

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 4-006

(заполняется секретарём)

Вариант 10-04

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=2$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 2 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 4 раза больше его начальной скорости.

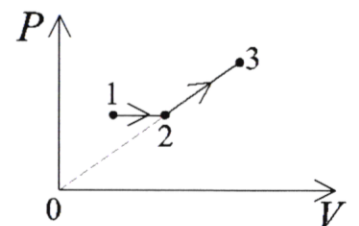
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/2$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=200 \text{ К}$ и $\nu_2=1/3$ моль другого одноатомного газа при температуре $T_2=300 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_1 .

5. Объем идеального газа увеличивается в $n=2$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=2$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

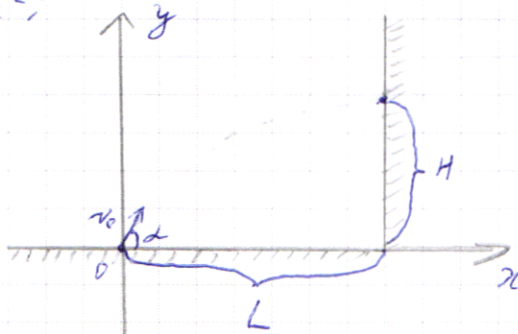
N 1

Дано: $\alpha = 60^\circ$, $t_0 = 2$ с; $g = 10$ м/с²;

1) Найдите L

v_y - вертикальная скорость
начинает v_0 на ось oy

v_x - горизонтальная v_0 на ось ox



Из условия следует, что
по оси ox мячик движется

в сумме с расстоянием $2L$ не замедляясь, а только в момент
непоправимые т.к. удар упругий;

$$2L = v_x \cdot t_0 \Rightarrow v_x = \frac{2L}{t_0}$$

т.к. никакой вертикальной силы в оси x нет, то v_x - постоянная величина;

$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha;$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - \text{в начальный момент времени};$$

$$v_y - g t_0 = -v_y \Rightarrow 2v_y = g t_0 \text{ т.к. мячик действует только}$$

и на него действует равномерно в ось y , то с какой
скоростью мячик летит в начальный момент времени,
то с такой же скоростью он и упадет;

$$v_y = \frac{g t_0}{2}; \quad \frac{v_x}{v_y} = \frac{2L}{t_0 g t_0} = \frac{v_0 \cos \alpha}{v_0 \sin \alpha};$$

$$\frac{2L}{g t_0^2} = \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow L = \frac{g t_0^2}{2 \tan \alpha} = \frac{g t_0^2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{10}{2 \cdot \sqrt{3}} \cdot 4 = \frac{20}{\sqrt{3}} \approx 11,55 \text{ м};$$

Ответ: $L = 11,55$ м;

2) Найдите H ;

$$t_y - \text{время до удара}; \quad t_y = \frac{L}{v_x} = \frac{L t_0}{2L} = \frac{t_0}{2};$$

$$H = v_y t_y - \frac{g t_y^2}{2} \quad H = \frac{v_y t_0}{2} - \frac{g t_0^2}{8} = \frac{g t_0^2}{4} - \frac{g t_0^2}{8} = \frac{g t_0^2}{8} = \frac{10}{8} \cdot 4 = 5 \text{ м};$$

Объем: $H = 4,5 \text{ м}$;

Объем: $L = 5,5 \text{ м}, H = 4,5 \text{ м}$.

и 2

m_1, m_2, v_{01} - скорости первого шарика до столкновения,

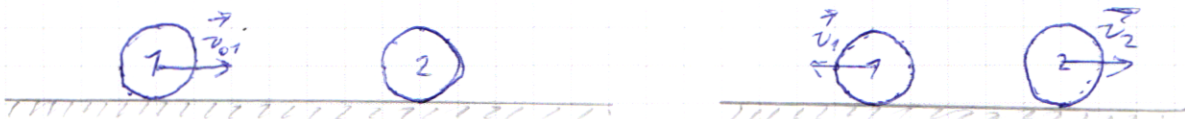
v_1 - скорость первого шарика после столкновения,

