

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 11

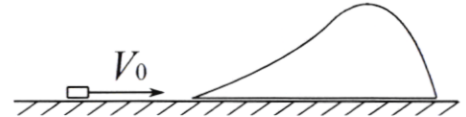
Шифр 06-024

(заполняется секретарём)

Вариант 11-03

1. Небольшой шарик висит на легкой нити длиной 50 см. Какую минимальную горизонтальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он, двигаясь по окружности, совершил полный оборот в вертикальной плоскости? Принять $g=10 \text{ м/с}^2$.

2. Небольшая шайба массой m скользит по гладкому горизонтальному столу со скоростью v_0 к неподвижной незакрепленной горке массой $3m$ (см. рис.). Шайба въезжает на горку, движется по ней без трения и отрыва и съезжает с горки в обратном направлении.

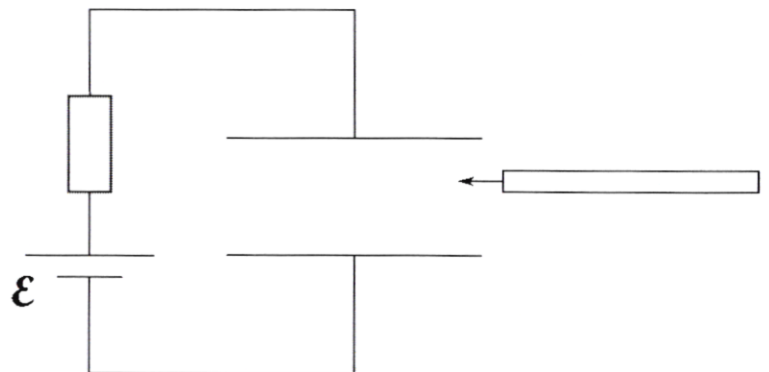


- 1) На какую максимальную высоту поднимается шайба?
- 2) С какой скоростью шайба съезжает с горки?

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ разделен перегородкой на две части с различными объемами. В первой части находится гелий при температуре 27°C в количестве $\nu_1 = 0,2$ моль. Во второй части находится гелий при температуре 7°C в количестве $\nu_2 = 0,3$ моль. Перегородка прорывается.

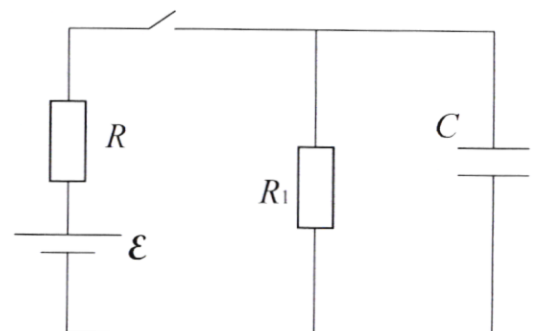
- 1) Какая температура (в градусах Цельсия) установится в сосуде после наступления термодинамического равновесия?
- 2) Найти конечное давление в сосуде.

4. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 подсоединен через резистор к источнику с ЭДС \mathcal{E} (см. рис.). В конденсатор вводят параллельно обкладкам незаряженную проводящую пластину и располагают ее напротив обкладок. Форма поверхности пластины совпадает с формой поверхности обкладок. Толщина пластины в 4 раза меньше расстояния между обкладками.



- 1) Найти емкость конденсатора с пластиной.
- 2) Какой заряд пройдет через резистор после начала введения пластины?

5. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут. Параметры цепи указаны на схеме. Внутреннее сопротивление источника «содержится» в R , $R_1=3R$. Ключ замыкают. После достижения в цепи установившегося режима ключ размыкают. Известными величинами считать C , \mathcal{E} , R .



- 1) Найти ток через источник сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти установившееся напряжение на конденсаторе при замкнутом ключе.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

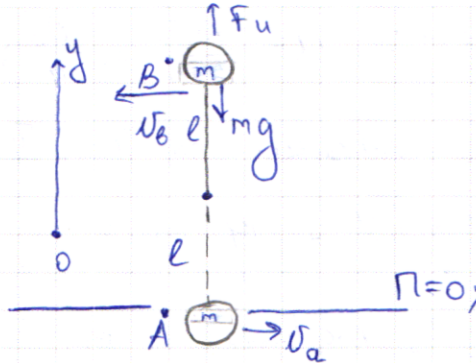
№1.

