МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

БИЛЕТ 4 ШИФР 4-003

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 3x^2 - 4x + 2$ пересекает прямые $y = 17$, $y = 1$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить прямоугольный треугольник?

2. Найдите количество 20-значных чисел, содержащих только цифры “1”, “5” и “6” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “5” ровно десять, и они идут подряд.

3. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1, ω_2 и ω_3, причём ω_1 касается сторон AD и DC, ω_2 касается сторон DC и CB, а ω_3 касается сторон CB, BA и AD.

   а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 38$.

   б) Найдите угол AOB, где O – центр окружности ω_3.

4. При каких значениях параметра a решением неравенства $|ax - a| \leqslant \sqrt{x-2}$ является отрезок длины 1?

5. Несколько рабочих выполняют работу за 21 день. Если бы их было на 2 человека больше и каждый работал бы на 1 час в день дольше, то они выполнили бы эту работу за 15 дней. Если бы их было ещё на 4 человека больше и они работали бы ещё на 1 час в день дольше, они выполнили бы эту же работу за 10 дней. Сколько было рабочих? (Производительность всех рабочих одинакова.)

6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 7$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q; площади треугольников BQL и BAC относятся как $8 : 21$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC, если расстояние от точки Q до прямой AC равно 13.

7. Пиноккио выбрал по 7 целых чисел из каждого промежутка $[1; 50]$, $[51; 100]$, $[101; 150]$, $[151; 200]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 50. Какое **наибольшее** значение может принимать сумма двадцати восьми выбранных Пиноккио чисел?

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

4-003
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4. $|ax-a| \le \sqrt{x-2}$;

Возведём обе части в квадрат:

$(|ax-a|)^2 \le x-2$;

$(ax-a)^2 \le x-2$;

$\cancel{a^2x^2+a^2-2a^2x \le x+2}$; $a^2x^2+a^2-2a^2x \le x-2$;

$\cancel{a^2x^2-(2a^2+1)x \le x-2}$; $a^2x^2-(2a^2+1)x+a^2+2 \le 0$; (1)

~~Решим квадратное неравенство мет~~

1.) Рассмотрим случай, когда $\boxed{a=0}$:

$-x+2 \le 0$;

$x \ge 2$;

$x \in [2;\infty)$, отрезок бесконечный, не подходит, т.к. $l=1$, где l - длина отрезка решения.

2.) Рассмотрим случай, когда $\boxed{a \ne 0}$:

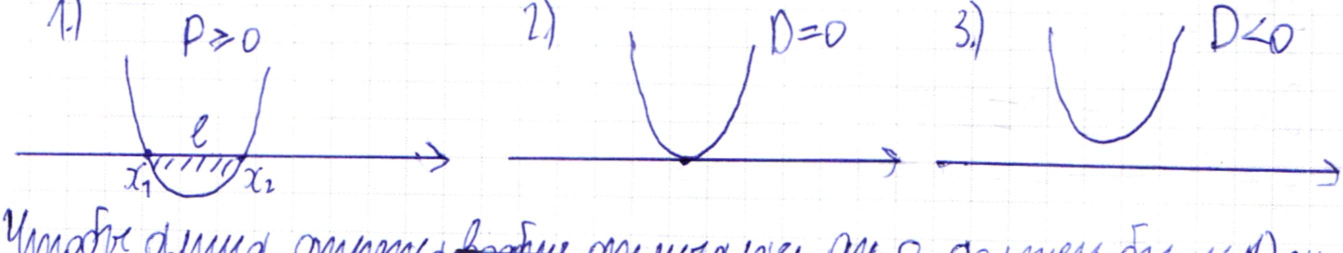
Неравенство (1) - квадратное, решим его методом парабол:

Рассмотрим функцию:

$y = a^2x^2-(2a^2+1)x+a^2+2 \cancel{\le 0}$; - квадратичная функция, график - парабола.

При любых $a \in (-\infty;0)\cup(0;\infty)$ ветви параболы будут направлены вверх, т.к. $a^2>0$.