$v_{02} = 0 \text{ м/с}$ - скорость второго шарика до столкновения,

v_2 - скорость второго шарика после столкновения,

$v_1 = \frac{v_{01}}{2}$;

1) Найдите $\frac{m_2}{m_1}$;



$m_2 v_{02} + m_1 v_{01} = m_1 v_1 + m_2 v_2$;

$\frac{m_2 v_{02}}{2} = \frac{m_1 v_1}{2} + \frac{m_2 v_2}{2}$;

Заметим закон сохранения энергии и импульса для шариков;

$m_1 v_{01} = -m_1 v_1 + m_2 v_2$;

$m_1 (v_{01}^2 - v_1^2) = m_2 v_2^2$;

Составим систему уравнений и решим её;

$m_1 (-v_{01} + v_1) = m_2 v_2$;

$\frac{3m_1 v_{01}}{4} = m_2 v_2$;

$\frac{3m_1 v_{01}}{2} = m_2 v_2$;

$$\begin{cases} \frac{m_2}{m_1} = \frac{3v_{01}}{2v_2} \\ \frac{m_2}{m_1} = \frac{3v_{01}^2}{4v_2^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m_2}{m_1} = \frac{9v_{01}^2}{4v_2^2} \\ \frac{m_2}{m_1} = \frac{3v_{01}^2}{4v_2^2} \end{cases}$$

$\frac{m_2 \cdot m_1}{m_1^2 \cdot m_2} = \frac{9v_{01}^2 \cdot 4v_2^2}{4v_2^2 \cdot 3v_{01}^2}$;

$\frac{m_2}{m_1} = 3v_{01} \cdot \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{1}$;

Объем: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{1}$;

2) $\frac{v_{01}}{v_2}$ - найти;

$\frac{3m_1 v_{01}}{2} = m_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_{01}}{v_2} = \frac{2m_2}{3m_1} = 2$;

из первой части задачи: $\frac{3m_1 v_{01}}{2} = m_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_{01}} = \frac{3m_1}{2m_2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$;

Объем: $\frac{v_2}{v_{01}} = 1,5$; $\frac{v_{01}}{v_2} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\text{Дано: } \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}, \quad \frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{1}{2}, \quad \frac{v_{01}}{v_2} = 2;$$

и т.д.

v_{01}, v_1 — скорости шарика до и после столкновения,

v_{02}, v_2 — скорости бруска до и после столкновения,

M — масса бруска, m — масса шарика, $M \gg m$, $v_2 = 4v_{01}$;

Найти: $\frac{v_{01}}{v_2}$;

Решение



Запишем законы сохранения энергии и импульса:

$$M \vec{v}_{02} + m \vec{v}_{01} = M \vec{v}_2 + m \vec{v}_1; \quad \frac{M v_{02}^2}{2} + \frac{m v_{01}^2}{2} = \frac{M v_2^2}{2} + \frac{m v_1^2}{2};$$

$$M v_{02} + m v_{01} = M v_2 + m v_1$$

$$m(v_1^2 - v_{01}^2) = M(v_{02}^2 - v_2^2);$$

$$m(v_{01} + v_1) = M(v_{02} - v_2);$$

$$15m v_{01}^2 = M(v_{02}^2 - v_2^2);$$

$$5m v_{01} = M(v_{02} - v_2);$$

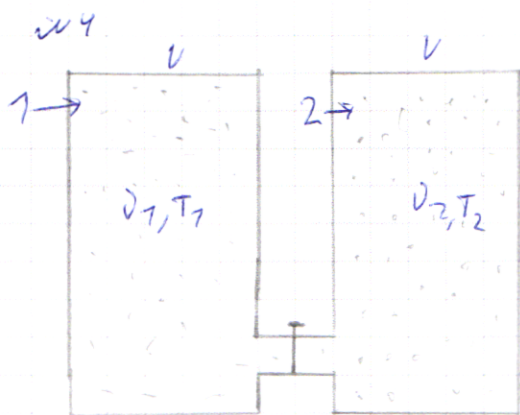
$$\frac{15m v_{01}^2}{5m v_{01}} = \frac{M(v_{02}^2 - v_2^2)}{M(v_{02} - v_2)}; \quad 3v_{01} = \frac{(v_{02} - v_2)(v_{02} + v_2)}{v_{02} - v_2} = v_{02} + v_2;$$