Дано:

$$l = 50 \text{ см.}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2.$$

найти: v_0 - ?



1). Чтобы шарик совершил полный оборот, на самой высокой точке траектории он не должен упасть. Это есть, сумма вертикальных сил должна равняться нулю; ♥

2) Запишем второй закон

Ньютона для шарика в точке B:

для оси Oy:

$$m\vec{a} = \vec{F}_u + m\vec{g}$$

$$0 = F_u - mg.$$

$$mg = \frac{mv_b^2}{R};$$

$$v_b^2 = gR = gl;$$

$$\frac{mv_a^2}{2} = \frac{5mgl}{2};$$

$$v_a = \sqrt{5gl} = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = 5 \text{ м/с.}$$

3). Запишем закон сохранения энергии:

$$E_A = \frac{mv_a^2}{2};$$

$$E_B = \frac{mv_b^2}{2} + mg \cdot 2l;$$

$$E_A = E_B;$$

$$\frac{mv_a^2}{2} = \frac{mv_b^2}{2} + 2mgl =$$

$$= \frac{m \cdot gl}{2} + 2mgl = \frac{5mgl}{2};$$

Ответ: 5 м/с

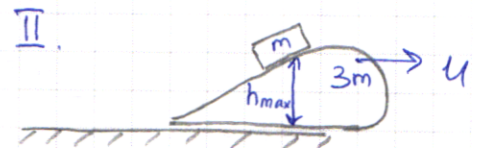
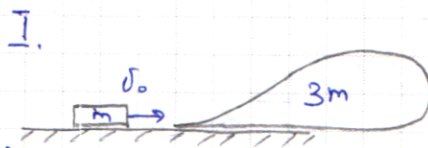
№2.

m v_0

$3m$

найти: h_{\max} - ?

v' - ?



1) Шайба въезжает на горку, и достигает максимальной точки. И в этот момент шайба

не движется относительно горки. Это-есть скорости шайбы и горки относительно земли равняется. Чтобы найти эту скорость запишем закон сохранения импульса:

$$\vec{m}\vec{v}_0 = m\vec{u} + 3m\vec{u}; \quad m\vec{v}_0 = (m + 3m)\vec{u};$$

$$m\vec{v}_0 = 4m\vec{u}; \quad u = \frac{m\vec{v}_0}{4m} = \frac{\vec{v}_0}{4};$$

2) Теперь закон сохранения энергии от I к II для всей системы:

$$\frac{m\vec{v}_0^2}{2} = \frac{(m+3m)u^2}{2} + mgh_{\max};$$

$$\frac{m\vec{v}_0^2}{2} = \frac{4mu^2}{2} + mgh_{\max}; \quad | : m,$$

$$2gh_{\max} = v_0^2 - 4u^2 = v_0^2 - 4 \cdot \frac{v_0^2}{16} = \frac{3v_0^2}{4};$$

$$h_{\max} = \frac{3v_0^2}{8g}$$

3) III.



$$3Cu: \quad (m+3m)u = m\vec{v}' + 3m\vec{u}';$$

$$4m \frac{v_0}{4} = 3mu' - mv';$$

$$v_0 = 3u' - v';$$

$$3u' = v_0 + v'; \quad u' = \frac{v_0 + v'}{3};$$

4) 3CЭ:

$$mgh + \frac{(m+3m)u^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + \frac{3mu'^2}{2}; \quad | \cdot 2$$

$$2mgh + 4mu^2 = mv'^2 + 3mu'^2;$$

$$2mg \cdot \frac{3v_0^2}{8g} + 4m \frac{v_0^2}{16} = mv'^2 + 3m \cdot \frac{(v_0 + v')^2}{9};$$

$$\frac{3v_0^2}{4} + \frac{v_0^2}{4} = v'^2 + \frac{(v_0 + v')^2}{3};$$

$$v_0^2 = v'^2 + \frac{(v_0 + v')^2}{3}; \quad | \cdot 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3v_0^2 = 3v_1^2 + (v_0 + v_1')^2$$