Схематически изобразим возможные положения параболы:



Чтобы длина отрезка ~~вообще~~ отличалась от 0, должен быть 1) слу-

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

чай, то есть $D>0$.

Чтобы найти D приравняем $y(x)$ к нулю:

$a^2x^2-(2a^2+1)x+2+a^2=0;$

$D=(2a^2+1)^2-4a^2(2+a^2)=\cancel{4a^4}+1+4a^2-8a^2-\cancel{4a^4}=1-4a^2>0;$

$1>4a^2;$

$a^2<\frac{1}{4};$

$a\in(-\frac{1}{2};\frac{1}{2})$.

Как видно из рисунка, $l=x_2-x_1$, x_1 и x_2 – значения абсциссы, при которых ордината функции равна 0:

$x_{1,2}=\frac{2a^2+1\pm\sqrt{1-4a^2}}{2a^2};$

~~т.к. мы не знаем, какое из x больше, то $l=|x_2-x_1|$:~~

$x_1=\frac{2a^2+1+\sqrt{1-4a^2}}{2a^2}$

$x_2=\frac{2a^2+1-\sqrt{1-4a^2}}{2a^2}$

$x_1>x_2$, т.к. $\sqrt{1-4a^2}>-\sqrt{1-4a^2}$, где $a\in(-\frac{1}{2};\frac{1}{2})$

$l=x_1-x_2;$

$l=\frac{\cancel{2a^2}+\cancel{1}+\sqrt{1-4a^2}-\cancel{2a^2}-\cancel{1}+\sqrt{1-4a^2}}{2a^2};$

$l=\frac{\sqrt{1-4a^2}}{a^2};$

По условию, $l=1$:

$a^2=\sqrt{1-4a^2}$ (возведём обе части в квадрат):

$a^4=1-4a^2;$

$a^4+4a^2-1=0;$

Заменим a^2 на t $(t\geq0)$:

$t^2+4t-1=0;$

$D=16+4=20=(2\sqrt{5})^2;$

$t_{1,2}=\frac{-4\pm2\sqrt{5}}{2}=-2\pm\sqrt{5}$

$t_1=-2-\sqrt{5}$ – не подходит, т.к. $t\leq0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$t_2 = -2 + \sqrt{5}$;

Вернёмся к замене:

$a^2 = \sqrt{5} - 2$;

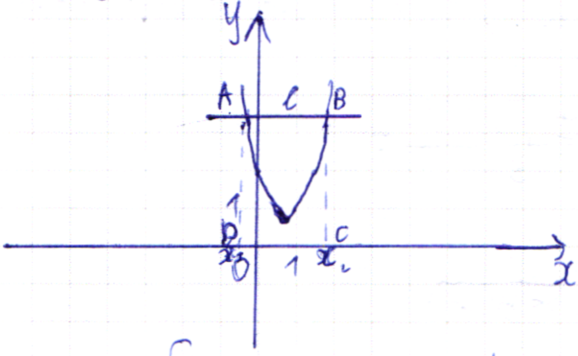
$a = \pm\sqrt{\sqrt{5}-2}$.

Ответ: $a \in \{-\sqrt{\sqrt{5}-2}; \sqrt{\sqrt{5}-2}\}$.

Задача 1.

$y = 3x^2 - 4x + 2$

Найдём длины отрезков, высеченных параболой:



Схематически изобразим параболу и отрезок $y = a$, где a - некоторое число.

Как видно из рисунка $l = x_2 - x_1$, когда $y = a$.

где x_1, x_2 - абсциссы ~~ординаты~~ функции $y = 3x^2 - 4x + 2$, (т.к. ABCD - прямоугольник)

Обозначим длины отрезков, как l_1, l_2, l_3:

Найдём x_1 и x_2 в первом случае ($y = 17$):

$3x^2 - 4x + 2 = 17$;

$3x^2 - 4x - 15 = 0$;

$D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot (-15) = 196 = 14^2$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 14}{6}$;

$x_1 = 3$; $x_2 = -\frac{5}{3}$.