т.к. $M \gg m$, то скорость бруска практически не изменилась и $v_2 \approx v_{02}$;

$$3v_{01} = 2v_{02};$$

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{2}{3};$$

Объем: $\frac{v_{O_2}}{v_{O_2}} = \frac{2}{3}$



$\nu_1 = \frac{1}{2}, T_1 = 200 \text{ K};$

$\nu_2 = \frac{1}{3}, T_2 = 300 \text{ K};$

1) T_3 - температура после открытия крана;

$P = PV = \nu RT$ - уравнение Менделеева - Клапейрона;

P_3 - давление после зак. открытия крана;

P_3 - по закону Дальтона давление смеси газов равно сумме парциальных давлений газов

$$P_3 = \frac{\nu_1 R T_0}{2V} + \frac{\nu_2 R T_0}{2V} = \frac{R T_0}{2V} (\nu_1 + \nu_2) \text{ и } P_3 = \frac{\nu_1 R T_1}{2V} + \frac{\nu_2 R T_2}{2V} = \frac{R}{2V} (\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2);$$

$$\frac{R T_0}{2V} (\nu_1 + \nu_2) = \frac{R}{2V} (\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2);$$

$$T_0 = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{200 \text{ K} \cdot \frac{1}{2} + 300 \text{ K} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{200 \text{ K} \cdot 6}{5} = 240 \text{ K};$$

Объем: $T_0 = 240 \text{ K};$

Итак же $\frac{P_1}{P_3};$

$$2) \frac{P_1}{P_3} = \frac{\nu_1 R T_1 \cdot 2V}{V \cdot R T_0 (\nu_1 + \nu_2)} = \frac{2 \nu_1 T_1}{T_0 (\nu_1 + \nu_2)} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 200 \text{ K}}{240 \text{ K} \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})} = \frac{200 \text{ K} \cdot \frac{1}{2}}{208 \text{ K} \cdot \frac{5}{6}} =$$

$= 1;$

Объем: $\frac{P_1}{P_3} = 1.$

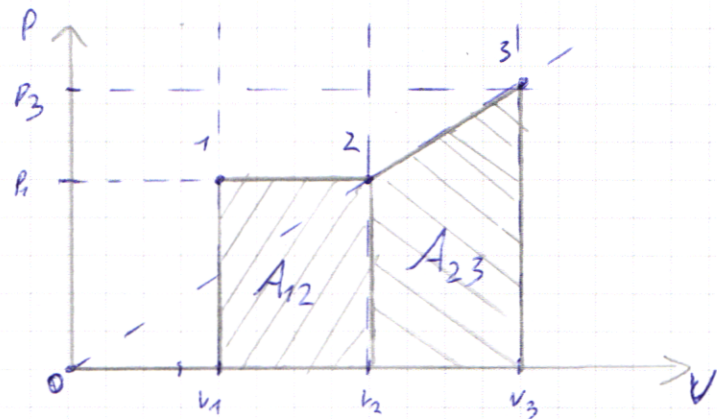
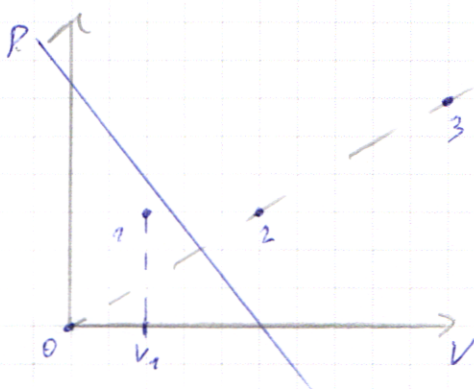
Объем: $T_0 = 240 \text{ K}, \frac{P_1}{P_3} = 1.$

и 5

$h = 2, \nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_2 = h \nu_1; \nu_3 = h \nu_2 = h^2 \nu_1, P_2 = P_1$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $\frac{T_3}{T_1}$ - найти



$$P = \alpha V; \quad \frac{P_2}{P_3} = \frac{\alpha V_2}{\alpha V_3} = \frac{V_2}{V_3} = \frac{1}{h} \Rightarrow P_3 = P_2 \cdot h;$$

