МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

БИЛЕТ 1

ШИФР 1-С24

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2$ пересекает прямые $y = 98$, $y = 18$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить треугольник с углом $120°$?

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$.

3. Найдите количество 17-значных чисел, содержащих только цифры "0", "7" и "8" (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр "8" ровно семь, и они идут подряд.

4. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 12$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

   в) Пусть дополнительно известно, что $AO \cdot BO = 58$. Найдите AB.

5. Решите неравенство $\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geqslant 1$.

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 5$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $5 : 12$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 6.

7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 45]$, $[46; 90]$, $[91; 135]$, $[136; 180]$, $[181; 225]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 45. Какое **наименьшее** значение может принимать сумма тридцати выбранных Пиноккио чисел?

МФТИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

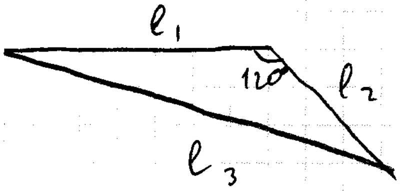
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

1-С24

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



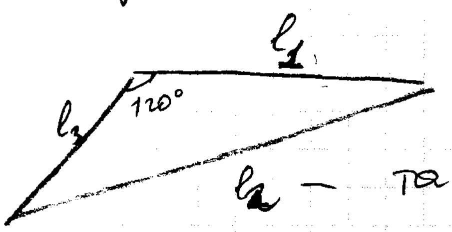
$$\begin{array}{r|l} 316 & 2 \\ 158 & 2 \\ 79 & \end{array}$$

$\pm 2\sqrt{79}$

$$l_3^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cdot \cos(120) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow l_3 = \pm\sqrt{196 + 36 + \cancel{2} \cdot 14 \cdot 6 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}} = \pm\sqrt{196 + 36 + 84} =$$

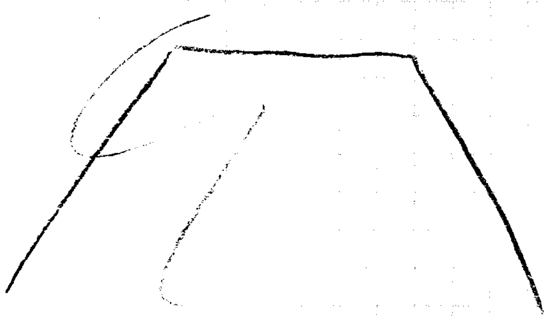
$$= \pm\sqrt{316}$$



l_2 — такого не может быть т.к. $l_2 < l_1$.

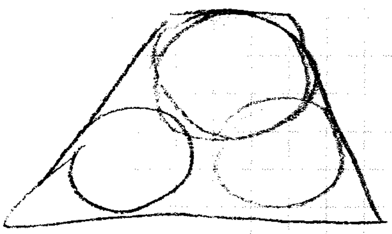
2, 3 -

$$\begin{array}{r} 196 \\ +\ 36 \\ \hline 232 \\ +\ 84 \\ \hline 316 \end{array}$$



8+18+1 26

~~GAR~~.



4π.

$\approx 12{,}4 \cdot 3 = 37{,}8$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

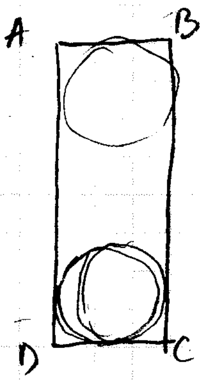
③

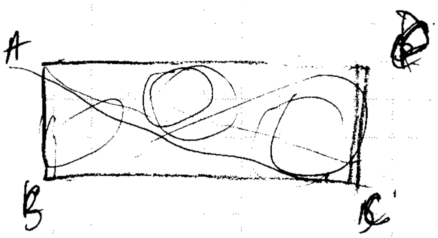
$\overbrace{\text{abc88888888defghij}}^{17 \text{ цифр}}$