$l_1 = x_1 - x_2 = 3 + \frac{5}{3} = \frac{9+5}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$

Найдём x_1 и x_2 во втором случае ($y = 1$):

$3x^2 - 4x + 2 = 1;$

$3x^2 - 4x + 1 = 0;$

$D = 16 - 4 \cdot 3 = 4;$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6};$

$x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{3}.$

$l_2 = x_1 - x_2 = \frac{2}{3}.$

Найдём x_1 и x_2 в третьем случае ($y = a$):

$3x^2 - 4x + 2 = a;$

$3x^2 - 4x + 2 - a = 0,$

$D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot (2-a) = 16 - 12(2-a) = 16 - 24 + 12a = 12a - 8 > 0$, т.к. для того, чтобы сторона треугольника была, требуется, чтобы $l > 0$.

$a > \frac{2}{3}.$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{12a-8}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{4(3a-2)}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{3a-2}}{3};$

$x_1 = \frac{2 + \sqrt{3a-2}}{3}; x_2 = \frac{2 - \sqrt{3a-2}}{3};$

$x_1 > x_2$ (т.к. при $a > \frac{2}{3}$, $\sqrt{3a-2} > -\sqrt{3a-2}$).

$l_3 = x_1 - x_2 = \frac{2\sqrt{3a-2}}{3}.$

Перепишем ещё раз l_1, l_2, l_3:

$l_1 = 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3};$

$l_2 = \frac{2}{3};$

$l_3 = \frac{2}{3}(\sqrt{3a-2}).$

~~$l_1 > l_2$~~

Для того, чтобы треугольник был прямоугольным, в общем случае требуется (по теореме Пифагора):

$$\left[\begin{array}{ll} l_1^2 = l_2^2 + l_3^2; & (1) \\ l_2^2 = l_1^2 + l_3^2, & (2) \\ l_3^2 = l_1^2 + l_2^2; & (3) \end{array}\right.$$

т.к. $l_1 > l_2$, то уравнение (2) невыполнимо ($l_3 > 0$).

1) Уравнение (1) выполняется, когда $l_3 < l_1$:

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим его:

$\frac{196}{\cancel{9}} = \frac{4}{\cancel{9}} + \frac{4}{\cancel{9}}(3a-2);$

$196 = 4 + 12a - 8;$

$a = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$, действительно $l_3 < l_1$

2) Уравнение (3) выполняется, когда $l_3 > l_1$:

Рассмотрим его:

$\frac{4}{\cancel{9}}(3a-2) = \frac{196}{\cancel{9}} + \frac{4}{\cancel{9}};$

$3a - 2 = 50;$

$3a = 52;$

$a = \frac{52}{3} = 17\frac{1}{3}$, действительно $l_3 > l_1$.

Ответ: $a \in \{16\frac{2}{3}; 17\frac{1}{3}\}$

Задача 5.

Обозначим всю работу за A, а производительность каждого рабочего за p:

Пусть количество рабочих было – n, ~~ко~~ количество часов работы в день было k.

1 случай:

$A = p \cdot n \cdot 21 k\tau$, $\tau = 1$ час

2 случай

$A = p(n+2) \cdot 15(k+1)\tau$

3 случай:

$A = p\,(n+6)(k+2)\tau\ 10;$

$$\begin{cases} A = 21pnk\tau, (1) \\ A = 15p(n+2)(k+1)\tau, (2) \\ A = 10p(n+6)(k+2)\tau; (3) \end{cases}$$

(1) и (2): $21\cancel{p}nk\cancel{\tau} = 15\cancel{p}(n+2)(k+1)\cancel{\tau};$

$\cancel{\frac{21}{15} = \frac{(n+2)(k+1)}{nk}};$

Выразим k: $7nk = 5nk + 10k + 5n + 10;$

$(2n-10)k = 5n+10;$

$k = \frac{5n+10}{2n-10}$

(1) и (3):

