Олимпиада «Phystech.International» по физике

Декабрь 2017 года

Класс 09

Шифр 5-006

(заполняется секретарём)

Вариант 09-03

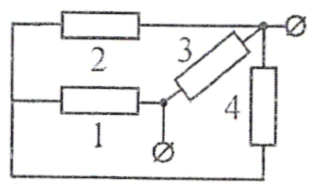
1 Первый вагон поезда прошел мимо наблюдателя, стоящего на платформе, за $\tau_1 = 1$ с, а второй - за $\tau_2 = 1{,}5$ с. Длина каждого вагона $L = 12$ м. Найдите скорость V_0 поезда в начале наблюдения. Поезд движется по прямой равнозамедленно.

2 Начальная скорость камня, брошенного под углом к горизонту, равна $V_0 = 10$ м/с, а через $\tau = 0{,}5$ с величина скорости камня уменьшилась до $V = 7$ м/с. Через какое время T после старта камень находился на максимальной высоте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

3 Подвешенному на нити шарику сообщили начальную скорость в горизонтальном направлении. В тот момент, когда нить отклонилась на угол $\alpha = 30^0$ от вертикали, ускорение шарика направлено горизонтально. Какой угол $\alpha_{\max}$ с вертикалью будет образовывать нить в момент остановки шарика?

4 В очень легком калориметре находятся вода массой $M = 0{,}1$ кг и кусок льда массой $m = 0{,}05$ кг. Температура воды и льда $t_0 = 0\,^0$С, температура окружающей среды $t_1 = 20\ ^0$С. Из-за притока теплоты лед понемногу плавится – за $\tau = 5$ минут в воду превращается $m_1 = 1$ г льда. Какое время T пройдет (оценить) от момента полного плавления льда до увеличения температуры системы на $\Delta t = 1^0$С? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3\cdot10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К).

5 Цепь, схема которой показана на рисунке, подключена к источнику постоянного напряжения $U = 18$ В. Сопротивление каждого резистора равно $r = 5$ Ом. Найдите мощность P_1, рассеиваемую на резисторе 1.



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-006
ШИФР
(заполняется секретарём)

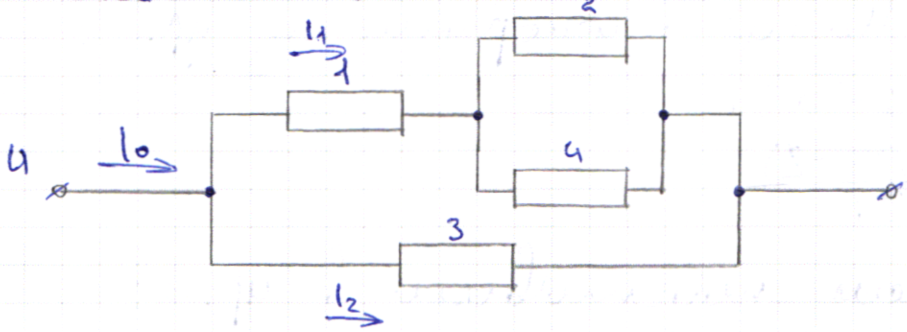
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Дано:
$U = 18B$
$r = 5\,Ом$
$P_1 - ?$

Решение:

Эквивалентная схема:



$I_0 = \frac{U}{R_0}$

$R_0 = \frac{r\cdot(r+0{,}5r)}{r+r+0{,}5r} = \frac{1{,}5r^2}{2{,}5r} = \frac{3r}{5} = 0{,}6r$, $\Rightarrow$

$I_0 = \frac{U}{0{,}6r}$

Т.к. соед. параллельное, то:

$I_0 = I_1 + I_2$

$I_1(r+0{,}5r) = I_2 r$

$1{,}5 I_1 = I_2$, $\Rightarrow I_0 = I_1 + I_2 = I_1 + 1{,}5I_1 = 2{,}5I_1$

$I_1 = \frac{I_0}{2{,}5} = \frac{U}{0{,}6r\cdot 2{,}5} = \frac{U}{1{,}5r}$

Мощность, выделяемая в резисторе 1:

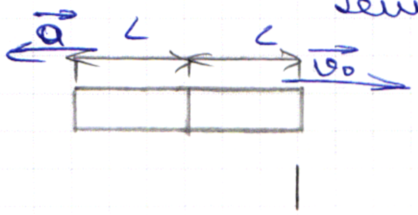
$P_1 = \cancel{I_1^2 R} = I_1^2 r = \frac{U^2}{2{,}25r^2}\cdot r = \frac{U^2}{2{,}25r} = \frac{18^2 B^2}{2{,}25\cdot 5\,Ом} = \frac{324B^2}{11{,}25\,Ом} =$
$= 28{,}8\,Вт$

Ответ: $P_1 = 28{,}8\,Вт$.

№1

Дано:
$\tau_1 = 1с$
$\tau_2 = 1,5с$
$L = 12м$
$\vec{a} = const$
$\upsilon_0 - ?$

Решение:



$$\begin{cases} L = \upsilon_0\tau_1 - \frac{a\tau_1^2}{2}; & (1) \\ L = \upsilon_0\tau_2 - a\tau_1\tau_2 - \frac{a\tau_2^2}{2} = \upsilon_0\tau_2 - a\tau_2\left(\tau_1 - \frac{\tau_2}{2}\right); & (2) \end{cases}$$

Найдём ускорение из ур. 1:

$$2L = 2\upsilon_0\tau_1 - a\tau_1^2$$

$$a = \frac{2(\upsilon_0\tau_1 - L)}{\tau_1^2}$$

А затем подставим в ур. 2:

$$L = \upsilon_0\tau_2 - \frac{2(\upsilon_0\tau_1 - L)\tau_2}{\tau_1} - \frac{(\upsilon_0\tau_1 - L)\tau_2^2}{\tau_1^2} \quad \Big| \cdot \tau_1^2$$

$$L\tau_1^2 = \upsilon_0\tau_2\tau_1^2 - 2(\upsilon_0\tau_1 - L)\tau_1\tau_2 - (\upsilon_0\tau_1 - L)\tau_2^2$$

$$L\tau_1^2 = \upsilon_0\tau_2\tau_1^2 - 2\upsilon_0\tau_1^2\tau_2 + 2L\tau_1\tau_2 - \upsilon_0\tau_2^2\tau_1 + L\tau_2^2$$

$$L\tau_1^2 = 2L\tau_1\tau_2 - \upsilon_0\tau_1^2\tau_2 - \upsilon_0\tau_2^2\tau_1 + L\tau_2^2$$

$$L\tau_1^2 = L\tau_2(2\tau_1 + \tau_2) - \upsilon_0\tau_1\tau_2(\tau_1 + \tau_2)$$

$$\upsilon_0\tau_1\tau_2(\tau_1 + \tau_2) = L(2\tau_1\tau_2 + \tau_2^2 - \tau_1^2)$$

$$\upsilon_0 = \frac{L(\tau_2^2 + 2\tau_1\tau_2 - \tau_1^2)}{\tau_1\tau_2(\tau_1 + \tau_2)} = \frac{12м \cdot (2,25с^2 + 3с^2 - 1с^2)}{1,5с^2 \cdot 2,5с} =$$

$$= \frac{12м \cdot 4,25с^2}{1,5 \cdot 2,5с^3} = \frac{12м \cdot \frac{17}{4}\cancel{с}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}с} = \frac{\overset{17}{\cancel{14}} \cdot 4}{5с} = \frac{68м}{5с} = 13,6\frac{м}{с}$$

Ответ: $\upsilon_0 = 13,6\frac{м}{с}$.

