

Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 09

Шифр 4-005

(заполняется секретарём)

Вариант 09-03

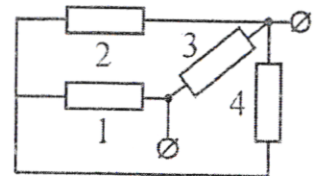
1 Первый вагон поезда прошел мимо наблюдателя, стоящего на платформе, за $\tau_1 = 1$ с, а второй - за $\tau_2 = 1,5$ с. Длина каждого вагона $L = 12$ м. Найдите скорость V_0 поезда в начале наблюдения. Поезд движется по прямой равномерно.

2 Начальная скорость камня, брошенного под углом к горизонту, равна $V_0 = 10$ м/с, а через $\tau = 0,5$ с величина скорости камня уменьшилась до $V = 7$ м/с. Через какое время T после старта камень находился на максимальной высоте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3 Подвешенному на нити шарик сообщили начальную скорость в горизонтальном направлении. В тот момент, когда нить отклонилась на угол $\alpha = 30^\circ$ от вертикали, ускорение шарика направлено горизонтально. Какой угол α_{\max} с вертикалью будет образовывать нить в момент остановки шарика?

4 В очень легком калориметре находятся вода массой $M = 0,1$ кг и кусок льда массой $m = 0,05$ кг. Температура воды и льда $t_0 = 0^\circ\text{C}$, температура окружающей среды $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Из-за притока теплоты лед понемногу плавится - за $\tau = 5$ минут в воду превращается $m_1 = 1$ г льда. Какое время T пройдет (оценить) от момента полного плавления льда до увеличения температуры системы на $\Delta t = 1^\circ\text{C}$? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К).

5 Цепь, схема которой показана на рисунке, подключена к источнику постоянного напряжения $U = 18$ В. Сопротивление каждого резистора равно $r = 5$ Ом. Найдите мощность P_1 , рассеиваемую на резисторе 1.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Дано

$$t_1 = 1 \text{ с}$$

$$t_2 = 1,5 \text{ с}$$

$$L = 12 \text{ м}$$

Найти:

$$V_0$$

Решение

Пусть a - ускорение поезда (модуль)

Рассмотрим первый вагон:

$$(1) L = \vec{V}_0 t_1 + \frac{\vec{a} t_1^2}{2} = V_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2}$$

Рассмотрим второй вагон:

$$(2) L = \vec{V}_0' t_2 + \frac{\vec{a} t_2^2}{2} = V_0' t_2 - \frac{a t_2^2}{2}, \text{ где } V_0' -$$

скорость второго вагона, когда он достиг наблюдателя;

$$\vec{V}_0' = \vec{V}_0 + \vec{a} t_1$$

$$(3) V_0' = V_0 - a t_1$$

Подставим значение V_0' из уравнения 3:

$$(4) L = (V_0 - a t_1) t_2 - \frac{a t_2^2}{2} = V_0 t_2 - a \left(t_1 t_2 + \frac{t_2^2}{2} \right)$$

Рассмотрим систему уравнений 1 и 4 и решим относительно V_0 :

$$\begin{cases} L - V_0 t_1 = -\frac{a t_1^2}{2}; \\ L - V_0 t_2 = -a \left(t_1 t_2 + \frac{t_2^2}{2} \right); \end{cases}$$

$$V_0 = L \frac{t_1^2 - 2 t_1 t_2 - t_2^2}{-t_1^2 t_2 - t_1 t_2^2} = L \frac{t_2^2 + 2 t_1 t_2 - t_1^2}{t_1^2 t_2 + t_1 t_2^2} = 13,6 \text{ м/с}$$

Ответ: 13,6 м/с

Дано

$$V_0 = 10 \text{ м/с}$$

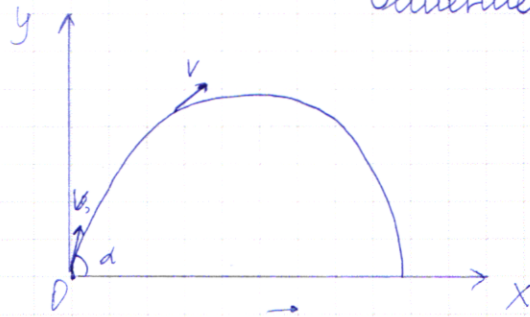
$$\tau = 0,5 \text{ с}$$

$$V = 7 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$T = ?$$

Решение



α - угол между \vec{V}_0 и горизонтом (осью Ox)