$21\cancel{p}nk\cancel{\tau} = 10\cancel{p}(n+6)(k+2)\cancel{\tau};$

$21nk = 10nk + 60k + 20n + 120;$

$11nk - 20n = 60k + 120;$

$n = \frac{60k+120}{11k-20}$

$n = 60\,\frac{k+2}{11k-20};$

$n = 60\,\frac{\frac{5n+10}{2n-10}+2}{\frac{55n+110}{2n-10}-20};$

$n = \frac{5n+10+4n-20}{55n+110-40n+200}\cdot 60;$

$n = \frac{9n-10}{310+15n}\cdot 60;$

$310n + 15n^2 = 540n - 600;$

$15n^2 - 230n + 600 = 0;$

$3n^2 - 46n + 120 = 0$

$D = 2116 - 4\cdot 3\cdot 120 = 2116 - 1440 = 576$

~~$n = \frac{70}{6}$ — не подходит, $n=3$.~~ $n = \frac{46 \pm 24}{6};$

$n_1 = \frac{70}{6}$ — не подходит, $n \in \mathbb{Z}$

$n_2 = 3.$

Ответ: 3 человека

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

4-003

Найдём сумму сотен всех цифр:

$c = 2 + 13 = 15$.

Пусть сумма всех чисел S, тогда:

$S = 100c + 10b + a$

$S = 1500 + 1490 + 132 = 3122$.

Ответ: $S = 3122$.

Задача 2.

Пусть 10 подряд идущих пятёрок находятся вначале, тогда остальные 10 ~~чисел~~ цифр — „1" или „6".

Рассмотрим все случаи расположения „1" и „6".

1.) Пусть у нас 1 шестёрка, тогда единиц - 9.

Всего существует 10 вариантов расположение 1 шестёрки среди 10 цифр. (111...6, 111...61, 111...611...)

2.) Пусть у нас 2 шестёрки, тогда закрепим одну шестёрку, а вторую будем передвигать по остальным 9 цифрам.

Если первая шестёрка стоит в конце числа, то у второй шестёрки есть 9 вариантов расположения (111...166, 111...616,...)

Если первую шестёрку передвинуть на одну позицию влево, то у 2 останется 8 вариантов расположения (на последнюю позицию 2я стать не сможет, т.к. этот вариант мы уже рассматривали.

Передвигая первую шестёрку влево, аналогично получаем, что кол-во вариантов уменьшается с 7 до 1.

Посчитаем полное количество вариантов, когда у нас ~~одна~~ две шестёрки:

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 7.

Для того, чтобы сумма была наибольшей, сами числа должны быть как можно больше.

Пусть Никита выбрал 7 самых больших ~~цифр~~ чисел из последнего промежутка: 200; 199; 198; 197; 196; 195; 194; ~~49~~

Тогда для того, чтобы условие выполнялось, нельзя больше выбирать 7 последних ~~цифр~~ чисел из других промежутков (разность будет делиться на 50).

~~Пусть~~ Тогда из 3 промежутка выберем предпоследние 7 ~~цифр~~ чисел: 143; 142; 141; 140; 139; 138; 137.

Аналогично, ~~другие~~ из других групп уже нельзя выбирать предпоследние 7 ~~цифр~~ чисел, т.е. уже ~~всего~~ нельзя выбирать 14 ~~цифр~~ чисел.

~~Из в~~ Тогда из 2 промежутка выберем наибольшие числа, исключая 14 последних с конца:

86; 85; 84; 83; 82; 81; 80.

Уже нельзя выбирать 21 число с конца первого промежутка. Выберем самые большие возможные:

29; 28; 27; 26; 25; 24; 23.

Найдём сумму всех чисел:

Найдём сумму единиц всех чисел:

$a = 9+8+7+6+5+4+3+2+1+9+8+7+6+5+4+3+2+1+0+9+8+7+6+5+$

$+4+3 = 90+42 = 132$

Найдём сумму ~~единиц~~ десятков всех чисел:

$b = 9\cdot 6+4\cdot 4+3\cdot 3+8\cdot 7+2\cdot 7 = 149$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №8

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

4-003
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45 вариантов

3) Пусть у нас 3 шестёрки, тогда две мы пока закрепим, а третья будет двигаться (111...1666, 111...6166...)