№2

Дано:
$\upsilon_0 = 10\frac{м}{с}$
$\tau = 0,5с$

Решение:

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-006

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v = 7\ \frac{м}{с}$

$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

h_{max}

$T - ?$

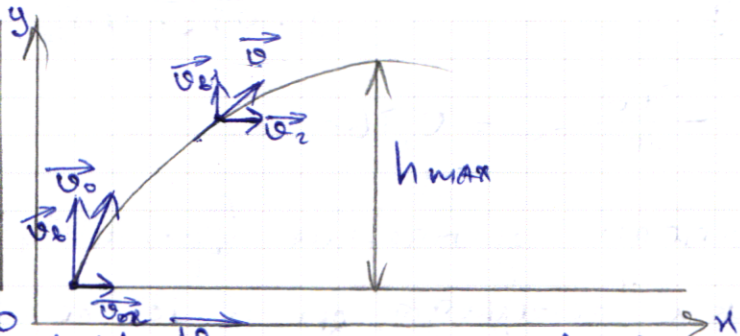


рис. 1

Скорость v_0 можно разложить на две составляющие: горизонтальную $\vec{v}_г$ и вертикальную $\vec{v}_в$. Горизонтальная остаётся постоянной, а вертикальная изменяется по закону:

$v_{ов} = v_в - gt$ (1), $\Rightarrow$ камень достигнет наивысшей точки траектории, когда $v_{ов} = 0$ (усл. 1)

$v_0^2 = v_в^2 + v_г^2$ (см. рис. 1)

$v^2 = v_г^2 + v_{в1}^2$

Выразим $v_г^2$ и приравняем:

$v_0^2 - v_в^2 = \cancel{v_г^2}\ v^2 - v_{в1}^2$, из ур. 1 выразим $v_{в1}^2$:

$v_0^2 - v_в^2 = v^2 - (v_в - g\tau)^2$

$v_0^2 - v_в^2 = v^2 - v_в^2 - g^2\tau^2 + 2v_в g\tau$

$v_0^2 = v^2 - g^2\tau^2 + 2v_в g\tau$

$$v_в = \frac{v_0^2 - v^2 + g^2\tau^2}{2g\tau}$$

Теперь, по усл. 1 вставим в ур. скорости $v_{ов} = 0$:

$0 = v_в - gt$

$v_B = gT$

$$\frac{v_0^2 - v^2 + g^2\tau^2}{2\tau g^2} = T$$

$$T = \frac{v_0^2 - v^2 + g^2\tau^2}{2\tau g^2} = \frac{100\frac{м^2}{с^2} - 49\frac{м^2}{с^2} + 100\frac{м^2}{с^4} \cdot 0{,}25 с^2}{2 \cdot 0{,}5 с \cdot 100\frac{м^2}{с^4}} =$$

$$= \frac{51\frac{м}{с^2} + 25\frac{м}{с^2}}{100\frac{м^2}{с^3}} = \frac{76}{100} с = 0{,}76 с$$

В условии задачи значения времени округлено до десятых секунды, зн. и я сделаю так же!

$T \approx 0{,}8 с$

Ответ: $T = 0{,}8 с$.

№ 4

Дано:

$M = 0{,}1 кг$

$m = 0{,}05 кг$

$t_0 = 0°C$

$t_1 = 20°C$

$\tau = 300 с$

$m_1 = 1 г = 1 \cdot 10^{-3} кг$

$\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5 \frac{Дж}{кг}$

$c = 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$\Delta t = 1°C$

$T - ?$

Решение:

В усл. задачи сказано, что масса калориметра очень мала, зн. его теплоёмкостью можно пренебречь.

~~P_m~~ $P_m = kS\Delta t$, где P_m – мощность теплообмена, k – постоянный коэф., S – площадь соприкосновения тела и окруж. среды, Δt – разность их тем-р.

Во ~~вр~~ время, когда лёд плавится, р-ць тем-р постоянна, => значение kS можно найти следующим способом:

$$kS = \frac{P_m}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t \tau} = \frac{\lambda m_1}{\Delta t \tau} = \frac{\lambda m_1}{t_1 \tau}$$

☐ черновик ☑ чистовик Страница №4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-006
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. в задаче ~~требуется~~ только оценить время T, то ~~будем считать~~, что

① $Q_1 = kS\Delta t_1\tau_1$, где Q_1 – кол-во теплоты, сообщённое льду, k – постоянный коэф., Δt_1 – разность темп-р сис-мы из льда и воды и окруж. среды, S – площадь их соприкосновения, τ_1 – время взаимодействия.