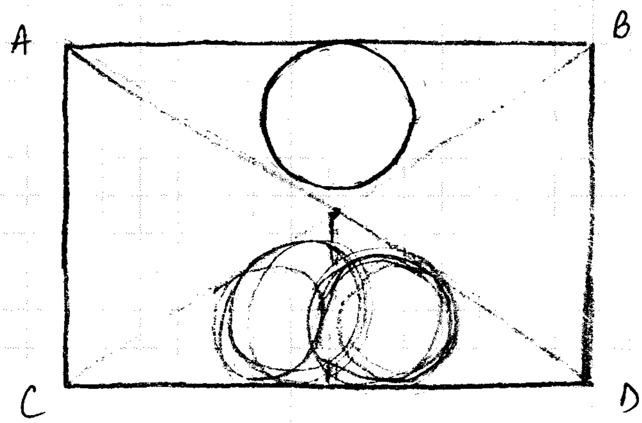
10 ~~мест~~ пустых 2 ~~в~~ цифры.

$$\frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10\cdot 9\cdot \cancel{8!}}{\cancel{8!}} = 90\cdot \cancel{8}$$

$80\cdot 10 = 800$ вариантов. т.к. "8" 7 штук подряд могут быть с начала до конца







☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4.

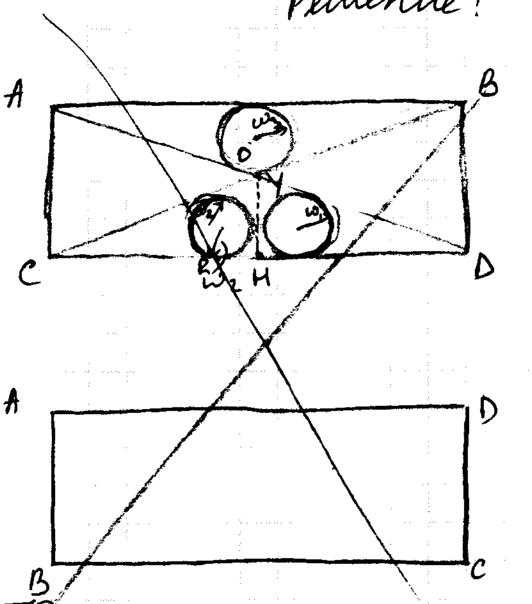
Дано: $ABCD$ - четырехугольник, $\omega_1 = \omega_2 - \omega_3$, ω_1 касается AD и DC, ω_2 касается DC и CB, и ω_3 касается CB, BA и AD, $AD+BC-AB-CD=12$

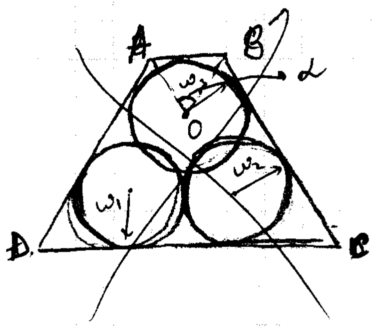
Найти: а) $\omega_1, \omega_2, \omega_3 = \omega$ - ?

б) $\angle ADB$ - ? $= \alpha$

в) $[AB]$ - ?, если $|AO| \cdot |BO| = 58$.

Решение:



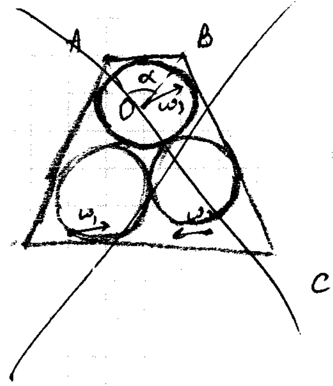


Ответы:

а) $\frac{|AO|(\sqrt{3})}{2(2+\sqrt{3})}$

б) 60°

в) 29



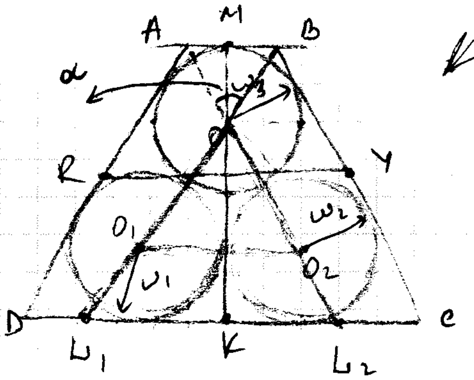


рисунок.

|RY| − средняя линия.