- (1) $V_{0x} = V_0 \cos \alpha$, V_{0x} - проекция V_0 на ось Ox .
- (2) $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$, V_{0y} - проекция V_0 на ось Oy .
- (3) $V^2 = V_x^2 + V_y^2$, где V_x - проекция V на ось Ox , V_y - проекция V на ось Oy .
- (4) $V_x = V_{0x} = V_0 \cos \alpha$
- (5) $V_y = \vec{V}_{0y} + \vec{g} \tau = V_{0y} - g\tau = V_0 \sin \alpha - g\tau$

Найдём T , зная, что время подъёма на максимальную высоту равно времени падения с максимальной высоты:

$$0 = (V_0 \sin \alpha) \cdot 2T - \frac{g(2T)^2}{2}$$

$$(6) T = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} \quad ; \quad \text{найдём } V_0 \sin \alpha, \text{ решив систему уравнений 4, 5, 3:}$$

$$(7) V_0 \sin \alpha = \frac{V^2 - V_0^2 - g^2 \tau^2}{-2g\tau} = \frac{V_0^2 + g^2 \tau^2 - V^2}{2g\tau}$$

$$\sin \alpha = \frac{V_0^2 + g^2 \tau^2 - V^2}{2g\tau V_0} \quad ; \quad \text{подставим уравнение 7}$$

в уравнение 6 и найдём T :

$$T = \frac{V_0^2 + g^2 \tau^2 - V^2}{2g^2 \tau} = \frac{76}{100} = 0,76 \text{ с.}$$

Ответ: 0,76 с.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

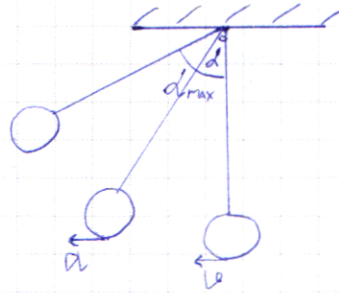
№ 3

Дано:

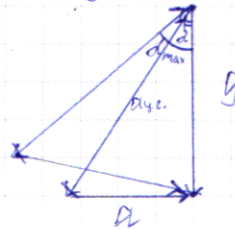
$$d = 30^\circ$$

$$d_{\max} = ?$$

Решение



Пусть a - ускорение шарика, когда нить образует с вертикалью d ; v - начальная скорость шарика; g - ускорение свободного падения, $a_{цс}$ - центростремительное ускорение;
Для решения задачи используем координат и теорему косинусов:



$$a_{цс} = g / \cos d - \text{const}$$

a' - ускорение при d_{\max} с вертикалью

$$a'^2 = g^2 + \frac{g^2}{\cos^2 d} - 2g \cdot \frac{g}{\cos d} \cos d_{\max}; \text{ в момент остановки шара } a' = 0, \text{ тогда}$$

$$\cos d_{\max} = \frac{(2 + \tan^2 d) \cos d}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{12}$$