② $Q_2 = kS\Delta t_0 T$, где Q_2 – кол-во теп-ты, нужное для нагр. сис-мы на $\Delta t = 1°C$, Δt – разность темп-р при взаимодействии, T – искомое время.

Разделим ур. 2 на ур. 1:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\Delta t_0 T}{\Delta t_1 \tau_1}$$

Т.к. в задаче требуется только оценить время T, то будем считать, что коэф. k постоянен для воды и льда, а Δt_0 можно посчитать как среднее арифм. начальной и конечной разностей темп-р:

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta t_1 + (\Delta t_1 - \Delta t)}{2} = \frac{2t_1 - \Delta t}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{c(m+M)\Delta t}{\lambda m_1} = \frac{(2t_1 - \Delta t)T}{\cancel{2\Delta t}\ 2t_1\tau_1}$$

$$T = \frac{2t_1\tau_1 c(m+M)\Delta t}{(2t_1 - \Delta t)\lambda m_1} = \frac{2\cdot 20°C\cdot 4{,}2\cdot 10^3\frac{Дж}{кг\cdot°C}\cdot 0{,}15кг\cdot 1°C}{1\cdot 10^{-3}кг\cdot 39°C\cdot 3{,}3\cdot 10^5\frac{Дж}{кг}}\cdot 5мин \approx$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$\approx 1{,}95 \cdot 5$ мин $= 9{,}75$ мин ≈ 10 мин

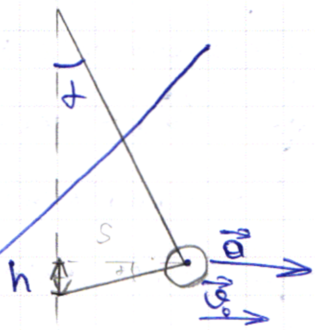
Ответ: $T = 10$ мин.

№ 3

Дано:
$\alpha = 30°$
υ_0 – гор.
a_0 – гор.
t – остановка

α_{max} – ?

Решение:



Из закона сохр. энергии:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = mgh$$

$$\frac{\upsilon^2}{2} = gh$$

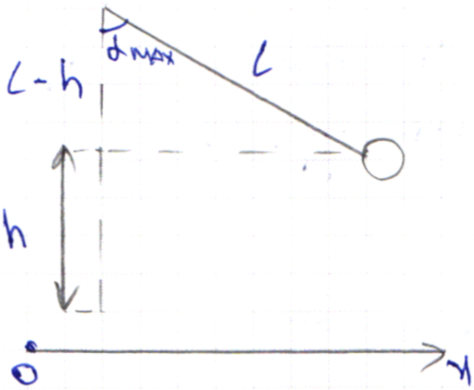


рис. 1

Из закона сохр. энергии:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = mgh$$

$$\frac{\upsilon^2}{2} = gh$$

По т. Пифагора:

$$l^2 = l^2\sin^2\alpha_{max} + (l-h)^2 = l^2\sin^2\alpha_{max} + l^2 + h^2 - 2lh$$

$$h^2 - 2lh + l^2\sin^2\alpha_{max} = 0$$

$$D = 4l^2 - 4l^2\sin^2\alpha_{max} = 4l^2(1-\sin^2\alpha_{max}) = 4l^2\cos^2\alpha_{max}$$

$$h = \frac{2l \pm 2l\cos\alpha_{max}}{2} = l + l\cos\alpha_{max} = l(1+\cos\alpha_{max}) \Rightarrow$$

$$\frac{\upsilon^2}{2} = gl(1+\cos\alpha_{max}) \quad (1)$$

Через некоторое время, когда $\alpha = 30°$, скорость шарика направлена под углом $30°$ к оси Ox, что можно доказать по рис. 2:

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

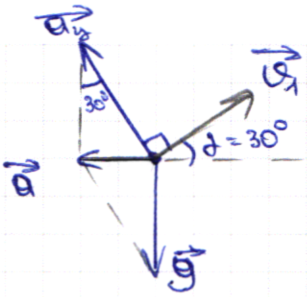
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-006

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~~рис. 1~~ рис. 2

~~4~~ Центростремительное уск. направлено по нормали к линейной скорости и под угл. 30° к вертикали, ⇒

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 = \frac{v^2}{2}$$

$$\cancel{v_1} \quad \frac{v^2\cos^2\alpha}{2} + gl(1+\cos\alpha) = \frac{v^2}{2} \quad (2)$$

$$\frac{v^2}{2}(1-\cos^2\alpha) = gl(1+\cos\alpha) \quad (3)$$

Разделим (1) на (3):

$$\frac{v^2}{2}\cdot\frac{2}{v^2(1-\cos^2\alpha)} = \frac{gl(1+\cos\alpha_{max})}{gl(1+\cos\alpha)}$$

$$\frac{1}{1-\cos^2\alpha} = \frac{1+\cos\alpha_{max}}{1+\cos\alpha}$$

$$1+\cos\alpha = 1-\cos^2\alpha + \cos\alpha_{max}(1-\cos^2\alpha)$$

$$\cos\alpha_{max} = \frac{\cos\alpha+\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha} = \frac{\cos\alpha(1+\cos\alpha)}{1-\cos^2\alpha} = \frac{\cos\alpha(1+\cos\alpha)}{\sin^2\alpha} =$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}+3}{4}}{\frac{1}{4}} = 2\sqrt{3}+3 =$$

$$= \frac{3v^2}{8} + gl(1+\cos\alpha) = \frac{v^2}{2}$$

$$v^2\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{8}\right) = gl(1+\cos\alpha) \quad (3)$$

Разделим (1) на (3);

$$\frac{\vartheta^2}{2} \cdot \frac{1}{\vartheta^2\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{8}\right)} = \frac{gL(1+\cos\alpha_{max})}{gL(1+\cos\alpha)}$$

$$\frac{1}{1-\frac{3}{4}} = \frac{1+\cos\alpha_{max}}{1+\cos\alpha}$$

$$4+4\cos\alpha = 1+\cos\alpha_{max}$$

$$\cos\alpha_{max} = 4\cos\alpha + 3 = 2\sqrt{3}+3 \approx 6,5$$

$$\alpha_{max} = \arccos 6,5$$

Ответ: $\alpha_{max} = \arccos 6,5$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-006

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$Q_1 = kS\,\delta t\,\tau_1$

$Q_2 = kS\,\delta t_1\,\tau_2$

$\frac{\lambda m_1}{c\,m\,\delta t_1} = \frac{\delta t \tau_1}{\delta t_1 \tau_2} = \frac{\delta t \tau_1}{\frac{t_1+t_2-1}{2}\tau_2}$

$\frac{40 \cdot 4{,}2 \cdot 150}{330 \cdot 39} = \frac{40 \cdot 14 \cdot 15}{110 \cdot 39} = \frac{40 \cdot 14 \cdot 5}{110 \cdot 13} =$

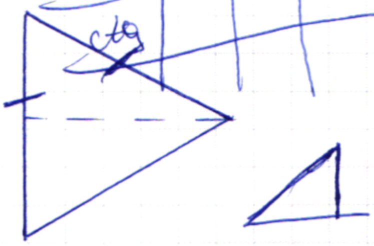
$= \frac{4 \cdot 14 \cdot 5}{11 \cdot 13} = \frac{280}{143} \approx$

$\frac{280 \cdot 5}{143}$

$143 \cdot 7 = 1001$, $143 \cdot 5 = 715$, $280 : 143 = 1{,}95$, $1{,}95 \cdot 5 = 9{,}75$

	$30°$	$60°$	$90°$	$120°$	$150°$	$180°$
sin	0,5	$\frac{\sqrt3}{2}$	1	-0,5	$-\frac{\sqrt3}{2}$	
cos	$\frac{\sqrt3}{2}$	0,5	1	$-\frac{\sqrt3}{2}$	-0,5	
tg						
ctg						

$tg = \frac{\sin}{\cos}$



l – длина нити.