$$3v_0^2 = 3v_1^2 + v_0^2 + 2v_0v_1' + v_1'^2;$$

$$2v_0^2 = 4v_1^2 + 2v_0v_1';$$

$$2v_1^2 + v_0v_1' - v_0^2 = 0;$$

$$v_1^2 + \frac{v_0}{2}v_1' - \frac{v_0^2}{2} = 0;$$

По Th. Виета: $v_1' = -v_0;$

$$v_2' = \frac{v_0}{2};$$

I). $v_1' = -v_0;$

$$u' = \frac{-v_0 + v_0}{3} = 0;$$

$$u' \neq 0.$$

II). $v_1' = \frac{v_0}{2};$

$$u' = \frac{+\frac{v_0}{2} + v_0}{3} = \frac{v_0}{2};$$

$$u' = \frac{v_0}{2};$$

После того, как шарик

съезжает горки, горка никак не может останавливаться,

т.к. никакие силы против него не действуют. Поэтому

$$v_1' \neq -v_0; \quad v_1' = \frac{v_0}{2};$$

Ответ: 1) $h_{\max} = \frac{3v_0^2}{8g};$

2) $v_1' = \frac{v_0}{2}$

№3.

$$V = 8,31 \cdot 10^3 \text{ м}^3;$$

$$t_1 = 27^\circ\text{C}$$

$$v_1 = 0,2 \text{ м/с.}$$

$$t_2 = 7^\circ\text{C.}$$

$$v_2 = 0,3 \text{ м/с.}$$

найти: $t' - ?$

$p' - ?$

v_1	$v - v_1$
$v_1; T_1;$	$T_2;$
	v_2

$$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300^\circ\text{K.}$$

$$T_2 = 7^\circ\text{C} = 280^\circ\text{K};$$

1). Внутренняя энергия газа в первой части:

$$u_1 = \frac{3}{2} v_1 R T_1;$$

В второй части: $u_2 = \frac{3}{2} v_2 R T_2$

2). После того как перегородка прорывается

внутренняя энергия всего газа: $u' = \frac{3}{2} (v_1 + v_2) R T';$

3). Так как сосуд теплоизолирован сумма внутренних энергий газов сохраняется. Это есть $U_1 + U_2 = U'$ ♥

$$U_1 + U_2 = \frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{3}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T';$$

$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T';$$

$$T' = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,5} = \frac{60 + 84}{0,5} = 288 \text{ K};$$

$$t = T - 273^\circ;$$

$$t' = 288^\circ - 273^\circ = 15^\circ \text{ C};$$

4). Запишем закон Менделеева - Клапейрона:

$$pV = \nu RT; \text{ Отсюда: } p = \frac{\nu RT}{V};$$

$$p' = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R}{V} \cdot \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = 144 \text{ кПа};$$

Ответ: 1). 15° C

2) 144 кПа.

№ 4.

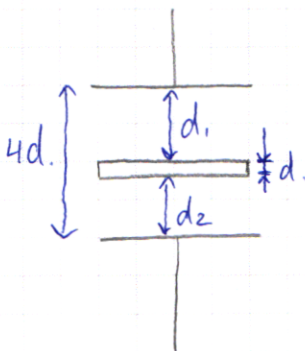
C_0 ; ϵ

$$\frac{d_n}{d_c} = \frac{1}{4};$$

найти:

C_K - ?

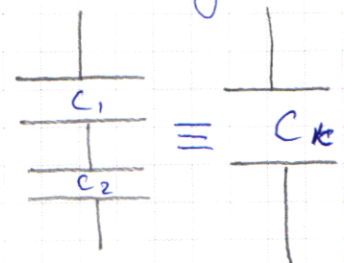
q_K - ?



$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d_1};$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d_2}$$

1) После того, как вставят пластину, система конденсаторов становится эквивалентной системе состоящая из двух последовательно соединенных конденсаторов.