а) $|AD|+|BC|-|AB|-|CD|=12$

Т.К. окружности касаются попарно и их радиусы равны, то $|AD|=|BC|$ и $\triangle OO_1O_2$ − равносторонний, сл-но $\angle OO_1O_2=60^\circ$, ~~...~~ т.к. $[AD]\,||\,[O_1O_2]$, то $\angle ADC=60^\circ$

$|MK| = |AD|\cdot\sin 60^\circ$ $(\Leftrightarrow)$

$|MK| = \omega_3+(2\omega_3+\omega_1)\cdot\sin 60+\omega_1 = 2\omega+2\omega\cdot\sin 60 = 2\omega(1+\sin 60)$

$\Leftrightarrow |AD|\cdot\sin 60^\circ = 2\omega\cdot(1+\sin 60^\circ) \Leftrightarrow \omega = |AD|\cdot\dfrac{\sin 60^\circ}{2(1+\sin 60^\circ)} = \dfrac{\sqrt3|AD|}{2(2+\sqrt3)}$

~~$2|AD|-2|RY|=12 \Leftrightarrow |AD|-|RY|=6$~~ $|AD|-|RY|=6$

$2|AD|\cdot\cos 60+AB=|DC| \Leftrightarrow |AD|+|AB|=|DC| \Leftrightarrow |DC|-|AB|=AD \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\cdot 6+|AB|+DC}{2}=DC-AB \Leftrightarrow 12+|AB|+|DC|=2|DC|-2|AB| \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12=|DC|-3|AB| \Leftrightarrow |DC|=12+3|AB|$

$2|AD|-12-4|AB|=12 \Leftrightarrow 2(|AD|-2|AB|)=24 \Leftrightarrow |AD|-2|AB|=12$

б) Т.к. $\triangle OL_1L_2$ подобен $\triangle OO_1O_2$ то $\angle OL_1L_2=60^\circ$, сл-но $\angle L_1OL_2=60^\circ$, а отсюда следует что $\angle AOB=60^\circ$.

в) $AB=(\vec{AO}\cdot\vec{BO}) = |\vec{AO}||\vec{BO}|\cdot\cos\angle AOB = AO\cdot BO\cdot\cos 60^\circ = 58\cdot\frac12 =$
$=29$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

2-024
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №7.

Дано: 6 чисел из каждого $[1;45]$, $[46;90]$, $[91;135]$, $[136;180]$, $[181;225]$, $\frac{a-b}{45} \neq \mathbb{Z}$.
Найти: Наименьшее значение суммы всех выбраных чисел - ?

Решение:

Т.к. Сумма должна быть наименьшей, будем выбирать самые маленькие ~~числа~~ возможные числа из каждого промежутка.

$[1;45]$ · выберем 1, 2, 3, 4, 5, 6.

$[46;90]$ мы не можем выбрать первые 6 чисел т.к. при их разности с предыдущими 6тью числами, ~~но~~ полученное число можно разделить на 45., сл-но выберем число ~~которые~~ которое при отнимании от 1-80 5ти не будет делиться на 45.

т.е. это число 52 минимальное число из этого промежутка.

Сл-но наши числа 52, 53, 54, 55, 56, 57

$[91;135]$ Аналогично как в предыдущем. $57+45+1=103$

Наши числа 103, 104, 105, 106, 107, 108

$[136;180]$. $108+45+1=154$.

Наши числа 154, 155, 156, 157, 158, 159

$[181;225]$ $159+45+1=205$

205, 206, 207, 208, 209, 210.

при сумме ~~всех вы~~ выбранных чисел из $[1;45]$ и $[136;18]$ будет $6 \cdot 160$

при сумме выбраных чисел из $[46;90]$ и $[91;135]$ будет $6 \cdot 160$

Сумма всех этих чисел будет $160 \cdot 12 + 205 + 206 + 207 + 208 + 209 + 210 =$

$= 1920 + 210 + 205 + 205 + 205 + 210 + 210 = 1920 + 630 + 615 = 1920 + 1245 = 3165$

Ответ: 3165

Задача №6.

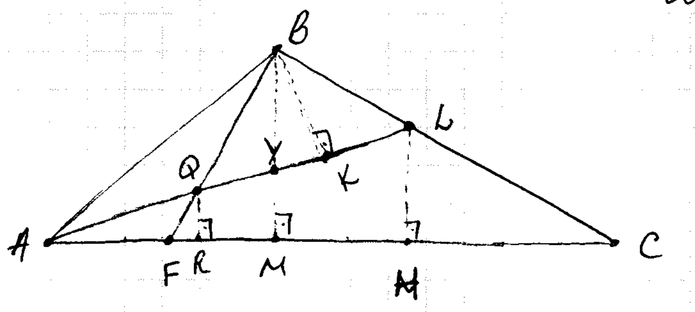
Дано: ABC - треугольник, $F \in [AC]$, $L \in [BC]$, $|AF| : |FC| = 2:5$, $[BF] \cap [AL] = Q$

$S(BQL) : S(BAC) = 5:12$, $d(Q, [AC]) = 6$.