Всего будет 8 вариантов расположения. Далее передвинем ~~одну~~ вторую из шестёрок на позицию влево. Для третьей шестёрки останется 7 вариантов (111...16616, 111...1616161...).

Можно убедиться (аналогично), что при одной закреплённой шестёрке кол-во вариантов будет уменьшаться от 8 до 1.

8+7+6+5+4+3+2+1 = 36 вариантов.

Переместим эту шестёрку на 1 позицию влево;
Аналогично получим, что кол-во вариантов будет:

7+6+5+4+3+2+1 = 28 вариантов.

~~Далее~~ При дальнейшем перемещении мы будем получать:
~~6+5+~~ от 6 до 1, потом от 5 до 1 вариантов и т.д.

Т.е. полное кол-во вариантов при трёх шестёрках равно:

36 + 28 ~~+ 27~~ + 21 + 15 + 10 + 6 + 3 ~~+ 2~~ + 1 = 120 вариантов

4) Пусть у нас 4 шестёрки, тогда три мы пока закрепим, а четвёртую будем двигать:

Всего будет 7 вариантов расположения. Далее передвинем третью из шестёрок на 1 позицию влево. Для четвёртой останется 6 вариантов.

Всего будет при двух закреплённых шестёрок:

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$7+6+5+4+3+2+1=28$ вариантов.

Перемещая ~~первую~~ второю ~~четв~~ шестёрку влево, мы получим, аналогично:

$28+21+15+10+6+3+1=74$ варианта.

Теперь будем перемещать четвёртую ~~четвёрку~~ шестёрку влево и получим, аналогично:

$21+15+10+6+3+1=56$ вариантов

Перемещая четвёртую ~~четвёрку~~ шестёрку, мы будем получать

$15+10+6+3+1=35$ вариантов, $10+6+3+1=20$ вариантов,

$6+3+1=10$ вариантов, $3+1=4$ варианта, 1 вариант.

Всего будет при четырёх шестёрках:

$74+56+35+20+10+4+1=200$ вариантов.

5.) Далее ~~не следует брать~~ возьмём 5 шестёрок, ~~т.к. при этом~~ по аналогии получим:

$6+5+4+3+2+1=21$ вариант, при ~~двух~~ трёх закреплённых

$21+15+10+6+3+1=56$ вариантов, при ~~трёх~~ двух

$56+35+20+\cancel{40}\ 10+4+1=126$ вариантов, при ~~четырёх~~ одной.

$126+70+\cancel{50}\ 35+15+5+1=252$ варианта всего.

6.) ~~Ес~~ Далее не следует брать ещё шестёрки, т.к., например, 7 шестёрок — это ~~тоже~~ три единицы. Рассматривая единицы, будет происходить тоже самое.

Всего будет вариантов:

$2\cdot10+2\cdot45+2\cdot110+2\cdot200+252=\cancel{440}+330+400+252=652+330=$

$=982$ варианта.

Если пятёрки стоят не вначале, а на любом месте, то кол-во вариантов $\cdot 9=9820$.

Ответ: 9820 вариантов.

☐ черновик ☑ чистовик Страница №10

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

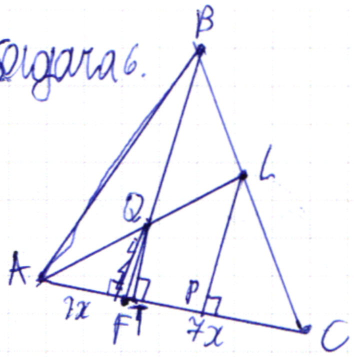
4-003

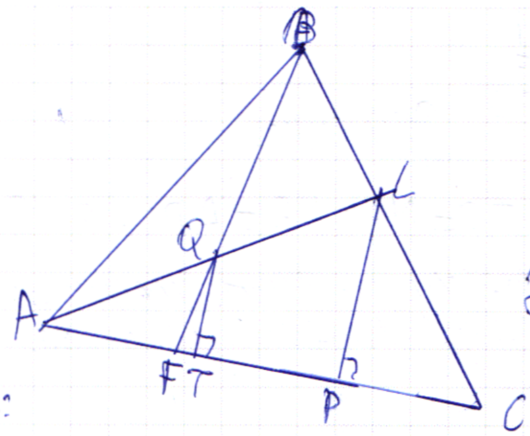
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 6.