$$d_{\max} = \arccos \frac{7\sqrt{3}}{12}$$

$$\text{Ответ: } \arccos \frac{7\sqrt{3}}{12}$$

Дано

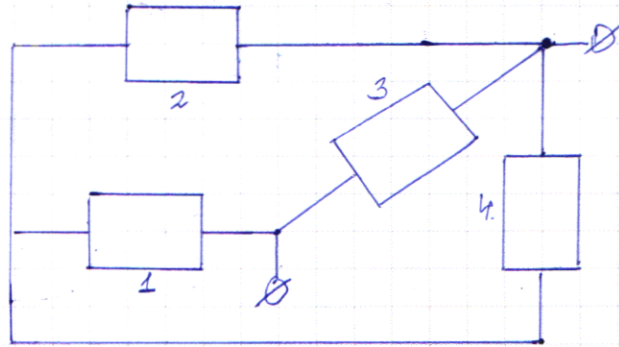
$$U = 18 \text{ В}$$

$$r = 5 \text{ Ом}$$

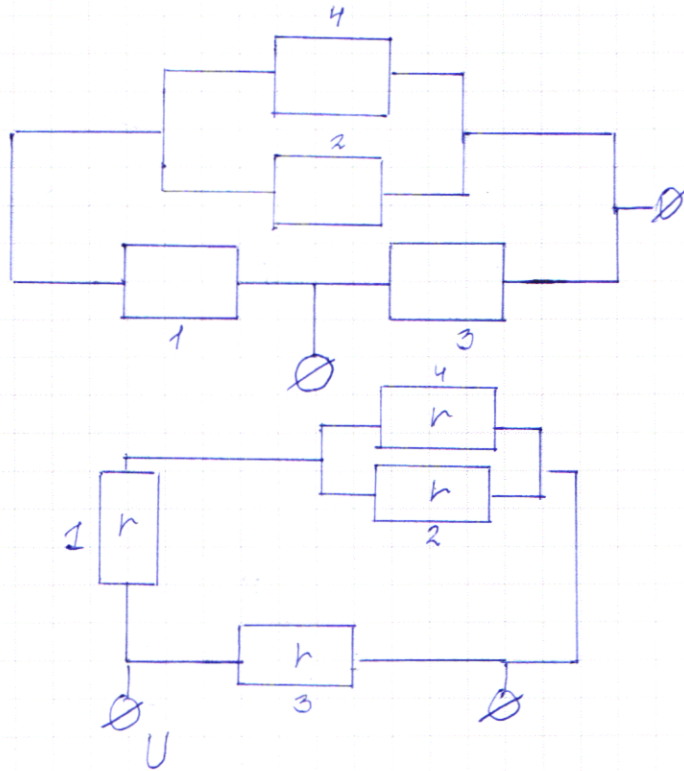
$$P_1 = ?$$

№5

Решение



Преобразуем схему:



$$U = U_3 = U_{124}; \quad R_{124} = 1,5r, \quad R_3 = r$$

Общ. сила тока $I_0 = I_{124} + I_3 = \frac{U}{R_0} = \frac{U}{0,6r}$, где R_0 - общ. сопротивл. цепи. $I_{124} = \frac{U}{1,5r}$, $I_3 = \frac{U}{r}$ (использована закон Ома). Решим систему уравнений:

$$\frac{U}{0,6r} = \frac{U}{r} + \frac{U}{1,5r} \cdot I_1 = I_{124} = \frac{U}{1,5r} \cdot P_1 = A/P =$$

$$= I_1^2 r \text{ (из закона Джоуля-Ленца)}$$

$$P_1 = \frac{4U^2}{9r^2} \cdot r = \frac{4U^2}{9r} = 28,8 \text{ Вт.}$$

Ответ: 28,8 Вт.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№34

Дано

$$M = 0,1 \text{ кг}$$

$$m = 0,05 \text{ кг}$$

$$t_0 = 0^\circ \text{C}$$

$$t_1 = 20^\circ \text{C}$$

$$\tau = 5 \text{ минут}$$

$$m_1 = m_2 = 0,001 \text{ кг}$$

$$\Delta t = 1^\circ \text{C}$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/м}$$

$$c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$$

$$T = ?$$

Решение

Пусть X - слой воздуха с температурой t_1 , необходимый для превращения m_1 льда в воду.

~~X - слой~~

$$(1) X t_1 = m_1 \lambda$$

$$y = \frac{X T}{\tau}, \quad y - \text{слой воздуха, требуе-}$$

мый для увеличения его температуры на Δt и таяния всего льда.

