

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр

(заполняется секретарём)

Вариант 10-03

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли, на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=1,5$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.
Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 3 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 , после столкновения к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 2 раза больше его начальной скорости.

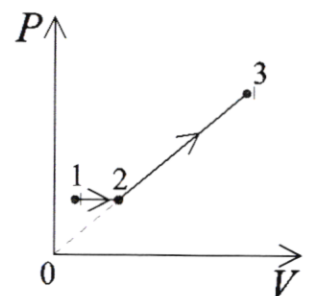
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/3$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=300 \text{ К}$ и $\nu_2=1/5$ моль другого одноатомного идеального газа при температуре $T_2=500 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_2 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=3$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=3$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. $m_1; m_2$

1) $\frac{m_2}{m_1} = ?$

2) $\frac{v_2}{v_1} = ?$

v_1 - скорость шарика массой m_1 до столкновения

v_2 - скорость шарика массой m_2 после столкновения

$\frac{v_1}{3}$ - скорость шарика массой m_1 после столкновения

Из закона сохранения импульса следует, что

$$m_1 v_1 + 0 = \frac{m_1 v_1}{3} + m_2 v_2$$

$$m_1 v_1 - \frac{m_1 v_1}{3} = m_2 v_2 \quad m_1 v_1 \cdot \frac{2}{3} = m_2 v_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2v_1}{3v_2}$$

Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + 0 = \frac{m_1 \left(\frac{v_1}{3}\right)^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{18} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{9m_1 v_1^2}{18} = \frac{m_1 v_1^2}{18} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{8m_1 v_1^2}{18} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{16m_1 v_1^2}{18} = \frac{m_2 v_2^2}{1}$$

$$\frac{8m_1 v_1^2}{9} = m_2 v_2^2 \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{8v_1^2}{9v_2^2}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{m_2}{m_1} &= \frac{8v_1^2}{9v_2^2} \\ \frac{m_2}{m_1} &= \frac{2v_1}{3v_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{8v_1^2}{9v_2^2} = \frac{2v_1}{3v_2}$$

$$24v_1 = 18v_2$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

Ответ: 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{4}{3}$:

$$\begin{aligned} 4. \quad v_1 &= \frac{1}{3} \text{ моля} \\ v_2 &= \frac{1}{5} \text{ моля} \\ T_1 &= 300 \text{ К} \\ T_2 &= 500 \text{ К} \end{aligned}$$

1) $T = ?$

2) $\frac{P}{P_2} = ?$

P_1 - давление в сосуде с температурой

T_1

P_2 - давление в сосуде с температурой

T_2

P_1' - давление газа, который был в том же сосуде с темп. T_1 , после открывания крана.

P_2' - давление газа, который был в сосуде с темп. T_2 , после открывания крана.

V - объем каждого сосуда.

$$P_1 = \frac{v_1 R T_1}{V}; \quad P_2 = \frac{v_2 R T_2}{V}$$

$$P_1' = \frac{v_1 R T_1}{2V}; \quad P_2' = \frac{v_2 R T_2}{2V}$$

P

$$P = P_1' + P_2' = \frac{v_1 R T_1 + v_2 R T_2}{2V}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= \frac{R(V_1 P_1 + V_2 P_2)}{2V}$$

$V = V_1 + V_2$ (общее количество газа)

T = темп. ~~на~~ в сосудах, после открытия крана.

$$P = \frac{V R T}{2V}$$

$$\frac{V R T}{2V} = \frac{R(V_1 P_1 + V_2 P_2)}{2V}$$

$$(V_1 + V_2) T = V_1 P_1 + V_2 P_2$$

$$T = \frac{V_1 P_1 + V_2 P_2}{V_1 + V_2} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 300 + \frac{1}{5} \cdot 500}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{200}{\frac{5+3}{15}} = \frac{15 \cdot 200}{8} = \frac{3000}{8} = 3 \cdot 125 = 375 \text{ K.}$$