Найти: LP.

Решение:

1) $QT \parallel LP$ ($QT \perp AC$, $LP \perp AC$)

ΔQAT и ΔLAP: $\angle A$-общий, $\angle AQT = \angle ALP$ (соответственные при ~~но~~ $QT \parallel LP$), $\Delta QAT \sim \Delta LAP$ (по углам),

$\frac{QT}{LP} = \frac{AQ}{AL}$;

$LP = \frac{AQ}{AL} \cdot \frac{AL}{AQ} \cdot QT.$

2) $\frac{AL}{AQ} = \frac{S_{\Delta BAL}}{S_{\Delta BAQ}}$

$\frac{S_{\Delta BQL}}{S_{\Delta BAC}} = \frac{8}{21}$, $S_{\Delta BAL} = \frac{1}{2} S_{ABC}$.

$\frac{S_{\Delta BQL}}{S_{\Delta BAL}} = \frac{16}{21}$.

$S_{\Delta BAL} = S_{\Delta BQL} + S_{\Delta BAQ}$;

$S_{\Delta BAQ} = \frac{5}{21} \cdot S_{\Delta BAL}$, $AL = \frac{21}{5} QA$.

3) $LP = \frac{21}{5} \cdot 13$

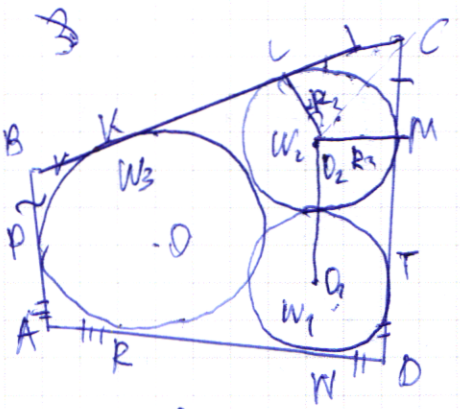
$LP = \frac{273}{5}$

$LP = 54,6$ ~~см~~.

Ответ: $LP = 54,6$.

Задача 3.

3



Решение:

~~Сечна~~

1) $CL = CM$ ~~нок~~ ; $TD = ND$; $AR = AP$; $BP = BK$ {отрезки касательных из одной точки к одной окружности)

Составим систему уравнений.

2) $CD = \frac{R_2}{\cos\alpha} + O_1O_2 + R_2$

4-003

5555...

одна 6 – 10 чисел

две 6 – 45 чисел

три 6 – 36 чисел

1111111166 – 8 случаев

1111111616 – 7 случаев

1111116116 – 6 случаев

1111161116 – 5 случаев

1111611116 – 4 случая

$8+7+6+5+4+3+2+1=$

$=4{,}5\cdot 8=36.$

$4{,}5 \times 8 = 36{,}0$

~~$\sqrt{\sqrt{5}-2}\,x-\sqrt{\sqrt{5}-2}\le$~~

$\sqrt{\sqrt{5}-2}\,x-\sqrt{\sqrt{5}-2}\le\sqrt{x-2}$,

$\sqrt{5}-2+\sqrt{5}-2$

11163

116 2

16 1

666 $4+3+2+1=10$

~~166~~; 661

...661 – 7 случаев 3 28 случаев

66 – 21 случай

66 – 15 случаев

66 – 10 случаев

66 – 6 случаев

66 – 3 случая

$3+2+1=6$ сл

66

1166 11...