$$\frac{1}{C_K} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2};$$

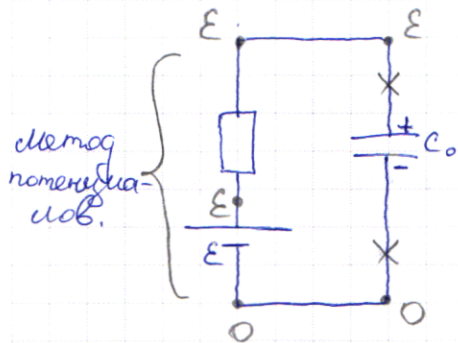
$$\frac{1}{C_K} = \frac{d_1}{\epsilon_0 S} + \frac{d_2}{\epsilon_0 S} =$$

$$= \frac{d_1 + d_2}{\epsilon_0 S} = \frac{3d}{\epsilon_0 S} = \frac{3d}{\frac{4dC_0}{\epsilon_0 S} \cdot S} = \frac{3}{4C_0}; \quad (*) \quad C_K = \frac{4C_0}{3};$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{4d}; \quad \epsilon_0 = \frac{4dC_0}{S}; \quad (*)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2). Рассмотрим цепь до $\leftarrow \square$

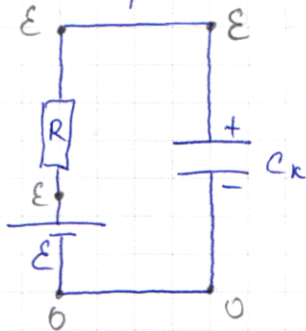


В установившемся режиме ток через конденсатор не течет. Значит через резистор тоже. (*)

$$U_{C_0} = \varepsilon;$$

$$q_{C_0} = C_0 \varepsilon;$$

3). Рассмотрим цепь после $\leftarrow \square$ спустя много времени.



(*) $U_{C_k} = \varepsilon;$

$$q_{C_k} = C_k \varepsilon;$$

Запишем закон сохранения заряда:

$$C_k \varepsilon = q_R + C_0 \varepsilon; \quad (\text{Чтобы зарядить конденсатор}$$

ток может течь только через резистор).

$$q_R = (C_k - C_0) \varepsilon =$$

$$= \left(\frac{4}{3} C_0 - C_0\right) \varepsilon = \frac{1}{3} C_0 \varepsilon;$$

№5.

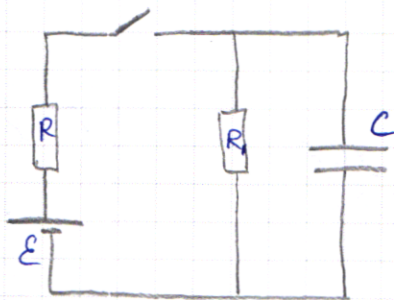
$$R_1 = 3R,$$

$$C; \varepsilon; R.$$

найми: I_0 - ?

$U_C(t_{\text{уст}})$ - ?

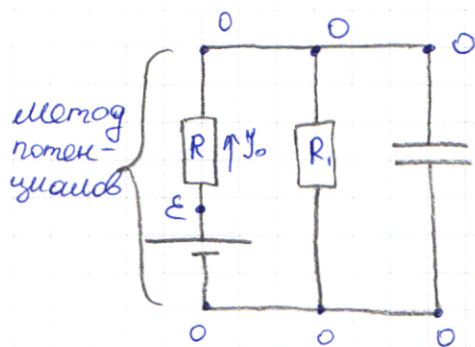
Q - ?



Ответ: $C_k = \frac{4}{3} C_0;$

$$q_R = \frac{1}{3} C_0 \varepsilon;$$

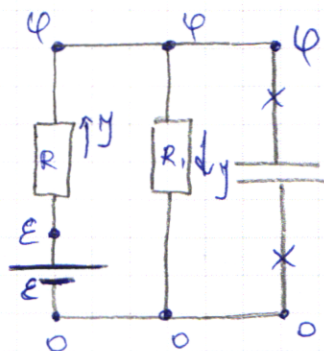
1). Рассмотрим цепь сразу после \rightarrow  :



Напряжение на конденсаторе (*) скачком не меняется:

$$y_0 = \frac{\varepsilon}{R};$$

2). Рассмотрим цепь в установившемся состоянии:



В уст. состоянии ток через конденсатор не течет.

$$y = \frac{\varepsilon - \varphi}{R} = \frac{\varphi}{3R};$$

$$3\varepsilon - 3\varphi = \varphi; \quad 3\varepsilon = 4\varphi;$$

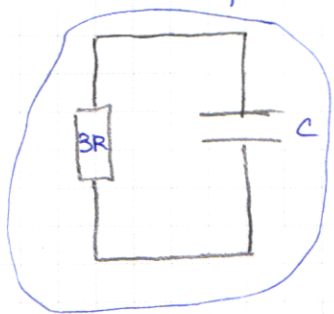
$$U_c(t_{уст}) = \varphi - 0 = \varphi = \frac{3}{4} \varepsilon;$$

$$\varphi = \frac{3\varepsilon}{4};$$

$$W_c(t_{уст}) = \frac{CU_c(t_{уст})^2}{2} = \frac{9CE^2}{32};$$

3). Рассмотрим цепь

после \rightarrow  :



↑ система.