(слой прямо пропорц. зависит от времени)

$$(2) \frac{X T}{\tau} (\Delta t - t_1) = m \lambda + (M + m) c \Delta t;$$

Решим систему из 2 уравнений

$$\frac{m_1 \lambda T}{t_1 \tau} (\Delta t - t_1) = m \lambda + (M + m) c \Delta t;$$

$$T = \frac{[m \lambda + (M + m) c \Delta t] t_1 \tau}{m_1 \lambda (\Delta t - t_1)} = 273,2 \text{ мин.}$$

в 54,6 раз больше τ

Ответ: 273,2 минуты.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Дано

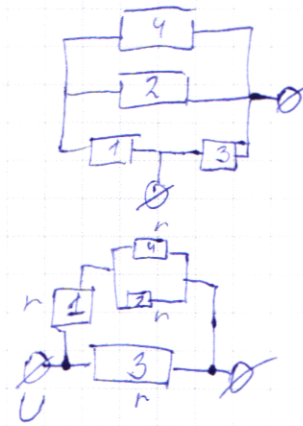
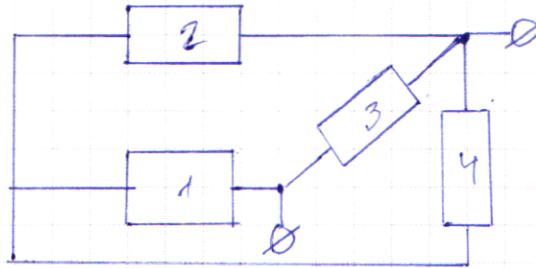
$$U = 18 \text{ В}$$

$$r = 5 \text{ Ом}$$

Найти

$$P_1 = ?$$

Решение



$$\frac{4U^2}{9r^2} \cdot r$$

$$\frac{4U^2}{9r}$$

$$\frac{1,5r^2}{2,5r} = 0,6r$$

$$1,5r$$

$$U = 1,5r \cdot I_{124}$$

$$U = r \cdot I_0$$

$$\hat{I}_0 = I_{124} + \hat{I}_3$$

$$\hat{I}_0 = \frac{U}{0,6r}$$

$$1,5r$$

$$I_{124} = \hat{I}_0 - \hat{I}_3 = \frac{U}{0,6r} - \frac{U}{r}$$

$$I_{124} = I_1$$

$$P = r I_1^2 = Ur \left(\frac{1}{0,6r} - \frac{1}{r} \right)$$

$$\frac{2}{3} \cdot Ur = \frac{2U}{3} = 12$$

$$\frac{36 \cdot 4 \cdot 2}{10} = \frac{288}{10} = 28,8 \text{ Вт.}$$

$$I_1^2 r = \frac{U}{r}$$

$$324/r$$

$$= r \left(\frac{U}{0,6r} - \frac{2U}{3r} \right)^2 \quad P = 12 \text{ Вт.}$$

$$r \left(\frac{2U}{3r} \right)^2 = r = \frac{4U^2}{9r^2} \cdot r$$

$$\frac{4U^2}{9r} = \frac{4 \cdot 324}{9 \cdot 5}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано

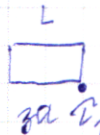
$$r_1 = 1 \text{ c}$$

$$r_2 = 1,5 \text{ c}$$

$$L = 12 \text{ м}$$

$$v_0 = ?$$

№



$$L = v_0 r_1 - \frac{a r_1^2}{2}$$

$$L = v_0' r_2 - \frac{a r_2^2}{2}$$

$$v_0' = v_0 - a r_1$$

$$L = v_0 r_1 - \frac{a r_1^2}{2}$$

$$L = (v_0 - a r_1) r_2 - \frac{a r_2^2}{2} = v_0 r_2 - a r_1 r_2 - \frac{a r_2^2}{2}$$

$$L - v_0 r_1 = -\frac{a r_1^2}{2}$$

$$L - v_0 r_2 = -a \left(r_1 r_2 + \frac{r_2^2}{2} \right)$$

$$\frac{L - v_0 r_1}{L - v_0 r_2} = \frac{r_1^2}{2 \left(r_1 r_2 + \frac{r_2^2}{2} \right)}$$

$$2 \left(r_1 r_2 + \frac{r_2^2}{2} \right) (L - v_0 r_1) = r_1^2 (L - v_0 r_2)$$