Найти: $d(L, [AC])$ - ?

Решение:

Если $|AF| = 2x$, то $|AC| = 7x$



$$\frac{|QR|}{|AR|} = \frac{|LH|}{|AH|} \; ; \quad \frac{|BM|}{|CM|} = \frac{|LH|}{|CH|} \; ; \quad \cancel{\frac{|BM|}{|AM|}} = \frac{|AL|}{|AH|} = \frac{|AQ|}{|AR|} \Leftrightarrow$$

$$5|BM| \cdot |AC| = 12|BK| \cdot |QL| \Leftrightarrow 35x|BM| = 12|BK||QL|$$

$$|AL| = |AQ| \frac{|AH|}{|AR|} \; ; \; |QL| = |AL| - |AQ| \Leftrightarrow |QL| = |AQ| \left(\frac{|AH|}{|AR|} - 1\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |QL| = |AQ| \cdot \left(\frac{|LH|}{|QR|} - 1\right)$$

$$\Leftrightarrow 35x|BM| = 12|BK| \cdot |AQ| \left(\frac{|LH|}{|QR|} - 1\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{35x|BM|}{12|BK||AQ|} = \frac{|LH|}{|QR|} - 1 \Leftrightarrow |LH| = |QR| \left(1 + \frac{35x|BM|}{12|BK||AQ|}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |LH| \approx |QR| \left(1 + \frac{35}{12}\right) = 6 \cdot \frac{47}{12} = \frac{47}{2}$$

Ответ: $\approx \frac{47}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

1-024
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2.

Дано: $g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

Найти: $g(x)_{max, min}$ - ?

Решение:

Если нарисовать гр. ф-ции $g(x)$ от x, то при $g(x)_{min}$ и $g(x)_{max}$ $tg(\alpha)$, этой функции будет 0, т.е. $\frac{d(g(x))}{dx} = 0$, т.е. $g'(x) = 0$

Тогда

$(\sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4)' = 0$

$(\sin 3x \cdot \sin 7x)' = (\sin 3x)' \sin 7x + (\sin 7x)' \cdot \sin 3x = 3 \cdot \cos 3x \cdot \sin 7x + 7 \sin 3x \cdot \cos 7x$

$(\sin^2 x)' = 2 \sin x \cdot \cos x = \sin 2x$ (*)

$(\cos^2 5x)' = 2 \cos 5x \, 5(-\sin 5x) = -10 \cos 5x \cdot \sin 5x = -5 \cdot \sin 10x$

(*) $3 \cos 3x \sin 7x + 7 \sin 3x \cdot \cos 7x - \sin 2x - 5 \sin 10x = 0.$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача №3.

Дано: ~~число~~ 17-значное число, содержит число "8" - 7 штук подряд, содержит "8", "7", "0", минимум 1 раз.

Найти: Кол-во (N) - ?

Решение:

Если число "8" повторяется всего 7 раз подряд, то возможны таких 10 вариантов.

8 8 8 8 8 8 8 a b c d e f g h j k

для цифр "7", "0" остается 10 мест, т.к. 7 из 17 заняты цифрой "8". сл-но есть $\frac{10!}{(10-2)!}$ вариантов расположения цифр "7" и "0", тогда их будет 90.

Т.к. мы можем двигать цифры "8" и есть 10 вариантов то мы будем иметь $N = 90 \cdot 10 = 900$

Ответ 900

Задача №5.

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \geq 1 \Leftrightarrow (\sqrt{x+7}-x)^1 \leq x+4 \Leftrightarrow (\sqrt{x+7})^2 \leq (2x+4)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x+7 \leq 4x^2+16x+16 \Leftrightarrow 4x^2+15x+9 \geq 0 \Leftrightarrow (4x+3)(x+3) \geq 0. \Leftrightarrow$

$4x \quad 3$

$x \quad 3$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3 \geq 0, \\ x+3 \geq 0, \\ x+7 \geq 0, \\ x+4 \neq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{4}, \\ x \geq -3, \\ x \geq -7, \\ x \neq -4, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{4}, \\ x \neq -4. \end{cases}$

~~$x \in (-\infty;$~~

~~$x \in [-\frac{3}{4}; 0) \cup -4$~~

$x \in [-\frac{3}{4}; 0) \cup (0; +\infty)$

~~т.к. $x \geq -\frac{3}{4}$ строже всех~~.