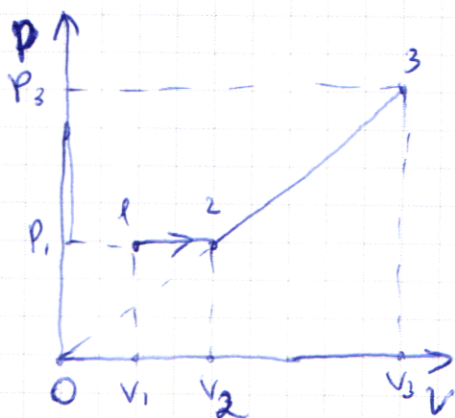
$$P = \frac{(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}) \cdot R \cdot 375}{2V} = \frac{\frac{8}{15} \cdot R \cdot 375}{2V} = \frac{25 \cdot 8 \cdot R}{2V} = \frac{200R}{2V} = \frac{100R}{V}$$

$$P_2 = \frac{\frac{1}{5} \cdot R \cdot 500}{V} = \frac{100R}{V}$$

$$\frac{P}{P_2} = 1$$

Ответ: 1) 375 K.; 2) 1.

5.



$V_2 = n V_1$; $V_3 = n V_2$; $n = 3$; 1) $\frac{P_3}{P_1} = ?$; 2) $\frac{A_{123}}{A_{23}}$
 P_3 - давление в конечном состоянии.
 V_3 - объём в конечном состоянии.
 n_2 - газ
 V_2 - объём после изобарического расширения.

P_1 - начальное давление газа.

V_1 - начальный объём газа.

В изобарическом процессе

$$\frac{V_2}{P_2} = \frac{V_1}{P_1} \quad \frac{3V_1}{P_2} = \frac{V_1}{P_1} \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{3V_1}{V_1} = 3$$

В процессе 2-3 зависимость P от V имеет вид $P = dV$, где d - коэффициент.

$$P_2 = dV_2 \quad P_2 = d \cdot 3V_1 \quad \frac{P_3}{P_1} = \frac{9V_1 d}{3V_1 d} = 3$$
$$P_3 = dV_3 \quad P_3 = d \cdot 9V_1$$

$$\frac{P_1 V_1}{P_1} = \frac{P_3 V_3}{P_1} \quad \frac{P_1 \cdot V_1}{P_1} = \frac{3P_1 \cdot 9V_1}{P_3}$$

$$\frac{P_3}{P_1} = 27$$

$A_{1,2}$ - работа, совершённая газом в изобарическом процессе.

A_2 - работа, совершённая газом в процессе, где газ давление газа зависело от объёма прямо пропорционально.

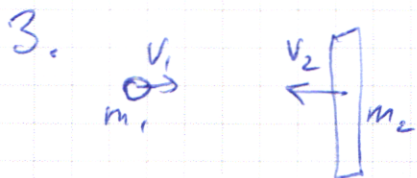
$$A_1 = P_1 (V_2 - V_1) = P_1 \cdot (3V_1 - V_1) = P_1 \cdot 2V_1 = 2P_1 V_1$$

$$A_2 = \left(\frac{P_3 + P_1}{2} \right) \cdot (V_3 - V_2) = \frac{3P_1 + P_1}{2} \cdot (9V_1 - 3V_1) = 2P_1 \cdot 6V_1 = 12P_1 V_1$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{12P_1 V_1}{2P_1 V_1} = 6$$

Ответ: 1) 27 раз; 2) 6.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$m_2 \gg m_1$$

с Землей до удара.

v_1 - скорость шарика в С.О. связ.
 v_2 - скорость бруска в С.О. связ.

с Землей до удара.

Перейдем в С.О. связанной с бруском
скорость бруска = 0

v_1' - скорость шарика = $v_1 + v_2$ ~~так как~~

v_1' - скорость шарика в С.О. связ. с
бруском, до удара

$v_1' = v_1 + v_2$, так как до удара брусок и шарик
~~двигаются~~ движутся в противоположных
направлениях.

v_1'' - скорость шарика в С.О. связанной
с бруском, после удара

$v_1'' = -v_1'$, так как удар абсолютно упругий.

$$|\vec{v}_1''| = |\vec{v}_1'|$$

$$v_1'' = v_1 + v_2$$

v_2 - скорость шара в С.О. связанной
со Землей.

