

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 10

Шифр 4-007

(заполняется секретарём)

Вариант 10-03

1. Мальчик бьет ногой по мячу, который лежал на горизонтальной поверхности земли, на некотором расстоянии от вертикальной стены дома. Мяч полетел под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту и после упругого столкновения со стеной упал через время $t_0=1,5$ секунды после начала полета на то же место, где лежал вначале.

- 1) На каком расстоянии L от стены лежал мяч вначале?
- 2) Найти высоту H от поверхности земли до места удара мяча о стену.
Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2 .

2. Шарик массой m_1 , скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с шариком массой m_2 , который покоился на той же поверхности. После центрального упругого удара шарик массой m_1 начал двигаться в обратном направлении со скоростью в 3 раза меньшей начальной.

- 1) Найти отношение масс $\frac{m_2}{m_1}$.
- 2) Найти отношение скорости шарика массой m_2 , после столкновения к скорости шарика массой m_1 до столкновения.

3. Навстречу шарiku, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности, движется по той же поверхности брусок. Шарик и брусок движутся вдоль одной прямой. Скорость шарика перпендикулярна грани бруска, о которую он ударяется. Масса бруска много больше массы шарика. После упругого удара шарик движется в обратном направлении со скоростью, которая в 2 раза больше его начальной скорости.

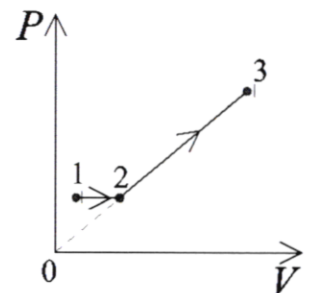
Найти отношение скоростей движения шарика и бруска до столкновения.

4. В двух теплоизолированных сосудах одинакового объема, соединенных короткой трубкой с закрытым краном, находятся $\nu_1=1/3$ моль одноатомного идеального газа при температуре $T_1=300 \text{ К}$ и $\nu_2=1/5$ моль другого одноатомного идеального газа при температуре $T_2=500 \text{ К}$. Кран открывается, газы в сосудах смешиваются.

- 1) Найти температуру в сосудах после установления теплового равновесия.
- 2) Найти отношение конечного давления в смеси газов к начальному давлению в сосуде с температурой T_2 .

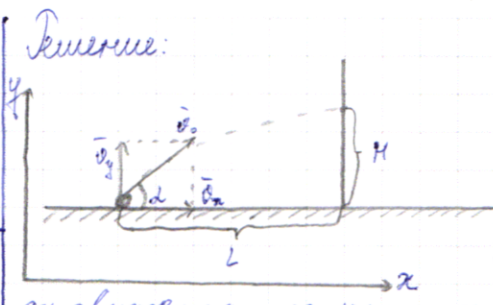
5. Объем идеального газа увеличивается в $n=3$ раза в изобарическом процессе, а затем еще раз увеличивается в $n=3$ раза в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .

- 1) Во сколько раз увеличивается конечная температура газа по сравнению с начальной?
- 2) Найти отношение работы, которую совершает газ в изобарическом процессе, к работе, которую он совершает в процессе прямо пропорциональной зависимости давления газа P от его объема V .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Дано:
 $\alpha = 30^\circ$
 $t_0 = 1,5$
 $L = ?$
 $H = ?$



Решение:
Поскольку мяч отскочил от стены на расстояние, равное его начальной скорости, это можно считать, что он движется под углом α к горизонту, где проекция его пути на ось Ox равна $2L$, а на ось Oy — H

Время, за которое мяч пролетел первую половину пути, равно времени, за которое он отскочил вторую половину пути, и равно $\frac{t_0}{2}$
 $H = \frac{g \left(\frac{t_0}{2}\right)^2}{2} = \frac{10 \left(\frac{1,5}{2}\right)^2}{2} = 2,8125 \text{ (м)}$ — в этом случае α диаметрally соответствует ситуации, в которой шарик отпускают в высоте H без начальной скорости.

$$H = v_{y0} t_0 - \frac{g t_0^2}{2}$$

$$v_{y0} = \frac{H + \frac{g t_0^2}{2}}{t_0} = \frac{2,8125 + \frac{10 \cdot 1,5^2}{2}}{1,5} = 9,35 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

$$t_0 = \frac{2L}{v_x}$$

$$t_0 = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\frac{2L}{v_x} = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$L = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot v_x = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{v_0}{\sin 30^\circ} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,8125}{10}} \cdot 9,35 \cdot \sqrt{3} \approx 4,1 \cdot 9,35 = 38,335 \text{ (м)}$$

Ответ: 2,8125 м; 38,335 м.