т.к. при $x \geq -\frac{3}{4}$ выполняются все условия то можно исключить все остальное.

Ответ: $x \in [-\frac{3}{4}; 0) \cup (0; +\infty)$

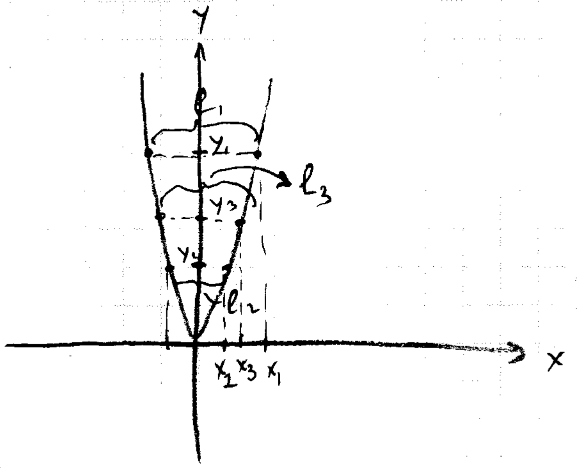
☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.

Дано: $y=2x^2$, $y_1=98$, $y_2=18$, $y_3=a$, $\alpha=120°$
Найти: a-?

Решение:



треугольник состоит из сторон l_1, l_2, l_3, и один из углов равен $120°$.

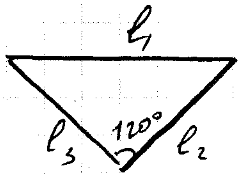
Найдем l_1, l_2, l_3, для этого найдем x_1, x_2, x_3.

$$\begin{cases} y_1=2x_1^2 \Leftrightarrow x_1^2=49 \Leftrightarrow x_1=\pm 7, \\ y_2=2x_2^2 \Leftrightarrow x_2^2=9 \Leftrightarrow x_2=\pm 3, \\ y_3=2x_3^2 \Leftrightarrow x_3^2=\frac{a}{2} \Leftrightarrow x_3=\pm\sqrt{\frac{a}{2}}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l_1=7-(-7)=14, \\ l_2=3-(-3)=6, \\ l_3=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}-\left(-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}\right)=\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} l_1=14 \\ l_2=6; \\ l_3=\sqrt{2a}. \end{cases}$$

Возможны 3 варианта когда $\alpha=120°$, между l_1, l_2, между l_1, l_3; и между l_2, l_3, рассмотрим все три.

I)



т.к. мы всегда будем использовать $\cos 120^\circ$, будем использовать сразу его значение. Т.е. $\cos 120^\circ = \left(-\frac{1}{2}\right)$

по т. косинусов.

$l_1^2 = l_3^2 + l_2^2 - 2l_2 l_3 \cos 120^\circ \Leftrightarrow l_3^2 + 36 + 6l_3 - 196 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow l_3^2 + 6l_3 - 160 = 0$

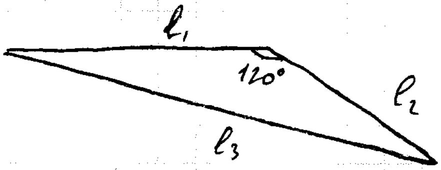
решим кв. ур-ние.

$l_3 = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 4\cdot 160}}{2} = \frac{-6 \pm 26}{2}$, т.к. l_3 не может быть меньше нуля то $l_3 = 10$.

$l_3 = \frac{-6+26}{2} = \frac{20}{2} = 10.$

Отсюда: $l_3 = 10 = \sqrt{2a} \Leftrightarrow a = \frac{100}{2} = 50.$

II)

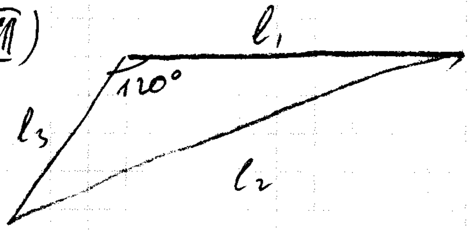


по т. косинусов

$l_3^2 = l_1^2 + l_2^2 + l_1 l_2 = 196 + 36 + 84 \Leftrightarrow l_3 = \pm\sqrt{316} = \pm 2\sqrt{79}$, т.к. $l_3 > 0$,

то $l_3 = 2\sqrt{79}$, сл-но $2\sqrt{79} = \sqrt{2a} \Leftrightarrow 316 = 2a \Leftrightarrow a = 158$

III)



такого случая не может быть т.к. $l_2 < l_1$.