Сразу после размыкания энергия системы: $E_1 = W_c(t_{уст})$. (т.к. (*))

А потом конденсатор расходует свой заряд, и спустя много времени энергия системы:

$E_2 = 0$; Это есть заряд конденсатора течет через резистор, и там выделяется тепло.

ЗСЭ для системы:

$$E_1 = Q + E_2;$$

$$E_1 = Q + 0 = Q = W_c(t_{уст}) = \frac{9CE^2}{32};$$

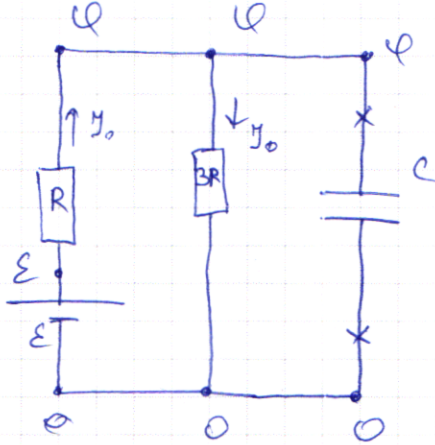
Ответ: 1) $y_0 = \frac{\varepsilon}{R}$;

2) $U_c(t_{уст}) = \frac{3}{4} \varepsilon$;

3) $Q = \frac{9}{32} CE^2$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2).



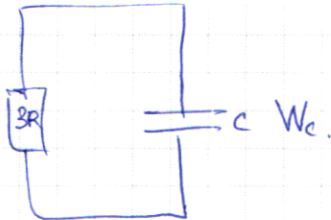
$$\frac{\varepsilon - \varphi}{R} = \frac{\varphi}{3R};$$

$$3\varepsilon - 3\varphi = \varphi;$$

$$3\varepsilon = 4\varphi; \quad \varphi = \frac{3\varepsilon}{4} = 0,75\varepsilon;$$

$$W_{2C} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{C \cdot \frac{9\varepsilon^2}{16}}{2} = \frac{9CE^2}{32};$$

3).



$$E_1 = W_C;$$

$$E_1 = Q + E_2;$$

$$E_2 = 0;$$

$$E_1 = W_C = Q = \frac{9CE^2}{32};$$

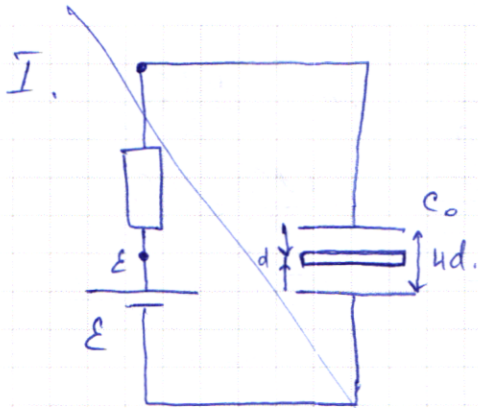


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4)



$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d};$$

$$\frac{1}{C_{13}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} =$$

$$= \frac{1d_1}{\epsilon_0 \epsilon S} + \frac{1d_2}{\epsilon_0 \epsilon S} =$$

$$= \frac{d_1 + d_2}{\epsilon_0 \epsilon S};$$

$$C_{13} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d_1 + d_2};$$

↑ Не зависит от d_1, d_2 ;

1) $C_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{3d};$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S \epsilon}{d};$$

$$\frac{1}{C_{ок}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{\epsilon/3d}{\epsilon_0 S} + \frac{d}{\epsilon_0 \epsilon S} = \frac{3\epsilon d + d}{\epsilon_0 \epsilon S} = \frac{d(3\epsilon + 1)}{\epsilon_0 \epsilon S};$$

$$C_{ок} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d(3\epsilon + 1)};$$