$s = l \sin\alpha$

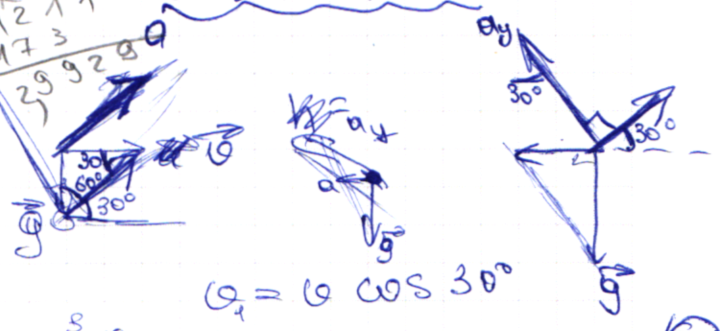
$tg\alpha = \frac{h}{s}$

$h = s\,tg\alpha = l\,tg\alpha \sin\alpha$

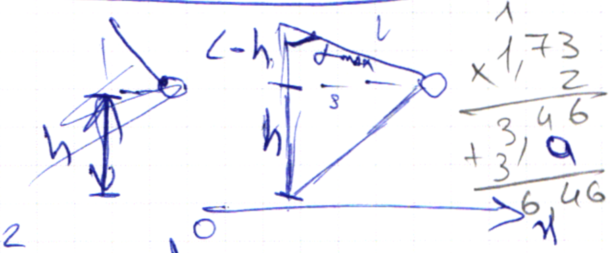
$\frac{\upsilon^2}{2} = g l\, tg\alpha \sin\alpha$

$1{,}74 \cdot 1{,}74 = 696$, $1{,}73 \cdot 1{,}73 = 2{,}9929$

$s = l \sin\alpha_{MAX}$



$1{,}73 \cdot 2 = 3{,}46$, $3{,}46 + 3 = 6{,}46$



$\frac{3}{4}\upsilon$

$\upsilon_1 = \upsilon \cos 30°$

$\upsilon = \upsilon \cos 30° = \frac{\sqrt3}{2}\upsilon$

$\frac{\upsilon^2}{2} = gh$

① $\boxed{\frac{\upsilon^2}{2} = g l (1 + \cos\alpha_{MAX})}$

$\frac{3\upsilon^2}{8} + g l (1 + \cos\alpha) = \frac{\upsilon^2}{2}$

② $\upsilon^2\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) = g l (1 + \cos\alpha)$

$\frac{1}{2\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right)} = \frac{1 + \cos\alpha_{MAX}}{1 + \cos\alpha}$

$\frac{1}{1 - \frac{3}{4}}$ $4 = $ $4\cos\alpha = 1 + \cos\alpha_{MAX}$

$\cos\alpha_{MAX} = 3\cos\alpha = 3 \cdot \frac{\sqrt3}{2} = \frac{3\sqrt3}{2}$

$\cancel{l^2} = l^2 \sin^2\alpha_{MAX} + \cancel{l^2} + h^2 - 2lh$

$h^2 - 2lh + l^2 \sin^2\alpha_{MAX} = 0$

$D = 4l^2 - 4l^2 \sin^2\alpha_{MAX} =$

$= 4l^2 (1 - \sin^2\alpha_{MAX}) =$

$= 4l^2 \cos^2\alpha_{MAX}$

$h = \frac{2l \pm 2l\cos\alpha_{MAX}}{2} =$

$= l \pm l\cos\alpha_{MAX}$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ... $(a+b)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)