

# Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 09

Шифр 14-006

(заполняется секретарём)

## Вариант 09-04

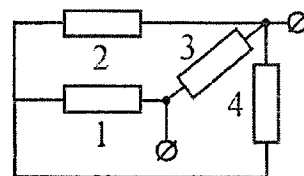
1 Первый вагон поезда прошел мимо наблюдателя, стоящего на платформе, за  $\tau_1 = 1$  с, а второй - за  $\tau_2 = 1,5$  с. Длина каждого вагона  $L = 12$  м. Через какое время  $T$  после начала наблюдения поезд остановился? В процессе торможения поезд движется по прямой равнозамедленно.

2 Начальная скорость камня, брошенного под углом к горизонту, равна  $V_0 = 10$  м/с, а через  $\tau = 0,5$  с величина скорости камня уменьшилась до  $V = 7$  м/с. Найдите максимальную высоту  $H$  полета камня. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

3 На нити подвешен шарик. Шарик отводят в сторону так, что нить принимает горизонтальное положение, и отпускают. Какой угол  $\alpha$  образует нить с вертикалью в тот момент, когда ускорение шарика направлено горизонтально?

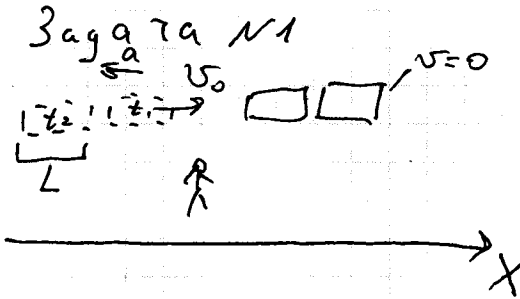
4 В калориметр, содержащий  $m_1 = 2$  кг льда при температуре  $t_1 = -5$  °С, добавили  $m_2 = 200$  г воды при температуре  $t_2 = +5$  °С. Определите массу  $m$  льда в калориметре после установления равновесия. Удельные теплоемкости льда  $c_1 = 2100$  Дж/(кг·К), воды  $c_2 = 4200$  Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$  Дж/кг.

5 Цепь, схема которой показана на рисунке, подключена к источнику постоянного напряжения. Сопротивления всех резисторов равны. На резисторе 1 рассеивается мощность  $P_1 = 10$  Вт. Найдите мощность  $P$ , рассеиваемую на всей цепи.





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано

$$t_1 = 1 \text{ с}; t_2 = 1,5 \text{ с}$$

$$L = 12 \text{ м}$$

Найти

$$T = ?$$

Обозначим:

$a$  - ускорение поезда

$v_0$  - начальная скорость поезда

Решение

1) Для первого вагона:

$$\text{Ох: } L = v_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2}$$

2) Для первого и второго вагонов вместе:

$$\text{Ох: } 2L = v_0(t_1 + t_2) - \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2}$$

Получим систему: 
$$\begin{cases} L = v_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2} \\ 2L = v_0(t_1 + t_2) - \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 t_1 = L + \frac{a t_1^2}{2} \\ v_0(t_1 + t_2) = 2L + \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{поделим уравнения}$$

$$\frac{t_1}{t_1 + t_2} = \frac{2L + a t_1^2}{4L + a(t_1 + t_2)^2}$$

$$4L t_1 + a t_1 (t_1 + t_2)^2 = 2L(t_1 + t_2) + a t_1^2 (t_1 + t_2)$$

$$4L t_1 - 2L(t_1 + t_2) = a t_1^2 (t_1 + t_2) - a t_1 (t_1 + t_2)^2$$

$$2L(2t_1 - (t_1 + t_2)) = a(t_1^2 (t_1 + t_2) - t_1 (t_1 + t_2)^2)$$

$$a = \frac{2L(2t_1 - t_1 - t_2)}{t_1^2 (t_1 + t_2) - t_1 (t_1 + t_2)^2} = \frac{2L(t_1 - t_2)}{t_1 (t_1 + t_2) \cdot (-t_2)} \approx 3,2 \frac{m}{c^2}$$