$v_2 = v_1 + v_2 + v_2$, так как шар и брусок
после удара движутся в одном и том же

магровешии.

$$\frac{V_2}{V_1} = 2$$

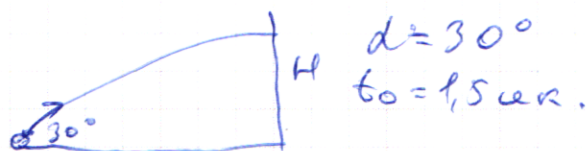
$$V_1 + 2V_2 = 2V_1$$

$$2V_2 = V_1$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 2$$

Отвeт: 2.

1.



Известно, чтобы шар упал в то же место, нужно чтобы в момент столкновения V скорость была направлена к стене под углом 90° . \Rightarrow проекция скорости V на вертикаль в этот момент равна 0. V_0 - начальная скорость тела. $V_{0x} = V_0 \cdot \cos \alpha$ (горизонтальная проекция нач. скорости на горизонталь), $V_{0y} = V_0 \cdot \sin \alpha$ (проекция нач. скорости на вертикаль).

$H = \frac{g(t_0)^2}{2}$ t_0 - время до столкновения со стеной.

$$H = \frac{gt_0^2}{2} = \frac{g\left(\frac{t_0}{2}\right)^2}{2} = \frac{gt_0^2}{8}$$

$$H = \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\frac{gt_0^2}{8} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\frac{10 \cdot 2,25}{8} = \frac{V_0^2 \cdot \frac{1}{4}}{20}$$

$$V_0^2 = \frac{225 \cdot 2 \cdot 4}{8} = 225$$

$$V_0 = 15 \text{ м/с}$$

$$H = \frac{22,5}{8} = 2,8125 \text{ м}$$

$$L = V_{0x} \cdot t_0 = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{t_0}{2} = 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,75 = 11,25 \cdot \sqrt{3} \approx 19,5$$

Отвeт: 1) 19,5 м; 2) 2,8125 м.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

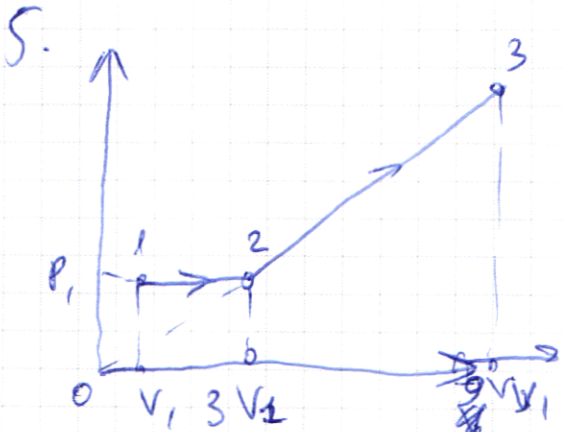
$$1. h = \frac{V_0^2 - V_0^2}{2g}$$

$$v = \cancel{V_0} - g t \quad V_0 \cdot \sin \alpha - g t$$

$$H = \frac{V_0^2 - (V_0 \cdot \sin \alpha - g t)^2}{2g} = \frac{(V_0 \cdot \sin \alpha)^2 - (V_0 \cdot \sin \alpha - g t)^2}{2g} - 2 V_0 \sin \alpha g t$$

$$= \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha - V_0^2 \sin^2 \alpha - (g t)^2 + 2 V_0 \sin \alpha g t}{2g}$$

$$= \frac{2 V_0 \sin \alpha g t - (g t)^2}{2g} = V_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2}$$



$$P_1 = P_2$$

$$P_2 = d V_2$$

$$P_3 = d V_3$$

$$P_1 = d \cdot 3 V_1$$

$$P_3 = d \cdot 9 V_1$$

$$\frac{P_3}{P_1} = 3$$

$$\frac{P_1 V_1}{P_3} = \frac{P_3 V_3}{P_3}$$

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{P_1} = \frac{3 P_1 \cdot 9 V_1}{P_3}$$

$$P_1 (V_2 - V_1) = P_1 \cdot 2 V_1 = 2 P_1 V_1$$

$$P_{2-3} = \frac{(P_3 + P_2) (V_3 - V_2)}{2}$$

$$= \frac{4 P_1^2 \cdot 6 V_1}{2}$$

$$= 2 P_1 \cdot 6 V_1 = 12 P_1 V_1$$

$$\frac{P_3}{P_1} = 27 \text{ раз.}$$

$$\frac{V_2}{P_2} = \frac{V_1}{P_1}$$

$$\frac{3 V_1}{P_2} = \frac{V_1}{P_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 3$$

