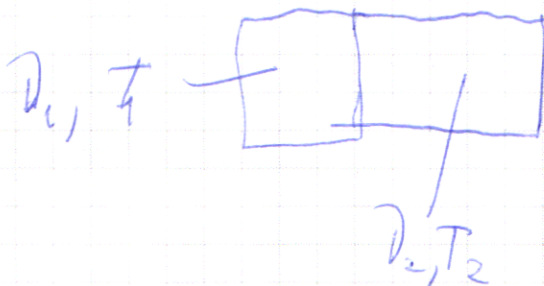
$$(u_1 + 4u_2)^2 = u_1^2$$

$$m v_0 = 3m u_2 + m(u_1 + u_2)$$

$$m v_0 = 3m u_2 + m u_1 + m u_2$$

$$v_0 = u_2$$

3.



$$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

$$\frac{p_1 V_1}{\nu_1 (T_1 + \Delta T)}$$

$$\frac{p(V_1 + V_2)}{T} = \frac{p_1 V_1}{T_1 + \Delta T} + \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$V_1 + V_2 = V$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_1 V_1}{T}$$

$$p = \frac{T}{V} \cdot \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{T}{V} \cdot \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\nu_1 R \Delta T_1 = - \frac{\nu_1 R T_2}{T_1 + \Delta T_1} \int_{V_1}^V p dV$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{3}{2} \nu_1 R T_1 = \frac{3}{2} \nu_2 R T_2$$

$$\frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{3}{2} \nu_2 R T_2$$

$$\Delta Q = A_1 + 4U$$

$$\frac{3}{2} \nu_1 R T_1 = \frac{3}{2} \nu_2 R T_2$$

$$\nu_1 (T - T_1) = \nu_2 (T_2 - T_2)$$

$$T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,5} = 276K \text{ (288K)}$$

$$\rho V = (\nu_1 + \nu_2) R T$$

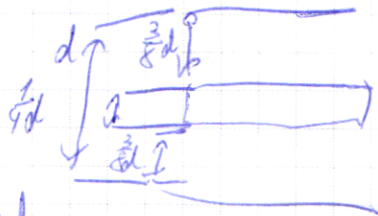
$$\rho = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T}{V} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$\rho V = (\nu_1 + \nu_2) R T$

$\rho = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T}{V} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 1,44 \cdot 10^5 \text{ Па}$

№9.

$\frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} = C_0$



$Ld \quad (\frac{2}{3} - L)d$

$\frac{Ld}{\epsilon_0 S} + \frac{(\frac{2}{3} - L)d}{\epsilon \epsilon_0 S} = \frac{1}{C_k}$

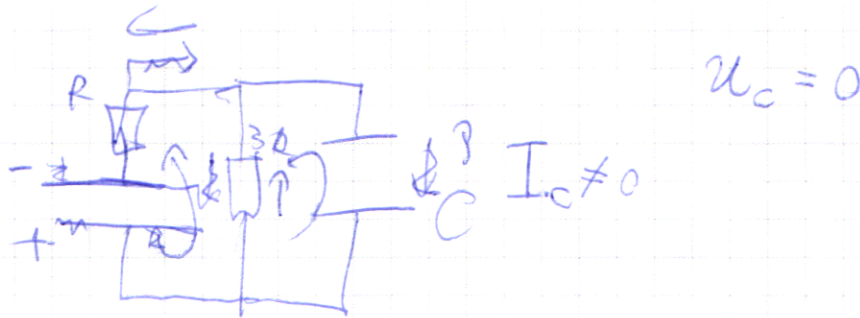
$\frac{1}{C_k} = 4$

$C_k = \frac{4 \epsilon_0 S}{3d} = \frac{4}{3} C_0$

~~$\frac{4}{3} C_0$~~

$$\frac{4}{3} C \mathcal{E}^2 - C \mathcal{E} = \frac{1}{3} C \mathcal{E}^2$$

$\sqrt{5}$



$$3R I_1 + I R = \mathcal{E}$$

$$I = I_1 + \cancel{C U_C} + C U_C'$$

$$\cancel{U_C = 0}$$

$$-3I_1 R = 0$$

$$I_1 = 0$$

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_0}$$

$$I = I_1 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

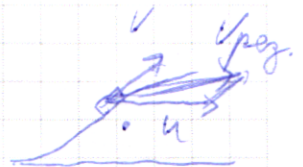
$$R_0 = R_1$$

$$R_{\text{ext}} = 4R$$

$$3) \frac{\left(\frac{3}{4} \mathcal{E}^2\right) C}{2}$$

$$2) \frac{3}{4} \mathcal{E}$$

$\sqrt{2}$



$$m V_0 = (3m + m) u + m V$$

$$\cancel{m V =}$$

$$V_0 = 4u + V$$

$$\cancel{-m V + \frac{4}{3} m u = 3m u + m(V - u)}$$

$$m V_0 - 3m u = m g t$$

$$t = \frac{\sqrt{2gh}}{g}$$

$$16u^2 - 4u^2 + 12u^2 = 2\sqrt{3}u$$

$$V_0 = 4u + V$$

$$V_0^2 = 4u^2 + V^2$$

$$V_0 = -4u$$

$$V_0 = 3u$$

$$V_0 = 4u + V$$

$$V = -8u$$

$$V = 2V_0$$

$$V_0 - 4u = \sqrt{2gh}$$

$$\cancel{(V_0 - 4u)(V_0 - 4u) = (16 + 9u^2)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$\int_0^l mg \sin 2\alpha dt = v \cdot m \quad \frac{2v}{2mV}$$~~