2) m, k мы знаем ускорение  $\Rightarrow$  найдем начальную скорость  $\Rightarrow$  вернемся к системе:  $\Rightarrow$  получим выражение

$$v_0 t_1 = L + \frac{a t_1^2}{2}$$

отсюда  $v_0$ :

$$v_0 = \frac{2L + a t_1^2}{2 t_1} \Rightarrow m, k a = \frac{2L(t_1 - t_2)}{t_1 (t_1 + t_2) (-t_2)}, m, k$$

$$v_0 = \frac{2L + \frac{t_1 \cdot 2L(t_1 - t_2)}{(t_1 + t_2) \cdot (-t_2)}}{2 t_1} \approx 10,4 \frac{m}{c}$$

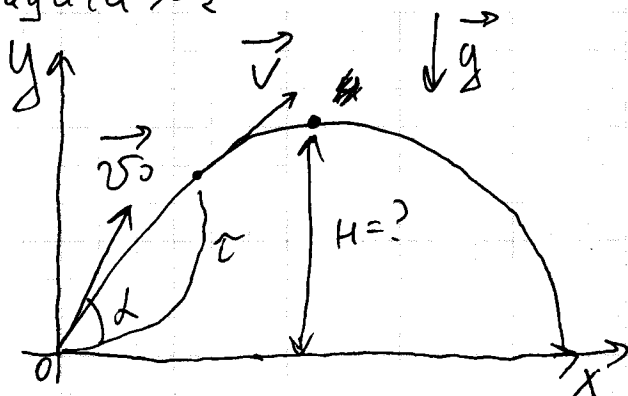
3) m, k  $v = v_0 + aT$  | m, k  $v = 0, m, k \Rightarrow$ :

$$T = \frac{-v_0}{a} \Rightarrow T = \frac{-\frac{2L + \frac{t_1 \cdot 2L(t_1 - t_2)}{(t_1 + t_2) \cdot (-t_2)}}{2 t_1}}{\frac{2L(t_1 - t_2)}{t_1 (t_1 + t_2) \cdot (-t_2)}} \approx 3,25 c$$

Ответ:  $T = 3,25 c$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2



Дано

$$v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$V = 7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\tau = 0,5 \text{ с}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Найти

$$H = ?$$

Обозначим!

$\alpha$  - угол с горизонтом  
под которым бросили тело

Решение

1) т.к. на всём пути горизонтальная составляющая скорости будет  $v_x = v_0 \cos \alpha$  (т.к. ускорение на ось  $Ox$  нет)

2) В то время, как вертикальная составляющая будет равна  $v_y = v_0 \sin \alpha - g \tau$

3) Известно, что через  $\tau$  скорость вектор скорости  $v$  равен  $V \Rightarrow$  по теореме Пифагора:

$$V^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - g \tau)^2$$

Найдём из этого выражения  $\sin \alpha \Rightarrow$

$V^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha - 2v_0 g t \sin \alpha + g^2 t^2$   
 т.к. по основному тригонометрическому тождеству ~~еще~~  $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ , то подставим это в выражение и получим:

$$V^2 = v_0^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha - 2v_0 g t \sin \alpha + g^2 t^2$$

$$V^2 = v_0^2 - 2v_0 g t \sin \alpha + g^2 t^2$$

$$2v_0 g t \sin \alpha = v_0^2 - V^2 + g^2 t^2$$

$$\sin \alpha = \frac{v_0^2 - V^2 + g^2 t^2}{2v_0 g t}$$

4) Уравнения для всего полёта камня  $\Rightarrow$

$$O_x: X = t v_0 \cos \alpha$$

$$O_y: Y = t v_0 \sin \alpha - \frac{g t^2}{2}$$

т.к. при падении  $y = 0$ , то  $\Rightarrow t = 0$  или

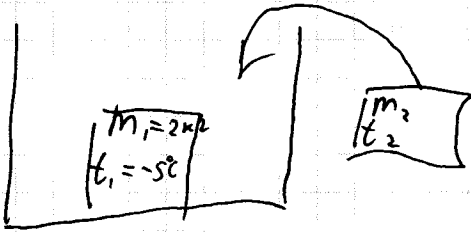
$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow \text{время полёта на максимальную высоту будет} \Rightarrow t_m = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow$$

подставим это значение в выражение для координат по  $y \Rightarrow$  получим:

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{g v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g^2} = \frac{2v_0^2 \sin^2 \alpha - v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \\
 &= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \text{ т.к. } \sin \alpha = \frac{v_0^2 - V^2 + g^2 t^2}{2v_0 g t}, \text{ то} \\
 H &= \frac{v_0^2 \cdot \left( \frac{v_0^2 - V^2 + g^2 t^2}{2v_0 g t} \right)^2}{2g} = \frac{(v_0^2 - V^2 + g^2 t^2)^2}{8g^3 t^2} \approx 2,888 \text{ м}
 \end{aligned}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4



Обозначим

$$t_k = 0^{\circ}\text{C}$$

$t_0$  - некоторая температура

Дано

$$m_1 = 2 \text{ кг}$$

$$t_1 = -5^{\circ}\text{C}$$

$$m_2 = 200 \text{ г}$$

$$t_2 = +5^{\circ}\text{C}$$

$$c_1 = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{K}}$$

$$c_2 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{K}}$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

Найти

$$m = ?$$

Решение

1) Из условия видно, что масса воды меньше массы льда  $\Rightarrow$  ~~это~~ и значит, что вода не сможет растопить весь лёд т.е. нагреть лёд до температуры  $0^{\circ}\text{C}$ . Докажем это:  $m_1, k$  если  $k$  вода превратится из  $+5^{\circ}\text{C}$  в  $0^{\circ}\text{C}$ , то она отдаст тепло равное!

$$Q_1 = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t_k)$$

Аз, ~~значит~~ и это тепло (по закону сохр. энергии не остается льду и какая-то часть льду) и нужно кол-во тепла чтобы растопить лёд - это  $Q_2 = m_1 \cdot \lambda$  и

если подставить цифры, то будет видно, что  $Q_2 > Q_1$ , из этого делаем вывод, что ~~все~~ вода массой  $m_2$  не сможет растаивать лёд температурой массой  $m$ ,

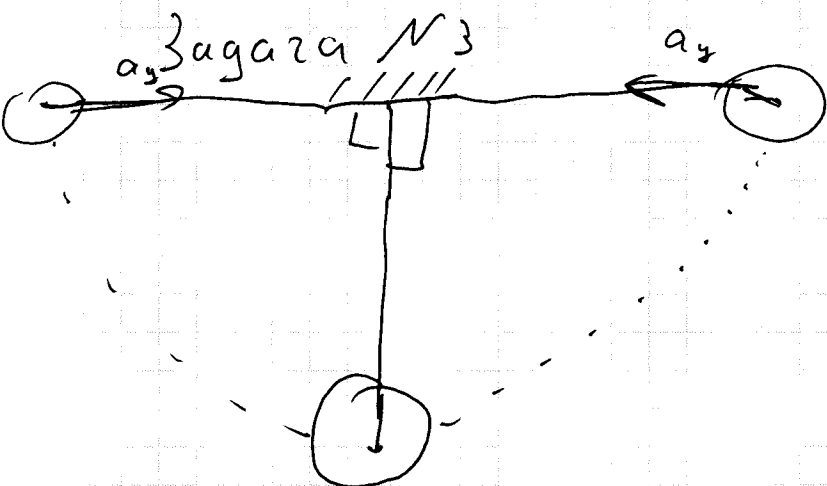
2) Далее будет происходить:

Мы имеем воду при  $0^\circ\text{C}$  и лёд при  $t_0$  далее вода будет замерзать а лёд ~~таять~~ охладиться:

и значит наступит тепловое равновесие и

мы получим  $m = m_1 + m_2$  (льда) = 2,2 кг

Ответ:  $m = 2,2$  кг

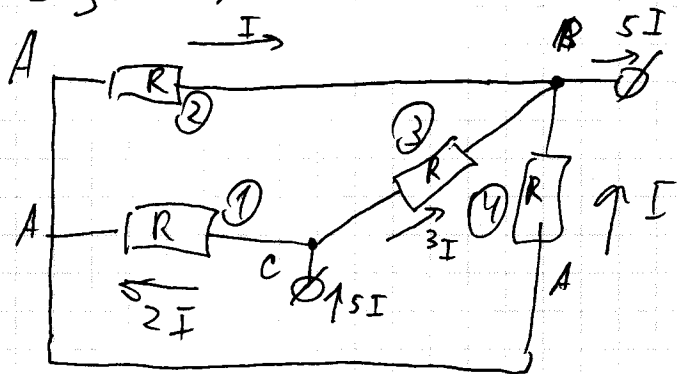


Чтобы  $a_3$  (центростремительное ускорение) было направлено горизонтально следует, чтобы нить образовывала <sup>вертикально</sup> ~~горизонтально~~ угол  $\alpha = 90^\circ$  при других углах ускорение будет направлено не горизонтально