$P = \alpha V$ - линейная зависимость
от объема $P \propto V$ на участке 2-3;

$P_1 V_1 = \nu R T_1$; - уравнения Менделеева-Клапейрона для
различных состояний;
 $P_3 V_3 = \nu R T_3$;

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{P_3 V_3}{P_1 V_1} = \frac{P_3 \cdot V_1 h^2}{P_1 V_1} = \frac{P_3 h^2}{P_1} = \frac{P_2 h^3}{P_1} = h^3 = 8;$$

Ответ: $\frac{T_3}{T_1} = 8$;

2) $\frac{A_{23}}{A_{12}}$ - найти;

$A_{12} = P_1 (V_2 - V_1) = P_1 V_1 (h - 1)$; - по определению работы газа;

$A_{23} = \frac{(P_3 + P_1) \cdot (V_3 - V_2)}{2} = \frac{(P_1 h + P_1) \cdot (h^2 V_1 - h V_1)}{2} = \frac{P_1 V_1 (h+1)h(h-1)}{2}$; - работу
газа вычисляю

$$\frac{A_{23}}{A_{12}} = \frac{P_1 V_1 (h+1)h(h-1) \cdot h}{2 \cdot P_1 V_1 (h-1)} = \frac{h \cdot (h+1)}{2} = 3; \text{ от}$$

найти как площадь
под графиком участка
графика (P;V), в нашем
случае это трапеция и

Ответ: $\frac{A_{23}}{A_{12}} = 3$;

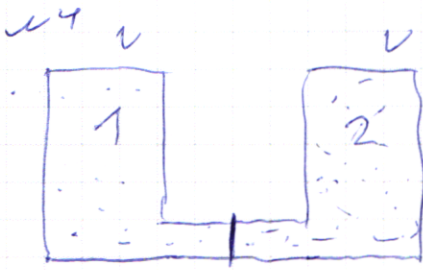
площадь A_{23} найдется по
формуле площади трапеции
(полусумма оснований умножен-
ная на высоту $(V_3 - V_2)$);

Ответ: $\frac{A_{23}}{A_{12}} = 3, \frac{T_3}{T_1} = 8$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



$$\nu_1 = \frac{0.1}{2} \text{ моль}, T_1 = 200 \text{ K}; \nu_2 = \frac{1}{3} \text{ моль}, T_2 = 300 \text{ K}$$

$$P_1 V = \nu_1 R T_1, \quad P_2 V = \nu_2 R T_2;$$

$$P = \frac{\nu R T}{V};$$

$$P_0 = P_1' + P_2' = \frac{\nu_1 R T_1}{2V} + \frac{\nu_2 R T_2}{2V} = \frac{\nu_1 R T_0}{2V} + \frac{\nu_2 R T_0}{2V} = \frac{T_0 R (\nu_1 + \nu_2)}{2V};$$

$$\frac{R}{2V} (\nu_2 T_2 + \nu_1 T_1) = \frac{T_0 R (\nu_1 + \nu_2)}{2V};$$

$$T_0 = \frac{(\nu_2 T_2 + \nu_1 T_1)}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{\left(\frac{300}{3} + \frac{200}{2}\right)}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{200}{\frac{3+2}{6}} = \frac{200 \cdot 6}{5} = 40 \cdot 6 = 240 \text{ K}$$

$$P_0 = \frac{T_0 R (\nu_1 + \nu_2)}{2V}; \quad P_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V}; \quad \frac{P_1}{P_0} = \frac{\nu_1 R T_1 2V}{T_0 R (\nu_1 + \nu_2)} = \frac{2 \nu_1 T_1}{T_0 (\nu_1 + \nu_2)} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 200}{240 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)}$$

$$= \frac{200}{240 \left(\frac{5}{6}\right)} = \frac{40 \cdot 6}{240} = \frac{4 \cdot 6}{24} = 1; \quad \frac{P_1}{P_0} = \frac{2 \nu_1 T_1}{T_0 (\nu_1 + \nu_2)} = \frac{2 \nu_1 T_1}{(\nu_2 T_2 + \nu_1 T_1)}$$