$$1 - \frac{L}{v_0 r_2} - \frac{v_0 r_1}{L} + \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_1^2}{L}$$

$$2 \left(L r_1 r_2 - v_0 r_1^2 r_2 + L \frac{r_2^2}{2} - v_0 \frac{r_1 r_2^2}{2} \right) =$$

$$= L r_2^2 - v_0 r_2 r_1^2$$

$$1 - \frac{58}{5} = \frac{136}{10} \Rightarrow 16,6 \text{ м/с}$$

Решение

$$\left(2 r_1 r_2 + r_2^2 \right) (L - v_0 r_1) =$$

$$= r_1^2 (L - v_0 r_2)$$

$$2 L r_1 r_2 + L r_2^2 - 2 v_0 r_1^2 r_2 - v_0 r_1 r_2^2 =$$

$$= L r_1^2 - v_0 r_1^2 r_2$$

$$v_0 r_1^2 r_2 - 2 v_0 r_1^2 r_2 - v_0 r_1 r_2^2 =$$

$$= L r_1^2 - 2 L r_1 r_2 - L r_2^2$$

$$v_0 (r_1^2 r_2 - 2 r_1^2 r_2 - r_1 r_2^2) =$$

$$2 L r_1 r_2 - 2 v_0 r_1^2 r_2 + L r_2^2 -$$

$$- v_0 r_1 r_2^2 = L r_1^2 - v_0 r_1^2 r_2$$

$$- 2 v_0 r_1^2 r_2 - v_0 r_1 r_2^2 + v_0 r_1^2 r_2 =$$

$$= L r_1^2 - 2 L r_1 r_2 - L r_2^2$$

$$v_0 (r_1^2 r_2 - 2 r_1^2 r_2 - r_1 r_2^2) =$$

$$= L (r_1^2 - 2 r_1 r_2 - r_2^2)$$

$$v_0 (-r_1^2 r_2 - r_1 r_2^2) =$$

$$= L (r_1^2 - 2 r_1 r_2 - r_2^2)$$

$$v_0 = L \frac{r_1^2 - 2 r_1 r_2 - r_2^2}{-r_1^2 r_2 - r_1 r_2^2}$$

$$= 12 \cdot \frac{4,25}{3,75} =$$

$$17 \cdot 12 =$$

$$\frac{17 \cdot 12}{15} = \frac{12 \cdot 4}{5} = \frac{58}{5} = \frac{136}{10}$$

$$16,6 \text{ м/с}$$

Дано

N2

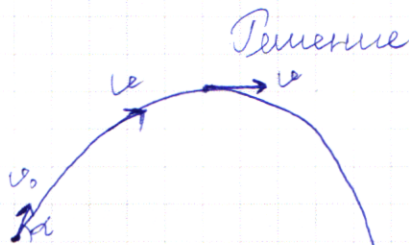
$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$D = 0,5 \text{ с}$$

$$v = 7 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$T = ?$$



$$\bullet v_0 \cos \alpha = v_x$$

$$\times v_0 \sin \alpha = v_{y0}$$

$$h = (v_0 \sin \alpha) D - \frac{g D^2}{2}$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$\bullet v_y = v_0 \sin \alpha - g D$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - g D$$

$$v^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - g D)^2$$

$$0 = (v_0 \sin \alpha) D T - \frac{g D^2 T^2}{2}$$

$$2 g D T^2 = 2 (v_0 \sin \alpha) D T$$

$$T = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$v^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - g D)^2$$

$$v^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha + g^2 D^2$$

$$- 2 g D v_0 \sin \alpha$$

$$v^2 = (v_0^2 (1 - \sin^2 \alpha) + v_0^2 \sin^2 \alpha + g^2 D^2 - 2 g D v_0 \sin \alpha)$$

$$v^2 = v_0^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha +$$

$$+ g^2 D^2 - 2 g D v_0 \sin \alpha$$

$$v^2 = v_0^2 + g^2 D^2 - 2 g D v_0 \sin \alpha$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{v_0^2 + g^2 D^2 - v^2}{2 g D}$$