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5



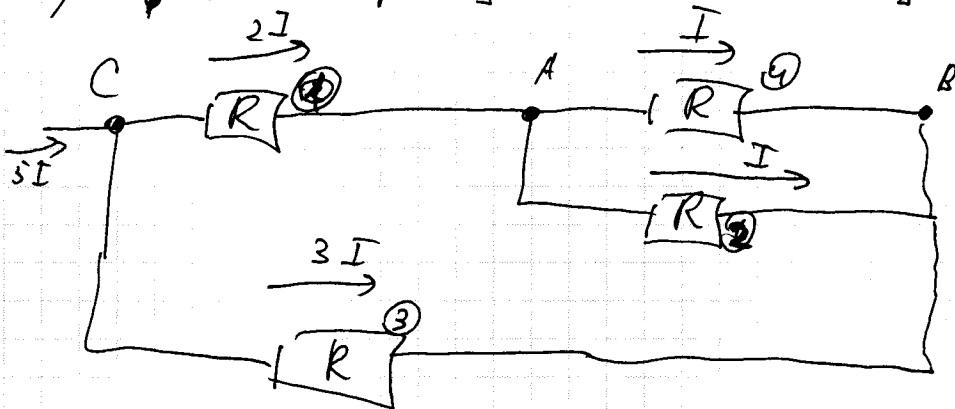
Дано  
 $P_1 = 10 \text{ Вт}$

Найти

Мощность на всей цепи;  
 $P_0 = ?$

Решение:

- 1) Обозначим узлы и обозначим резисторы.
- 2) Прерисуем эквивалентную схему:



Расставим токи с учётом закона Ома и закона сохранения заряда. ~~Чер~~ После. Перенесём токи на исходную схему.

Из схемы видно, что ~~на~~ через резистор 1 идёт ток в  $2I$ . Ит.к  $P = UI = I^2 R \Rightarrow$

$$P_1 = 4I^2 R = 10 \text{ Вт} \Rightarrow \text{на резисторе 2 и резисторе 4}$$

$$P_2 = P_4 = I^2 R = \frac{10}{4} \text{ Вт} = 2,5 \text{ Вт}, \text{ а на резисторе 3}$$

$$P_3 = 9I^2R \Rightarrow P_3 = \frac{90}{4} = 22,5 \text{ Вт}$$

А на всей цепи в целом:

$$P_0 = 25I^2R = 62,5 \text{ Вт}$$

Ответ:  $P_1 = 10 \text{ Вт}$

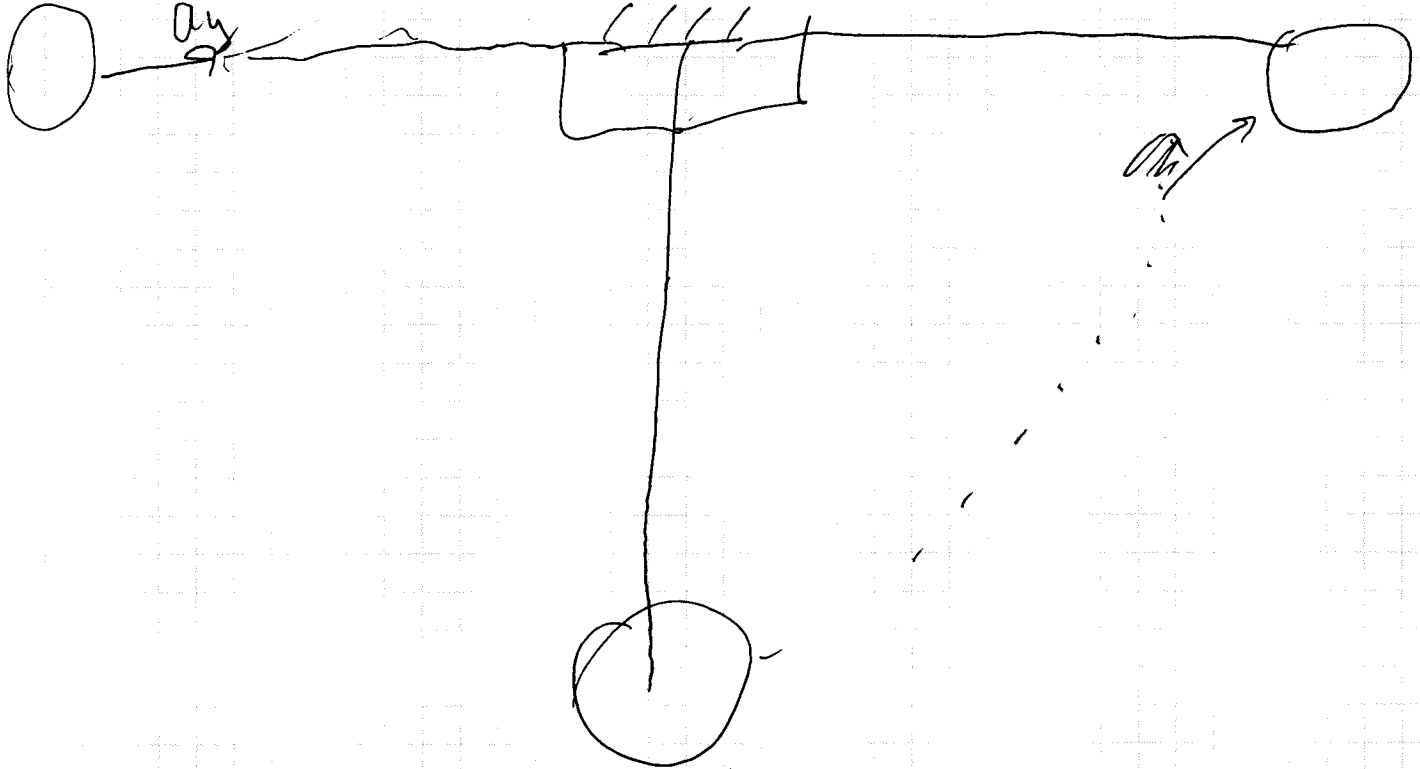
$$P_2 = 2,5 \text{ Вт}$$

$$P_3 = 22,5 \text{ Вт}$$

$$P_4 = 2,5 \text{ Вт}$$

$$P_0 = 62,5 \text{ Вт}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



при  $\alpha = 90^\circ$

$$\sin \alpha = \frac{100 - 49 + 100 \cdot 0,25}{100} = \frac{51 + 25}{100} = 0,76$$

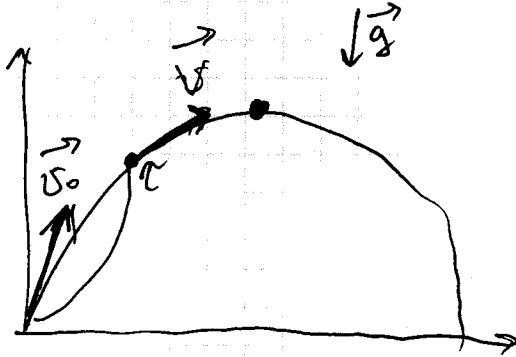
$$\sin(45) = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx \frac{1,4}{2} \approx 0,7$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v = 7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Найдём пути:

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

Вертикальная составляющая

$$v_y = v_0 \sin \alpha - g t$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$v = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - g t)^2}$$

$$v^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha - 2 v_0 (\sin \alpha) g t + g^2 t^2$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$v^2 = v_0^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha - 2 v_0 (\sin \alpha) g t + g^2 t^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2 v_0 (\sin \alpha) g t + g^2 t^2$$

$$2 v_0 g t \sin \alpha = v_0^2 - v^2 + g^2 t^2$$

$$\sin \alpha = \frac{v_0^2 - v^2 + g^2 t^2}{2 v_0 g t} = \frac{100 - 49 + 100 \cdot 0,25}{2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,5} = \frac{51 + 25}{100} = \frac{76}{100} = 0,76$$

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$y = t v_0 \sin \alpha - \frac{g t^2}{2}$$

$$y = 0, \text{ тогда } t = 0 \text{ или } v_0 \sin \alpha = \frac{g t}{2} \Rightarrow t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$y_m = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{g v_0^2 \sin^2 \alpha}{2 g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2 g}$$