$$P_0 = \frac{\nu_1 R T_0}{2V} + \frac{\nu_2 R T_0}{2V} = \frac{R T_0 (\nu_1 + \nu_2)}{2V};$$

$$\frac{R T_0 (\nu_1 + \nu_2)}{2V} = \frac{R (\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2)}{V};$$

$$T_0 = \frac{2 (\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2)}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{2 (100 + 100)}{\frac{5}{6}} = \frac{400 \cdot 6}{5} = 80 \cdot 6 = 480 \text{ K}$$

$$\frac{R T_0 (\nu_1 + \nu_2)}{2V} = T_0 (\nu_1 + \nu_2) = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2;$$

$$\nu_1 (T_0 - T_1) = \nu_2 (T_2 - T_0);$$

$$\frac{100 \cdot 4}{1,2} = \frac{100 \cdot 4}{1,2} = \frac{100 \cdot 2}{3,6} = \frac{100}{1,8} = \frac{50}{0,9}$$

$$= 5 \frac{5}{9} \approx 5,6$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\alpha = 60^\circ, t_0 = 2L$$

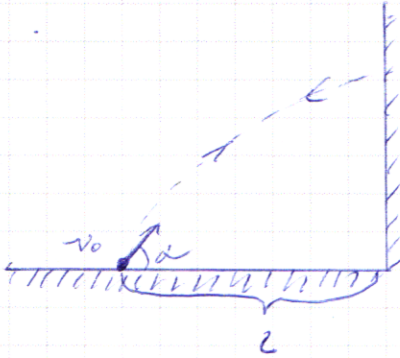
$$v_x = v_0 \cos \alpha;$$

$$v_x = \frac{L}{t_0} \Rightarrow$$

$$0 = v_y - g t_0 \Rightarrow v_y = g t_0 = g t_0;$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha;$$

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{g t_0 t_0}{L} = \frac{g t_0^2}{L};$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ 1,0 \\ \times 2 \\ \hline 3,6 \end{array}$$

$$1) L = \frac{g t_0^2}{\tan \alpha} = \frac{2g t_0^2}{\sqrt{3} \cdot 2} = \frac{g t_0^2}{\sqrt{3}};$$

$$2) H = v_y t_0 - \frac{g t_0^2}{2} = \frac{L}{\tan \alpha} = \frac{g t_0^2}{\sqrt{3} \cdot 2} = \frac{g t_0^2}{2\sqrt{3}};$$

$$H = v_y \cdot t_y - \frac{g t_y^2}{2} = \frac{g t_0 \cdot g t_0^3}{2\sqrt{3}} - \frac{g^2 t_0^6}{2 \cdot 3 L^2} =$$

$$= \frac{g^2 t_0^4}{2\sqrt{3}L} - \frac{g^2 t_0^6}{6L^2}$$

$$H = v_y t_y - \frac{g t_y^2}{2} = \frac{v_y \cdot L}{v_x} - \frac{g L^2}{2v_x^2} = g t_0^2 - \frac{g L^2 t_0^2}{2L^2} = \frac{g t_0^2}{2};$$

$$\frac{98 \cdot 4}{36} = \frac{98 \cdot 2}{18} = \frac{98}{9} = 10 \frac{8}{9} \approx 10,9$$

$$\frac{98 \cdot 4}{72} = \frac{98 \cdot 2}{36} = \frac{98 \cdot 1}{18} = \frac{49}{9}$$

$$= 5 \frac{4}{9} = 5,45 \quad \frac{98 \cdot 4}{80} = \frac{9,8}{2} = 4,9$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1,5 \\ \times 1,5 \\ \hline 2,25 \\ 15 \\ \times 1,5 \\ \hline 2,25 \\ 15 \\ \times 1,5 \\ \hline 2,25 \\ 15 \\ \times 1,5 \\ \hline 2,25 \\ 15 \\ \times 1,5 \\ \hline 2,25 \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3,6 \\ \times 1,2 \\ \hline 7,2 \end{array}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

4-006
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)