$$v^2 = v_0^2 (1 - \sin^2 \alpha) + v_0^2 \sin^2 \alpha + g^2 D^2 -$$

$$- 2 g D v_0 \sin \alpha$$

$$v^2 = v_0^2 (1 - \sin^2 \alpha) + v_0^2 \sin^2 \alpha + g^2 D^2 - 2 g D v_0 \sin \alpha;$$

$$v^2 = v_0^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha + g^2 D^2 - 2 g D v_0 \sin \alpha;$$

$$v^2 = v_0^2 + g^2 D^2 - 2 g D v_0 \sin \alpha;$$

$$v_0 \sin \alpha = \frac{v^2 - v_0^2 - g^2 D^2}{-2 g D}$$

$$T = \frac{v^2 - v_0^2 - g^2 D^2}{-2 g^2 D} = \frac{49 - 100 - 25}{-100} = \frac{-76}{-100} = 0,76 \text{ с}$$

Ответ: 0,76 с

№4

Дано

Решение

$M_{\text{г}} = 0,1 \text{ м}$

$m_u = 0,05 \text{ м}$

$t_0 = 0^\circ \text{C}$

$t_{\text{кон.р.}} = 20^\circ \text{C}$

$\tau = 5 \text{ минут} = 300 \text{ с}$

$m_{\text{из}} = 12 \text{ млрд} = 0,001 \text{ м}$

$\Delta t = 1^\circ \text{C}$

$\lambda_u = 3,3 \cdot 10^5$

$c = 4200$

Решить:

T

$T = [m_u \lambda_u + (m_u + m_{\text{из}}) c_b \Delta t] [t_{\text{кон.р.}} - \Delta t] R = m_u \lambda_u + (m_u + m_{\text{из}}) c_b \Delta t$

$T = \frac{[m_u \lambda_u + (m_u + m_{\text{из}}) c_b \Delta t] t_{\text{кон.р.}} \tau}{m_u \lambda_u (t_{\text{кон.р.}} - \Delta t)}$

$T = \frac{17130 \cdot 10 \cdot 300}{627}$

$= \frac{5710 \cdot 200}{209}$

Ответ: $T = 2732 \text{ мин}$

$\frac{209}{1465} \frac{5710}{21} = \frac{17130}{15710} \frac{XT}{2} (t_{\text{кон.р.}} - \Delta t) = m_u \lambda_u + (m_u + m_{\text{из}}) c_b \Delta t$

$X \cdot t_{\text{кон.р.}} = m_u \lambda_u$
 $X = \frac{m_u \lambda_u}{t_{\text{кон.р.}}}$

$\frac{m_u \lambda_u T}{t_{\text{кон.р.}} \tau} (t_{\text{кон.р.}} - \Delta t) = m_u \lambda_u + (m_u + m_{\text{из}}) c_b \Delta t$

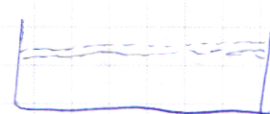
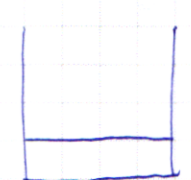
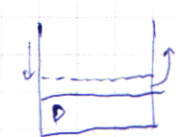
$T = \dots$

$27,32 \cdot 2732 = 74630$
 20900
 2732
 41800
 62400
 146300
 41800

$\frac{5710}{418} \frac{209}{27,32} = \frac{5710}{1530} \frac{21}{27,32} = \frac{5710}{1465} \frac{21}{27,32}$

$\frac{273}{5} = 54,6$

$5709 \cdot 8,00$



$33 \cdot 10^4$
 $\frac{33}{19} = 1,7368$
 $\frac{33}{19} = 1,7368$
 $\frac{33}{19} = 1,7368$