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2 g} = \frac{100 \cdot 0,76^2}{20} = 5 \cdot 0,76^2 = 5$$

$$\begin{cases} L = v_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2} \\ L = v_0 t_2 - \frac{a t_2^2}{2} \\ 2L = v_0 (t_1 + t_2) - \frac{a (t_1 + t_2)^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 1200 \overline{) 375} \\ 1125 \phantom{0} \\ \hline 750 \\ 750 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 215} \\ 200 \phantom{0} \\ \hline 150 \\ 150 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} v_0 t_1 = L + \frac{a t_1^2}{2} \\ v_0 (t_1 + t_2) = 2L + \frac{a (t_1 + t_2)^2}{2} \\ \frac{t_1}{t_1 + t_2} = \frac{2L + a t_1^2}{4L + a (t_1 + t_2)^2} \end{cases}$$

- проделаем уравнения

$$\frac{24 - 3,2}{2} = \frac{208}{2} = 10,4$$

$$4L t_1 + a t_1 (t_1 + t_2)^2 = 2L (t_1 + t_2) + a t_1^2 (t_1 + t_2)$$

$$4L t_1 - 2L (t_1 + t_2) = a (t_1^2 (t_1 + t_2) - t_1 (t_1 + t_2)^2)$$

$$a = \frac{2L (2t_1 - (t_1 + t_2))}{t_1 (t_1 + t_2) (t_1 - (t_1 + t_2))} = \frac{2L (t_1 - t_2)}{t_1 (t_1 + t_2) (-t_2)}$$

$$\begin{array}{r} 240 \overline{) 15} \\ 180 \phantom{0} \\ \hline 90 \\ 90 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 15} \\ 12 \phantom{0} \\ \hline 30 \\ 30 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$= \frac{2L}{t_1 (t_1 + t_2)}$$

$$\frac{24}{1 \cdot 1,5} = \frac{24}{1,5} = \frac{240}{15} = 16 \frac{m}{c^2}$$

$$v_0 = \frac{2L + a t_1^2}{2 t_1} = \frac{24 + 16}{2} = 20 \frac{m}{c}$$

$$\frac{10,4}{3,2} = 20 \overline{) 16}$$

Максимум скорости при  $0^\circ C$   
 и минимум при  $t_1$   
 $m_2 \lambda = m_1 c_n (t_1 - t_k)$   
 $v = v_0 + at$   
 $v = v_0 - at$   
 $v_0 = at$

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{20}{16} = 1,25$$

$$\begin{array}{r} 104 \overline{) 32} \\ 96 \phantom{0} \\ \hline 80 \\ 80 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$$

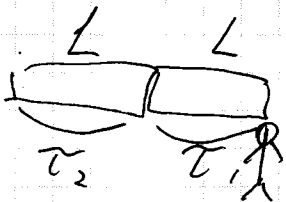
$$t_1 (t_1 (t_1 + t_2) - (t_1 + t_2)^2) =$$

$$= t_1 (t_1 + t_2) (t_1 - t_1 - t_2) = t_1 (t_1 + t_2) \cdot (-t_2)$$

$$\frac{24 \cdot 0,5}{-1,5 \cdot 2,5} = \frac{12}{-3,75}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$m_2 \lambda = 0,2 \cdot 3,3 \cdot 10^5 = 6,6 \cdot 10^4$



$2 \cdot 4200 \cdot (t_1 - t_k)$

$4t = \frac{6,6 \cdot 10^4}{4200} = \frac{6,6 \cdot 10^4}{42}$

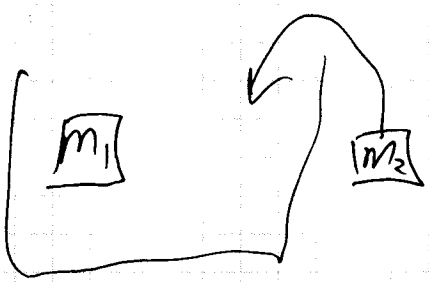
$\frac{660142}{15} = 42402,13$   
 $\frac{4240}{210} = 20,19$   
 $\frac{20,19}{300} = 0,0673$