2. Дано:
 $3u_1 = u_2$
 $v_2 = 0$
 $\frac{m_2}{m_1} = ?$
 $\frac{u_2}{u_1} = ?$

Решение:
Распишем закон сохранения импульса и закон сохранения энергии.

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (1)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad (2)$$

Введём (2) в (1)

$$\frac{m_1 (3u_1)^2}{2} = \frac{m_1 (3u_1^2 - u_1^2)}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

$$\frac{8u_1^2}{2u_1} = \frac{u_2^2}{u_2}$$

$$4u_1 = u_2$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{4u_1}{3u_1} = \frac{4}{3}$$

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$m_1 3u_1 = m_1 u_1 + m_2 4u_1$$

$$m_1 2u_1 = m_2 4u_1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2u_1}{4u_1} = \frac{1}{2}$$

Ответ: 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{4}{3}$.

3. Дано:

Решение:

$$m \ll M$$

m - масса шарика, M - масса бруска.

$$2v_1 = u_1$$

Пусть брусок будет неподвижной системой отсчета, тогда

$$\frac{v_{ш}}{v_{бр}}$$

$$v_{ш}' = v_{ш} + v_{бр}$$

$$v_1 - v_{ш}$$

Используем закон сохранения импульса:

$$m(v_{ш} + v_{бр}) = m(u_{ш} - v_{бр})$$

$$u_{ш} = u_1 = 2v_{ш}$$

$$2v_{бр} = v_{ш}$$

$$\frac{v_{ш}}{v_{бр}} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

4. Дано:

Решение:

$$p_1 = \frac{1}{3} \text{ мм рт.ст.}$$

$$p_1 V = \nu_1 R T_1$$

$$p_1 = \frac{\nu_1 R T_1}{V}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$p_2 V = \nu_2 R T_2$$

$$p_2 = \frac{\nu_2 R T_2}{V}$$

$$p_2 = \frac{1}{3} \text{ мм рт.ст.}$$

$$p_0 = p_1 + p_2 \text{ - по закону Дальтона}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$p_0 2V = (\nu_1 + \nu_2) R T_0$$

$$T_0 = ?$$

$$T_0 = \frac{p_0 2V}{(p_1 + p_2) R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{p_0 - ?}{p_2} \quad T_0 = \frac{\nu(p_1 T_1 + p_2 T_2) \cdot 2x}{(p_1 + p_2) R} = \frac{2\nu_1 T_1 + 2\nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 300 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 300}{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{400}{\frac{3}{3}} = \frac{400 \cdot 3}{3} = 400 \text{ K}$$

$$\frac{p_0}{p_2} = \frac{(p_1 + p_2) R T_0}{2x} \cdot \frac{x}{\nu_2 R T_2} = \frac{(p_1 + p_2) T_0}{2\nu_2 T_2} = \frac{\frac{8}{15} \cdot 450}{2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 300} = \frac{400}{200} = 2$$

Ответ: 1) 450 K; 2) 2.

5. Дано:

Решение:

$$3V_1 = V_2$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \text{ — уравнение Клапейрона}$$

$$9V_1 = 3V_2 = V_3$$

$$p = \text{const}$$

Для 2-3:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$p \sim V$$

$$\frac{T_2}{T_1} = ?$$

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} = 3T_1$$

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = ?$$

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3}$$

$$T_2 = T_2 \cdot \frac{p_3 V_3}{p_2 V_2}$$

Поскольку для 2-3 $p \sim V$, то $p_3 = k V_3$, $p_2 = k V_2$

$$T_3 = T_2 \cdot \frac{k V_3^2}{k V_2^2} = T_2 \cdot \frac{3^2 V_1^2}{9 V_1^2} = 9T_2 = 27T_1$$