$\frac{33}{19} = 1,7368$
 $\frac{33}{19} = 1,7368$
 $\frac{33}{19} = 1,7368$

$\frac{330}{19} = 17,368$
 $\frac{330}{19} = 17,368$
 $\frac{330}{19} = 17,368$

$33 \cdot 10^4 \cdot 0,05$
 $33 \cdot 5 \cdot 10^2$
 16500

$\frac{42}{15} = 2,8$
 $\frac{42}{15} = 2,8$
 $\frac{42}{15} = 2,8$

$\frac{452}{16500} = 0,02739$
 $\frac{452}{16500} = 0,02739$
 $\frac{452}{16500} = 0,02739$

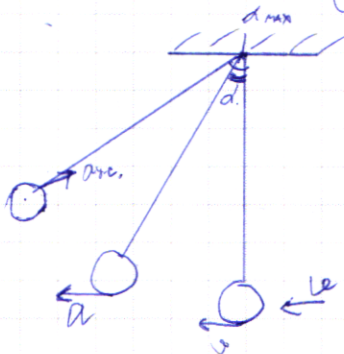
$\frac{17130 \cdot 10}{627} = 2732$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

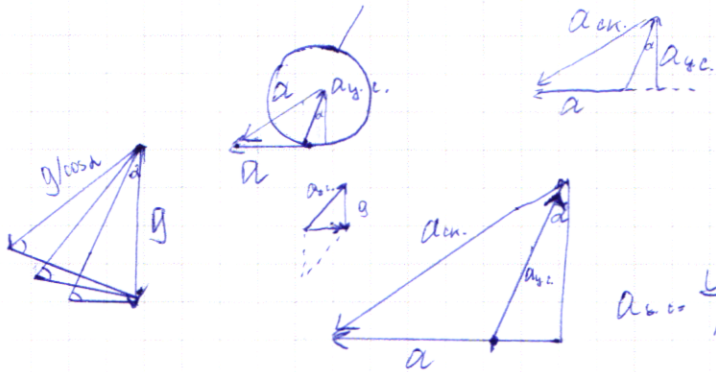
№3

Дано:
 $\alpha = 30^\circ$
 α - горизонталь
 $d_{max} = ?$ $v = 0$

Решение



$\sqrt{3} \cdot 11,9$
 $7 \cdot 1,7 = 11,9$
 $\frac{11,9}{12}$
 $\frac{1}{\cos 30} = 1 + \frac{v^2}{2g d}$
 $\frac{2}{(2 + \frac{v^2}{g d}) \cos \alpha}$



$\cos X = \frac{2}{\cos \alpha} = 1 + \frac{1}{\cos \alpha}$
 $\cos X =$
 $a_{ver} = \frac{v^2}{r}$

$\frac{a}{d_{max}}$

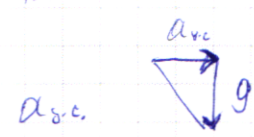
$a_{ver} = \frac{v^2}{r}$
 $a_{hor} = ?$
 $a = 0$

$\cos d_{max} = \frac{7\sqrt{3}}{12}$
 $2 \cos \alpha + \frac{v^2}{g d}$

$a^2 = g^2 + g^2 - \frac{2g^2}{\cos \alpha}$

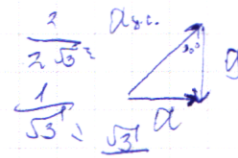
$a^2 = g^2 + \frac{g^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2g^2}{\cos \alpha}$

$\vec{a} = \vec{a}_{hor} + \vec{a}_{ver}$
 $\vec{a}_{ver} = \vec{g}$



$d =$

$\frac{2g}{\cos \alpha} \cos X = g + \frac{g}{\cos^2 \alpha}$



$-a = a_{ver} \sin 30^\circ$
 $-a = g \tan 30^\circ$
 $-a_{ver} = g / \cos 30^\circ$

$2 + \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{7\sqrt{3}}{12}$

$v = 0 \Rightarrow \frac{3}{g} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 0$, тогда $\tan 30^\circ = 0$

$\frac{2}{\cos \alpha} \cos X = 1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ $a_{ver} = g \cos \alpha$

$\cos X = \frac{(2 + \frac{1}{\cos^2 \alpha}) \cos \alpha}{2} =$

$\frac{2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{7\sqrt{3}}{6 \cdot 2} = \frac{7\sqrt{3}}{12}$