Поезд прошёл  $L$  за  $\tau$ ,

$\frac{105}{105} = 1$   
 $\frac{105}{105} = 1$   
 $\frac{105}{105} = 1$

4200

$\frac{4200}{105} = 40$   
 $\frac{4200}{105} = 40$   
 $\frac{4200}{105} = 40$



$m_1 = 2 \text{ кг}$

$t_1 = -5^\circ \text{C}$

$m_2 = 200 \text{ г}$

$t_2 = +5^\circ \text{C}$

$t_k = 0^\circ \text{C}$

$\frac{51}{25} = 2,04$   
 $\frac{76}{26} = 2,92$   
 $\frac{456}{320} = 1,425$   
 $\frac{5776}{2000} = 2,888$

$Q_1 = m_2 c_B (t_2 - t_k)$

$Q_2 = (m_1 - m_0) \lambda$

$Q_2 = m_1 c_A (t_k - t_1)$

$m_2 c_B (t_2 - t_k) = (m_1 - m_0) \lambda + m_1 c_A (t_k - t_1)$

~~$m_2 c_B t_2$~~

$m_2 c_B (t_2 - t_k) = m_1 \lambda - m_0 \lambda + m_1 c_A (t_k - t_1)$

~~$m_0 \lambda = m_1 \lambda + m_1 c_A (t_k - t_1) - m_2 c_B (t_2 - t_k)$~~

$m_0 = \frac{m_1 \lambda + m_1 c_A (t_k - t_1) - m_2 c_B (t_2 - t_k)}{\lambda}$

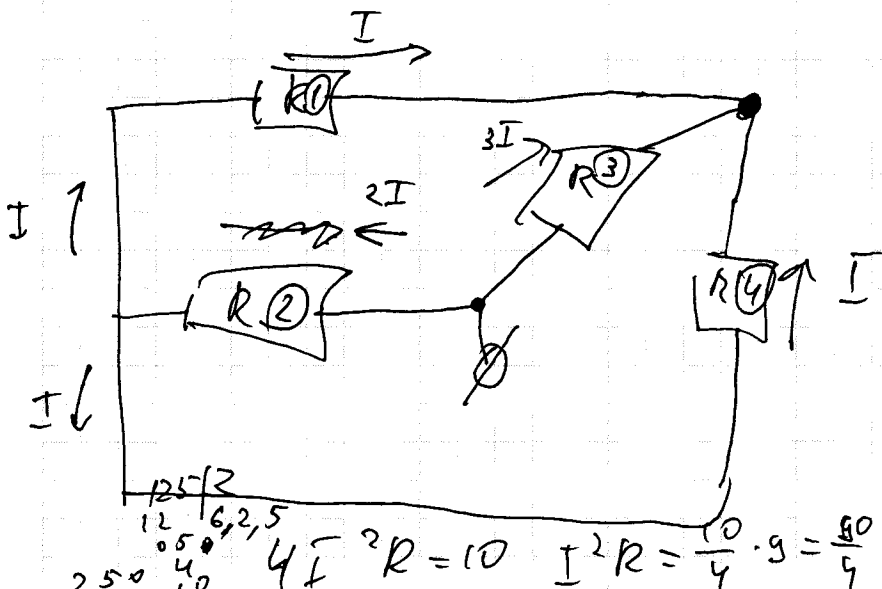
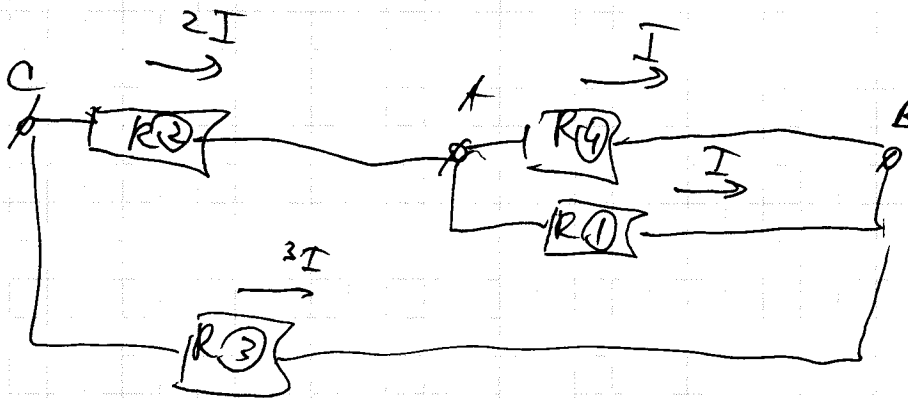
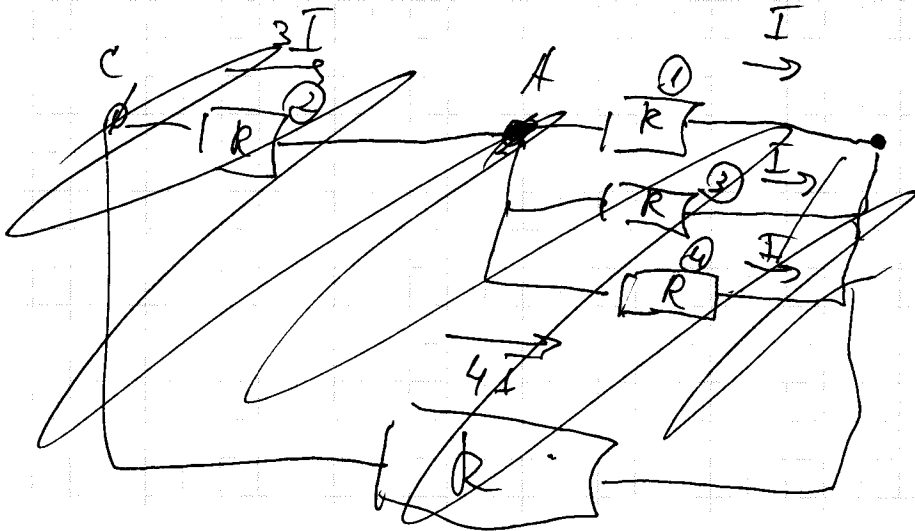
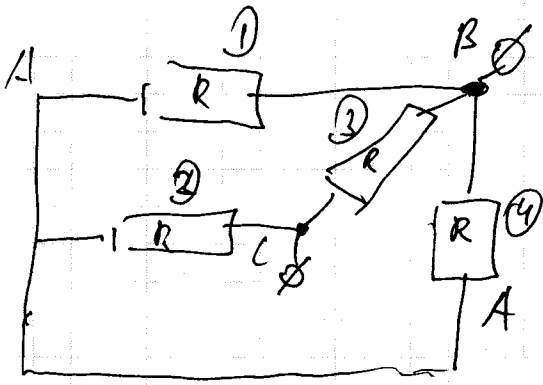
$m_0 = \frac{m_1 (\lambda + c_A (t_k - t_1)) - m_2 c_B (t_2 - t_k)}{\lambda}$