$$T_1 - T_K$$

$$T_3 - T_K$$

$$\frac{T_3}{T_1} = 27$$

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{S_{12}}{S_{23}}$$

$$S_{12} = p_1 V_2 - p_1 V_1 = 2p_1 V_1$$

$$S_{23} = \frac{(p_3 - p_2)}{2} (V_3 - V_2) = 3(p_3 - p_2) \cdot V_1 = 3(p_3 - p_2) V_1$$

$$p_1 = p_2$$

$$p_3 = k V_3$$

$$p_2 = k V_2$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_1} = \frac{V_3}{V_2} = 3$$

$$p_3 = 3p_1$$

$$S_{23} = 3(3p_1 - p_1) V_1 = 6p_1 V_1$$

$$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{2p_1 V_1}{6p_1 V_1} = \frac{1}{3}$$

Ответ: 1) 24; 2) $\frac{1}{3}$.

3. Дано:
 $3V_1 = V_2$
 $3V_2 = V_3$
 $\frac{p_2}{p_1} = ?$
 $\frac{A_{12}}{A_{23}} = ?$

Решение:

2-3 - изотермический м.к. $P = k \cdot V = \frac{k}{V}$, т.к. у изотермической $k = const$, но $T = const$, $V_2 = V_3$

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

$V_2 = \frac{V_1 \cdot V_2}{V_1}$

$P = k \cdot \frac{1}{V}$

4. Дано:
 $V_1 = \frac{1}{3}$ моль
 $V_2 = \frac{2}{3}$ моль
 $T_1 = 300K$
 $T_2 = 500K$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{3V_1}{V_1} = 3$

$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{S_{12}}{S_{23}}$

$S_{12} = p_1(V_2 - V_1) = p_1 \cdot 2V_1$

$S_{23} = \frac{p_3 - p_2}{2} \cdot (V_3 - V_2) = \frac{p_3 - p_2}{2} \cdot (9V_1 - 3V_1) = (p_3 - p_2) \cdot 3V_1$

$p_1 = p_2$

$p_2 V_2 = p_3 V_3$

$p_2 \cdot 3V_1 = p_3 \cdot 9V_1$

$p_3 = \frac{V_2}{V_3} \cdot p_2 = \frac{1}{2} p_2$

$T_2 = 3T_1$

$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_0 V_0}{T_0}$

$T_3 = T_2 \frac{p_3 V_3}{p_2 V_2} = 3T_1 \cdot \frac{p_3}{p_2} \cdot 3 = 9T_1 \cdot \frac{p_3}{p_2} = 9T_1 \cdot \frac{V_2}{V_3} = 24T_1$

$\frac{T_3}{T_1} = \frac{24T_1}{T_1} = 24$

$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{S_{12}}{S_{23}}$

$S_{12} = p_1(V_2 - V_1) = 2p_1 V_1$

$S_{23} = \frac{(p_3 - p_2)}{2} (V_3 - V_2) = 3(p_3 - p_2) V_1 = 6p_1 V_1$

$\frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{2p_1 V_1}{6p_1 V_1} = \frac{1}{3}$

$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{V_2}{V_3} = \frac{24T_1}{3T_1} \cdot \frac{V_2}{9V_1} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$

$p_3 = k V_3$

$p_2 = k V_2$

$\frac{p_3}{p_2} = \frac{V_3}{V_2} = 3$

$p_3 - p_2 = 2p_2 = 2p_1$

$\frac{p_0}{p_2} = \frac{(V_1 + V_2) T_0}{V_2 T_2} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot 450}{\frac{2}{3} \cdot 500} = \frac{400}{100} = 4$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Дано:

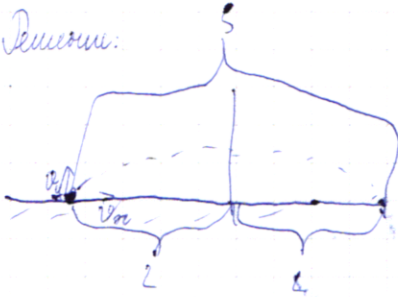
$$\alpha = 30^\circ$$

$$t_0 = 1,5 \text{ c}$$

L = ?

H = ?