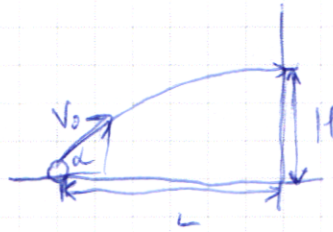


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\alpha = 30^\circ$
 $t_0 = 1,5 \text{ сек}$
 1) $L = ?$
 2) $H = ?$



V_0 - начальная скорость тела

V_{0x} - проекция начальной скорости на горизонтальную ось

V_{0y} - проекция начальной скорости на вертикальную ось

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos \alpha \quad 2L = V_{0x} \cdot t_0 = V_0 \cdot t_0 \cdot \cos \alpha$$

$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin \alpha$$

t_1 - время полёта до столкновения со стеной,

t_2 - время полёта от ~~стены~~ после столкновения

$$H = \frac{g t_1^2}{2} + V_{0y} \cdot t_1$$

$$H = \frac{g t_2^2}{2} + V_{0y} \cdot t_2$$

$t_1 = t_2$, так как столк. упругое,
 $t_1 + t_2 = t_0$ то скорости тел до
 и после столк.
~~то~~ $t_1 = t_2 = \frac{t_0}{2}$ по модулю
 равны.

$$H = \frac{g \left(\frac{t_0}{2}\right)^2}{2} + V_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{t_0}{2}$$

$$H = \frac{g \cdot t_0^2}{8} + \frac{V_0 \cdot \sin \alpha \cdot t_0}{2} = \frac{10 \cdot (1,5)^2}{8} + \frac{V_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,5}{2} =$$

$$= \frac{10 \cdot 2,25}{8} + \frac{3V_0}{8} = \frac{22,5 + 3V_0}{8}$$

2.

$$m_1 v = m_1 \cdot \frac{v}{3} + m_2 \cdot v_2$$

$$m_1 \left(v - \frac{v}{3} \right) = m_2 v_2$$

$$m_1 \cdot \frac{2}{3} v = m_2 v_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2v}{3v_2}$$

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 \left(\frac{v}{3} \right)^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 v^2}{18} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{9m_1 v^2}{18} = \frac{m_1 v^2}{18} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{8m_1 v^2}{18} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{4m_1 v^2}{9} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{8m_1 v^2}{9} = m_2 v_2^2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{8v^2}{9v_2^2}$$

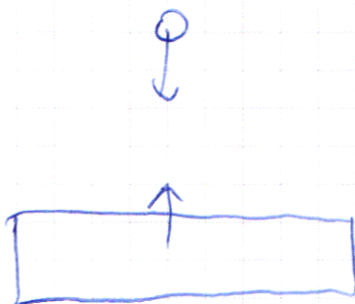
$$\frac{2v}{3v_2} = \frac{8v^2}{9v_2^2}$$

$$18 \cdot v_2^2 v = 24 v^2 \cdot v_2$$

$$18 v_2 = 24 v$$

$$\frac{v_2}{v} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$$

3.



$$v_1 = \frac{1}{3}$$

$$P_1 = 300$$

$$P_1 = \frac{v_1 R P_1}{v}$$

$$P_2 = \frac{v_2 R P_2}{v}$$

$$P = \frac{v_1 R P_1}{2v} + \frac{v_2 R P_2}{2v} = \frac{v_1 R P_1 + v_2 R P_2}{2v}$$

$$v = v_1 + v_2$$

$$R = \frac{v R P}{2v}$$

$$\frac{(v_1 + v_2) R P}{2v} = \frac{v_1 R P_1 + v_2 R P_2}{2v}$$