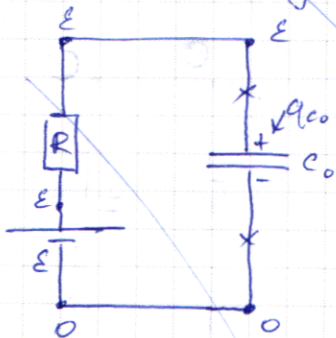
$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{4d};$$

$$\epsilon_0 = \frac{4dC_0}{S};$$

$$C_{ок} = \frac{4dC_0 \cdot \epsilon S}{d(3\epsilon + 1)} = \frac{4dC_0 \epsilon}{d(3\epsilon + 1)} = \frac{4C_0 \epsilon}{3\epsilon + 1};$$

$$C_{ок} = \frac{4C_0 \epsilon}{3\epsilon + 1};$$

II. Рассмотрим до

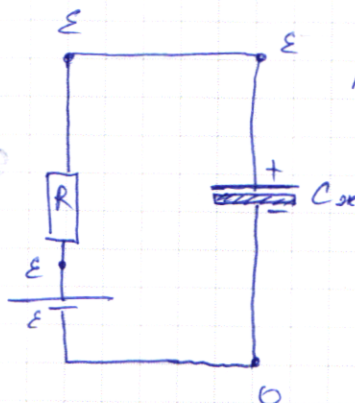


В уст. режиме.

$$U_C = \epsilon;$$

$$q_{C0} = C_0 \epsilon;$$

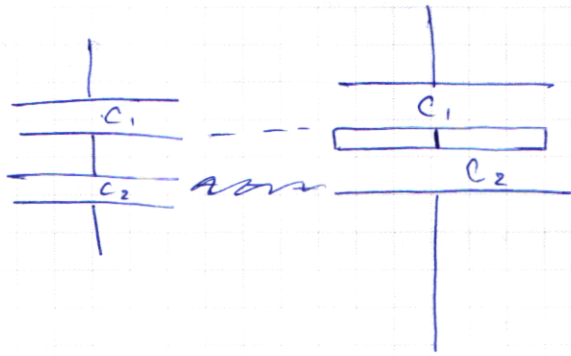
После



В уст. режиме.

$$q_{Cок} = C_{ок} \cdot \epsilon = \frac{4C_0 \epsilon^2}{3\epsilon + 1};$$

1).



$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d_1}; \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d_2};$$

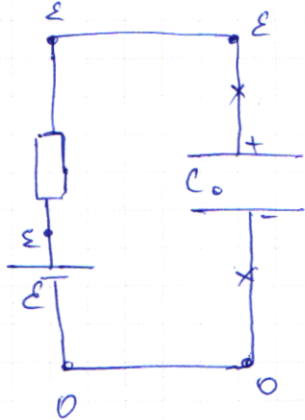
$$\frac{1}{C_{\text{эк}}} = \frac{d_1}{\epsilon_0 S} + \frac{d_2}{\epsilon_0 S} = \frac{d_1 + d_2}{\epsilon_0 S} =$$

$$= \frac{3d}{\epsilon_0 S}; \quad C_{\text{эк}} = \frac{\epsilon_0 S}{3d};$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{4d}; \quad \epsilon_0 = \frac{4dC_0}{S};$$

$$C_{\text{эк}} = \frac{\frac{4dC_0}{S} \cdot S}{3d} = \frac{4dC_0}{3d} = \frac{4C_0}{3};$$

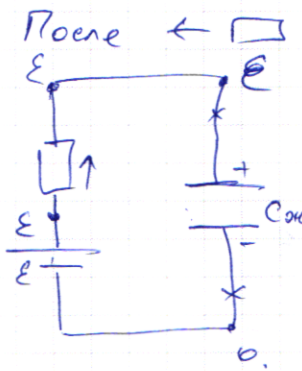
2) Рассмотрим цепь до



В уст. режиме (не течет)