Сл-но возможны два случая когда $a = 50$, и $a = 158$.

Ответ: 50, 158

$7-C24$

(2)

$g(x) = \sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4$

$g(x)$ наибольшее или наименьшее когда $\frac{d(g(x))}{dx} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow g'(x) = 0 = (\sin 3x \cdot \sin 7x - \sin^2 x + \cos^2 5x + 4)' \Leftrightarrow$

$(\sin 3x \cdot \sin 7x)' = \sin' 3x \cdot \sin 7x + \sin' 7x \cdot \cancel{\sin} 3x =$

$= 3\cos 3x \cdot \sin 7x + 7\cos 7x \cdot \sin 3x.$

$(\sin^2 x)' = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$

$(\cos^2(5x))' = 2\cos 5x \cdot 5 \cdot \sin 5x$

$(4)' = 0$

$\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3\cos 3x \cdot \sin 7x + 7\cos 7x \cdot \sin 3x - 2\sin x \cdot \cos x + 10\cos 5x \cdot \sin 5x + 0 = 0$

$\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos y \cdot \sin x$

$\sin 10x - \sin 2x + 5\sin 10x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 6\sin 10x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sin(6x - 4x) = 6(\sin(6x+4x)) = \sin 6x \cdot \cos 4x - \sin 4x \cdot \cos 6x =$

$= 6 \cdot \sin 6x \cdot \cos 4x + 6 \cdot \sin 4x \cdot \cos 6x \Leftrightarrow -5\sin 6x \cdot \cos 4x = 7\sin 4x \cdot \cos 6x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -\frac{5}{7} = \operatorname{tg} 4x \cdot \operatorname{ctg} 6x$

$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta = \operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}$ $\Leftrightarrow -\frac{5}{7} = \operatorname{tg} 5x \Leftrightarrow 5x = \operatorname{arctg}\left(-\frac{5}{7}\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{\operatorname{arctg}\left(-\frac{5}{7}\right)}{5}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

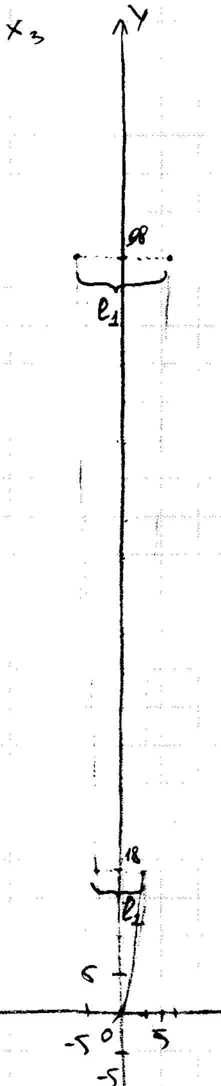
Задача №1.

$y=2x^2 \Leftrightarrow x_1^2=\frac{98}{2}=49 \Leftrightarrow x_1=\pm7$

$\Leftrightarrow x_2^2=\frac{18}{2}=9 \Leftrightarrow x_2=\pm3$

$\Leftrightarrow x_3^2=\frac{a}{2} \Leftrightarrow \pm\sqrt{\frac{a}{2}}=x_3$

$14 \times 14 = 56 + 14 = 196$



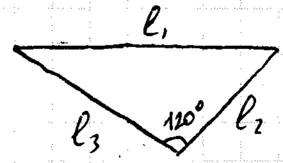
l_3 находим аналогично как l_1 и l_2.

$l_1=(7-(-7))=14$

$l_2=(3-(-3))=6$

$l_3=\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}-\left(-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}\right)\right)=\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2a}$

Нарисуем треугольник из отрезков l_1, l_2, l_3.