Решение:



$$S = 2L$$

$$H = v_y t_0 - \frac{g t_0^2}{2}$$

$$v_y = \frac{H + \frac{g t_0^2}{2}}{t_0}$$

$$v_x = \frac{L}{t_0}$$

$$v_y = \frac{H + \frac{g t_0^2}{2}}{t_0} = \frac{2,8125 + \frac{10 \cdot 2,25}{2}}{1,5} = 2,35$$

$$v_x = \frac{L}{t_0} = \frac{L}{1,5}$$

$$v_x \cdot \frac{1}{\sin 30^\circ} = \frac{9,3483 \cdot 3}{\sqrt{3}}$$

$$t_0 = \frac{L}{v_x}$$

$$t_0 = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\frac{L}{v_x} = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$v_x = v_y \cdot \sqrt{3} = \frac{H + \frac{g t_0^2}{2}}{t_0} \cdot \sqrt{3}$$

$$L = v_x \sqrt{\frac{2H}{g}} \left(\frac{H + \frac{g t_0^2}{2}}{t_0} \right) \cdot \sqrt{3} \approx 2,6 \cdot v_y = 2,34 \text{ (м)}$$

$$H = 2,8125 \text{ (м)}$$

Handwritten calculations and diagrams for the first problem. Includes a velocity vector diagram at the top right showing $v_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{\sqrt{3}} = \frac{v\sqrt{3}}{2}$. Below it, a calculation for H: $H = \frac{g \left(\frac{t_0}{2}\right)^2}{2} = \frac{10 \cdot (1,5)^2}{2} = 5 \cdot 0,5625 = 2,8125$. Further calculations show $v_y = \frac{2,8125 + \frac{10 \cdot 2,25}{2}}{1,5} = 2,35$. A velocity vector diagram shows $v_x = \frac{L}{1,5}$ and $v_y = 2,35$. The resultant velocity $v_x \cdot \frac{1}{\sin 30^\circ} = \frac{9,3483 \cdot 3}{\sqrt{3}}$ is calculated. The time $t_0 = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2 \sqrt{\frac{2 \cdot 2,8125}{10}} = 2 \sqrt{1,125} = 2,35$ is found. The horizontal distance $L = v_x \sqrt{\frac{2H}{g}} \left(\frac{H + \frac{g t_0^2}{2}}{t_0} \right) \cdot \sqrt{3} \approx 2,6 \cdot v_y = 2,34 \text{ (м)}$ is calculated. The height $H = 2,8125 \text{ (м)}$ is noted.

2. Дано:

$$3U_1 = v_1$$

$$v_2 = 0$$

$$\frac{m_2}{m_1} = ?$$

$$\frac{v_{1x}}{v_1} = \frac{v_{2x}}{v_2} = ?$$

Решение:

$$m_1 v_1 = m_1 U_1 + m_2 U_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}$$

$$\frac{m_1 (2U_1) = m_2 U_2}{m_1 8U_1^2 = m_2 U_2^2}$$

$$8U_1 = U_2$$

$$m_1 3U_1 = m_1 U_1 + m_2 4U_1$$

$$m_1 2U_1 = m_2 4U_1$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{4U_1}{2U_1} = 2$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{4U_1}{3U_1} = \frac{4}{3}$$

3. Дано:

$$m \ll M$$

$$2v_1 = v_2$$

$$\frac{v_{1x}}{v_1} = \frac{v_{2x}}{v_2} = ?$$

$$2v_1 = v_2$$

$$2v_{1x} = 2v_{2x} - v_{2x}$$

$$v_{2x} = 2$$

$$\frac{v_{2x}}{v_2} = ?$$

Handwritten calculations and diagrams for the second problem. It shows the conservation of momentum and energy. The equations are: $m_1 v_1 = m_1 U_1 + m_2 U_2$, $\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}$, and $\frac{m_1 (2U_1) = m_2 U_2}{m_1 8U_1^2 = m_2 U_2^2}$. From these, $8U_1 = U_2$ is derived. Then, $m_1 3U_1 = m_1 U_1 + m_2 4U_1$ and $m_1 2U_1 = m_2 4U_1$ are used to find $\frac{m_2}{m_1} = \frac{4U_1}{2U_1} = 2$. Finally, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{4U_1}{3U_1} = \frac{4}{3}$ is calculated.



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

4-007

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

4-007

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)