$(100 - 49 + 100 \cdot 0,25) = \frac{(51 + 25)^2}{2000} = 2,888$

$\frac{2100}{4200} = 0,5$   
 $\frac{4200}{4200} = 1$   
 $\frac{4200}{4200} = 1$

$\frac{5776}{2000} = 2,888$   
 $\frac{5776}{2000} = 2,888$   
 $\frac{5776}{2000} = 2,888$

$2 \cdot (3,3 \cdot 10^5 + 2100 \cdot 5) - 0,2 \cdot 4200 \cdot 5$   
 $m_0 = 3,3 \cdot 10^5$



$4I^2 R = 10$      $I^2 R = \frac{10}{4} \cdot 9 = \frac{90}{4}$   
 $\frac{250}{4} = 12,5$      $\frac{12}{2} = 6,25$

2,5 Вт

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

B

$0,6 \text{ кг} \cdot 800 \text{ Дж}$   
 $0,6 \text{ кг} \cdot 1700 \text{ Дж}$   
 $4200 = m c \Delta t$   
 $4200 = m \cdot 2000 \cdot 5$   
 $2 = m \cdot 5$   
 $m = \frac{2}{5} \text{ кг} = 0,4 \text{ кг}$

$\frac{4I^2 R}{5I^2 R} = \frac{10}{30}$   
 $\frac{4}{5} = \frac{10}{x} \Rightarrow 12,5 \text{ Вт}$   
 $x = \frac{50}{4}$   
 $\frac{514}{10} = 51,4$   
 $\frac{8}{20} = 0,4$

на резисторе 2  $P_2 = 10 \text{ Вт}$

$P = I^2 R$

$P_2 = 4I^2 R = 10 \text{ Вт}$

на резисторе 3

$P_3 = 9I^2 R$

$P_4 = I^2 R \Rightarrow$  на все время  $5I^2 R$

$P_1 = I^2 R$