$\sqrt{676}=26$

$26 \times 26 = 156 + 52 = 676$

тогда $l_1^2=l_2^2+l_3^2-2l_2l_3\cdot\cos120^\circ \Leftrightarrow$

$\cancel{\Leftrightarrow l_3^2=l_1^2-l_2^2+2l_1l_2\cos120}$

$\Leftrightarrow 14^2=6^2+(\sqrt{2a})^2-2\sqrt{2a}\cdot6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 196=36+2a+6\sqrt{2a} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2a+6\sqrt{2a}-160=0$

заменим $\sqrt{2a}$ на t, тогда

$t^2+6t-160=0$

$t=\frac{-6\pm\sqrt{36+4\cdot160}}{2}=\frac{-6\pm26}{2}$

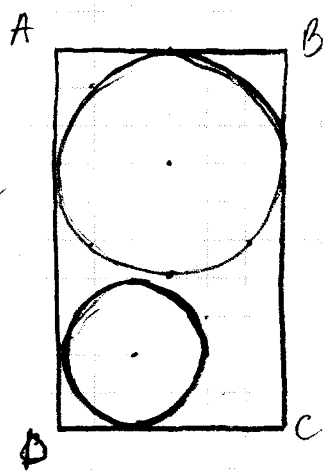
$\left[t=10 \Leftrightarrow \sqrt{2a}=10 \Leftrightarrow a=50\right.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

1-С24
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.



B

C

$\sqrt{x+7}-4 \le x+4$

$x+7 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge -7$

$x+4 \ne 0 \Leftrightarrow x \ne -4$

$(\sqrt{x+7})^2 \le (x+8)^2$

$x+7 \le x^2+16x+64$

$\log_{10} 101 \ge 2$

$10^2 \le 101$

$\log_{\sqrt{x+7}-x}(x+4) \ge 4$

$(\sqrt{(x+7)^2}-4)^4 \le x+4$

$\cancel{((\sqrt{(x+7)}-4)^2 \le x+4}$

$x+7=t^2 \Leftrightarrow x=t^2-7$

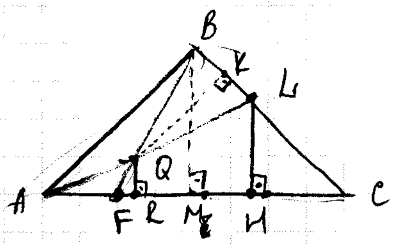
$((t-4)^2)^2 \le t^2+3$

$x^2+15x+57 \ge 0$

$x=\frac{-15 \pm \sqrt{225-4\cdot 57}}{2}$

$|QR| = 6$ $\qquad$ $|LH| - ?$

если $|AF| = 2x$, то $|AC| = 7x$



$$\frac{|AF|}{|FC|} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow 5|AF| = 2|FC|$$

$$|AF| + |FC| = |AC|$$

$$\frac{|BM||AC|}{|BL||KQ|} = \frac{12}{5} \Leftrightarrow 5|BM||AC| = 12|BL||KQ|$$

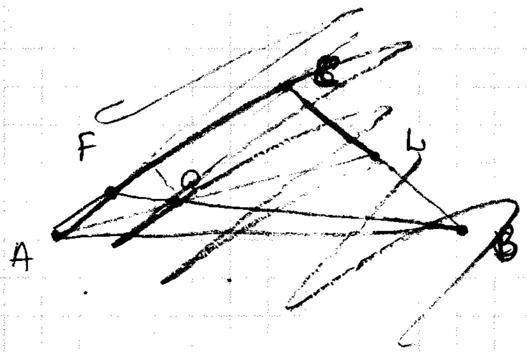
$$5 \cdot |BM| \cdot 7x = 12 \cdot |BL| \cancel{|KQ|} \, |QL| \cdot \sin\alpha$$

$$\frac{|QR|}{|AR|} = \frac{|LH|}{|AH|} \qquad \frac{|BM|}{|FM|} = \frac{|QR|}{|FR|} \qquad \frac{|BM|}{|MC|} = \frac{|LH|}{|HC|}$$

$$\cancel{\frac{|BM|}{|AM|} = 0}$$

$$|AH| + |HC| = |AC| = |LH| \cdot \frac{|AR|}{|QR|} + |LH| \cdot \frac{|MC|}{|BM|} =$$

$$= |LH| \left(\cancel{\frac{AR}{QR}} + \frac{|MC|}{|BM|} \right)$$



$$\frac{|AL|}{|AQ|} = \frac{|LH|}{|QR|}$$

$$\frac{35x}{12} = \frac{|BL| \cdot |QL| \cdot \sin\alpha}{|BM|}$$