$$q_1 = C_0 \epsilon;$$

$$C_{\text{эк}} = \frac{4C_0}{3};$$



В уст. режиме

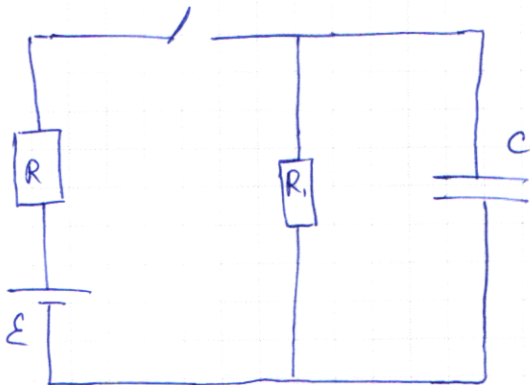
$$q_2 = C_{\text{эк}} \cdot \epsilon;$$

ЗСЗ: $C_{\text{эк}} \epsilon = C_0 \epsilon + q^*;$

$$q^* = (C_{\text{эк}} - C_0) \epsilon = \left(\frac{4}{3} C_0 - C_0\right) \epsilon = \frac{1}{3} C_0 \epsilon;$$

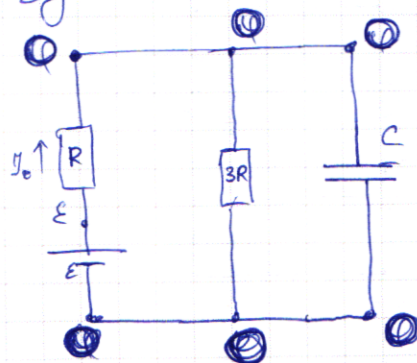
$$q^* = \frac{1}{3} C_0 \epsilon$$

N°5.



$$R_1 = 3R.$$

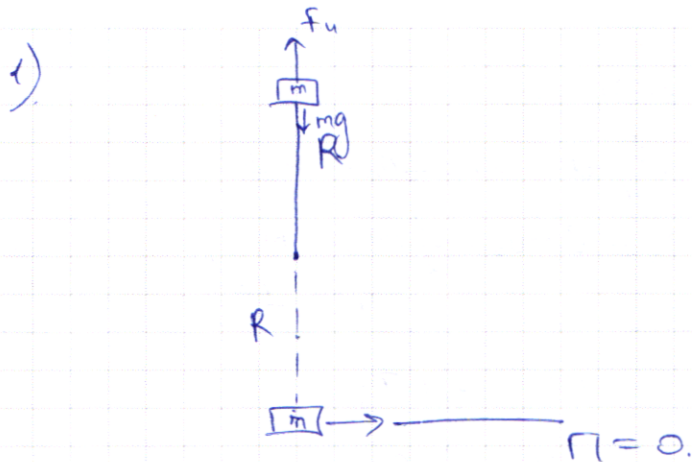
Сразу после



U_C - не меняется скачком.

$$I_0 = \frac{\epsilon}{R};$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$F_u = mg = \frac{mv^2}{R};$$

$$v_0^2 = gR;$$

$$W_1 = \frac{mv_0^2}{2};$$

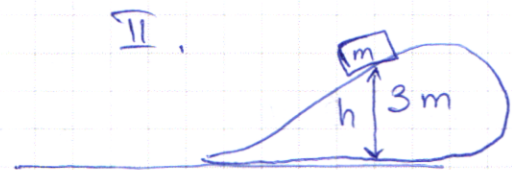
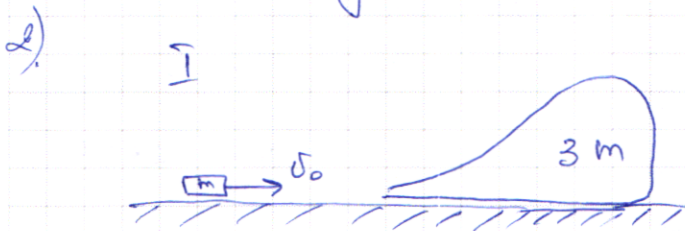
$$W_2 = \frac{mv_0^2}{2} + mg \cdot 2R;$$

$$W_1 = W_2;$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + 2mgR;$$

$$v_0^2 = v_0^2 + 4gR;$$

$$v_0 = \sqrt{gR + 4gR} = \sqrt{5gR} = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,5} = 5 \text{ m/s};$$



1) ЗСД: $m v_0 = (m + 3m) u;$
 $m v_0 = 4m u; \quad u = \frac{m v_0}{4m} = \frac{v_0}{4};$