~~$$\frac{1}{2} \int_0^l mg \sin 2\alpha db = \frac{1}{4} V \cdot 9m \frac{1}{2} V \cdot 2mV$$~~

~~$$2mV \stackrel{9m}{\neq} 4m(u - \frac{1}{2}V) \neq$$~~

~~$$\frac{9m}{9m} u - 2mV$$~~

~~$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_0 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} u + \frac{m_2}{m_1 + m_2} V$$~~

~~$$v = u$$~~

~~$$9u + v = v_0$$~~

~~$$v = 0,2 v_0$$~~

~~$$m_2 v_0 = (m_1 + m_2) u + m_1 V$$~~

~~$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) u + m_2 V$$~~

~~$$m v_0 = \frac{9m}{m_1 + m_2} u + m \sqrt{2gh} \quad (m_1 + m_2) v_0 =$$~~

~~$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) u + m_1 V$$~~

~~$$2m v_0 =$$~~

~~$$m v_0 + m v_0 - m u =$$~~

~~$$= 9m u$$~~

~~$$v_0 = 2,5 u$$~~

~~$$v_0 - u = v$$~~

~~$$\frac{m_1}{m_2} v + v = u + \frac{m_2}{m_1} u + v$$~~

~~$$m_1^2 v - m_1 m_2 u - m_2^2 u = 0$$~~

~~$$\frac{m}{2} v^2 + \frac{9m}{2} u^2 = \frac{m v_0^2}{2}$$~~

~~$$m v_0 + 9m v_0 - m v = m v + 9m u$$~~

~~$$v_0 = 2u - v$$~~

~~$$v^2 + (v_0 + v)^2 = v_0^2$$~~

~~$$v = u = \frac{v_0 + v}{2}$$~~

~~$$-2v_0 v = 2v^2$$~~

~~$$\frac{m v_0 = 9m u}{9m u = m \sqrt{2gh}} \quad v_0 = \sqrt{2gh}$$~~

~~$$m v_0 = -mg m \sqrt{2gh} + 9m u$$~~

$$u_2 = \frac{1}{3}(v_0 + v_k)$$

$$m v_0 =$$

$$v_0^2 = v_k^2 + \frac{1}{3} v_0^2 + \frac{2}{3} v_0 v_k + \frac{1}{3} v_k^2$$

$$4v_k^2 + 2v_0 v_k - 2v_0^2 = 0$$

$$v_k^2 + \frac{1}{2} v_0 v_k - \frac{1}{2} v_0^2 = 0$$

$$m v_0 = 3m u_k - m v_k \quad \cdot \frac{1}{2} - 1$$

$$v_0 = 3u_k - v_k \quad -\frac{1}{2} + \sqrt{\quad}$$

$$v_0^2 = 3u_k^2 + v_k^2$$

$$\frac{v_k - 3u_k}{6u_k v_k} \quad u_k = 0$$

$$v_0^2 = \frac{3}{4} v_0^2 + 4u^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} v_0 + 4u_k$$

$$4m u_k = -m v_k + 3m u_k$$

$$u_k^2 = v_k^2 + \quad$$

$$-m v_k + 3m u = 0$$

$$v_k = 3u$$

$$m \frac{v_k^2}{2} + \frac{3m(\frac{1}{4} v_0 + \frac{1}{3} v_k)^2}{2}$$

$$v_0^2 = 2gH + 4u^2$$

$$m v_0 = (m + 3m) u$$

$$v_0 = 4u$$

$$v_0^2 - \frac{1}{4} v_0^2 = 2gH$$

$$H = \frac{\sqrt{3} v_0^2}{8g}$$

$$v = \sqrt{2gH} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$$

$$-m \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 + 9m u_2 = m v_0$$

$$v_0 = \frac{8u_2}{2 + \sqrt{3}} \quad \frac{v_0(2 + \sqrt{3})}{8} = u_2$$

$$v_k = v - u_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{8}\right) v_0 = \frac{\sqrt{3} - 1}{8} (3\sqrt{3} - 4) = \frac{m v_0^2}{2}$$

$$m g H + \frac{1}{8} m v_0^2 = \frac{m v_k^2}{2} + \frac{3m u_2^2}{2}$$

$$\frac{3}{4} v_0^2 + \frac{1}{4} v_0^2 = v_k^2 + 3u_2^2$$

$$v_0 = -v_k + 3u_2$$

$$v_0 = \sqrt{3u_2^2 + v_k^2} \quad u = \frac{1}{4} v_0 \quad v_k = \frac{1}{2} v_0$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_k^2}{2} + \frac{3m u^2}{2}$$

$$1 = \frac{3}{16} + \frac{13}{16}$$

$$-3 + \sqrt{9 + 158}$$

$$\frac{3 + 52}{12}$$

$$-3 + \sqrt{165}$$

$$-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{13}{3}}$$

$$\frac{55}{3}$$