2) $(m + 3m) u = 3m u' - m v';$
 $4m \cdot \frac{v_0}{4} = 3m u' - m v';$
 $m v_0 = 3m u' - m v';$
 $v_0 = 3u' - v';$
 $3u' = v_0 + v'; \quad u' = \frac{v_0 + v'}{3};$

2) ЗСД: $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{(m + 3m) u^2}{2} + mgh;$
 $\frac{m v_0^2}{2} = \frac{4m u^2}{2} + mgh;$
 $v_0^2 = 4u^2 + 2gh;$
 $2gh = v_0^2 - 4u^2 = v_0^2 - 4 \cdot \frac{v_0^2}{16} = \frac{3v_0^2}{4};$
 $h = \frac{3v_0^2}{8g};$

4) ЗСД: $mgh + \frac{(m + 3m) u^2}{2} = \frac{m v'^2}{2} + \frac{3m u'^2}{2};$

$$2mgh + 4m u^2 = m v'^2 + 3m u'^2;$$

$$2mg \cdot \frac{3v_0^2}{8g} + 4m \cdot \frac{v_0^2}{16} = m v'^2 + 3m \cdot \frac{(v_0 + v')^2}{9};$$

$$\frac{3v_0^2}{4} + \frac{v_0^2}{4} = v'^2 + \frac{(v_0 + v')^2}{3};$$

$$v_0^2 = v'^2 + \frac{(v_0 + v')^2}{3} \cdot 3.$$

$$3v_0^2 = 3v_1^2 + (v_0 + v_1')^2;$$

$$D = v_0^2 + 8v_0^2 = 9v_0^2;$$

$$3v_0^2 = 3v_1^2 + v_0^2 + 2v_0v_1' + v_1'^2;$$

$$v_1' = \frac{-2v_0 \pm 3v_0}{4} = \left[\begin{array}{l} -v_0 \\ \frac{v_0}{2} \end{array} \right]$$

$$2v_0^2 = 4v_1^2 + 2v_0v_1';$$

$$4v_1^2 + 2v_0v_1' - 2v_0^2 = 0;$$

$$2v_1^2 + v_0v_1' - v_0^2 = 0.$$

проб: $u' = \frac{v_1' + v_0}{3} = \frac{\frac{3}{2}v_0}{3} = \frac{1}{2}v_0;$

$$(m+3m)u = 3mu' - mv_1';$$

$$4m \cdot \frac{v_0}{4} = 3m \cdot \frac{1}{2}v_0 - m \cdot \frac{v_0}{2};$$

$$m v_0 = \frac{3}{2}m v_0 - \frac{1}{2}m v_0 = m v_0;$$

$$u' = \frac{1}{2}v_0; \quad v_1' = \frac{v_0}{2};$$

$$v_1' = -v_0; \quad u' = \frac{-v_0 + v_0}{3} = 0;$$

$$4m \cdot \frac{v_0}{4} = 3m \cdot 0 - m(-v_0);$$

$$m v_0 = m v_0; \quad u' = 0; \quad v_1' \neq -v_0;$$

$$pV = \nu RT;$$

$$p_i V_i = \nu_i R T_i;$$

$$p = nkT;$$

$$pV = \frac{A}{k} kT;$$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300\text{K};$$

$$T_2 = 7^\circ\text{C} = 280\text{K};$$

$$U_1 = \frac{3}{2} \nu_1 R T_1; \quad U_2 = \frac{3}{2} \nu_2 R T_2;$$

$$U_1 + U_2 = \frac{3}{2} R (\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2) = \frac{3}{2} R (\nu_1 + \nu_2) T';$$

$$\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 = (\nu_1 + \nu_2) T'; \quad T' = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{0,2 \cdot 300 + 0,3 \cdot 280}{0,5} = \frac{60 + 84}{0,5} = 288\text{K} = 15^\circ\text{C};$$

$$2) \quad p = \frac{(\nu_1 + \nu_2) R T'}{V} =$$

$$= \frac{0,5 \cdot R \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} \approx \frac{0,5 \cdot 8,31 \cdot 288}{8,31 \cdot 10^{-3}} = \frac{144}{10^{-3}} = 144 \text{ кПа};$$