666

16666

1116

111111

1 3 6 10 15 21 28 36

1111111111 –

1116

$\frac{2{,}5}{\sqrt{0{,}5}}=0{,}25$

$\sqrt{5}=2{,}1$

$2{,}5 \times 2{,}5$

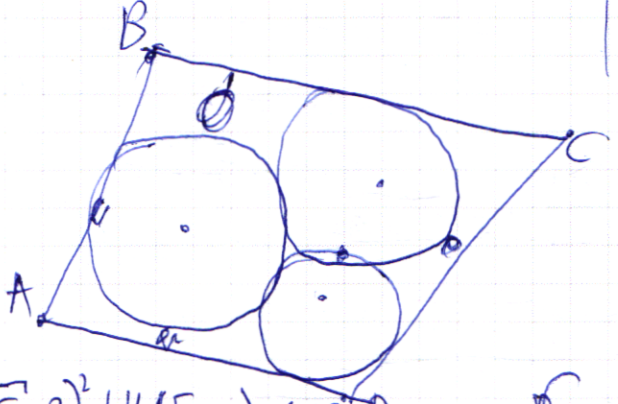
$(ax-a)^2=$

$a^2x^2+a^2-$

$-2a^2x$

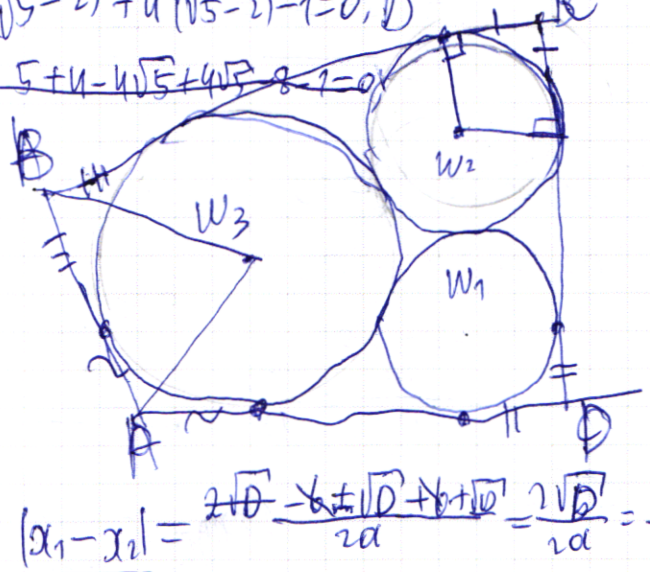
$3x^2-4x+2-a$

$D=16-12(2-a)=16-24+12a=-8+12a$



$(\sqrt{5}-2)^2+4(\sqrt{5}-2)-1=0;$

~~$5+4-4\sqrt{5}+4\sqrt{5}-8-1=0$~~



~~a^2x^2+~~

$0-x+2\le 0;$

$x\ge 2$ $|ax-a|\le\sqrt{x-2}$;

$(ax-a)^2\le x-2;$

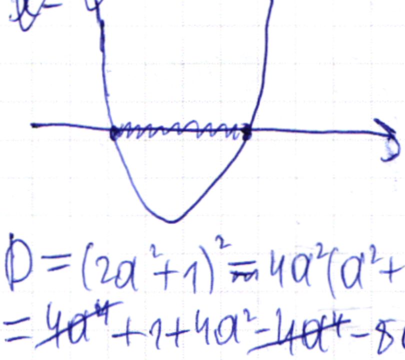
$a^2x^2+a^2-2a^2x\le x-2;$

$a^2x^2-(2a^2+1)x+a^2+2\le 0;$

~~$x=\frac{2a^2+1\pm\sqrt{4a^4+1+4a^2-4a^4}}{}$~~

36 + 28 + 21 + 15 + 10 + 6 + 3

199



$|x_1-x_2|=\frac{2a^2+1+\sqrt{D}-2a^2-1+\sqrt{D}}{2a}=\frac{2\sqrt{D}}{2a}=\frac{\sqrt{D}}{a}=1.$

$\sqrt{1-4a^2}=a^2;$

$1-4a^2=a^4;$

$a^4+4a^2-1=0;$

$D=16+4=20$ $a\in\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

$a^2<\frac{1}{4};$

$D=(2a^2+1)^2-4a^2(a^2+2)=$

$=\cancel{4a^4}+1+4a^2-\cancel{4a^4}-8a^2=1-4a^2\ge 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

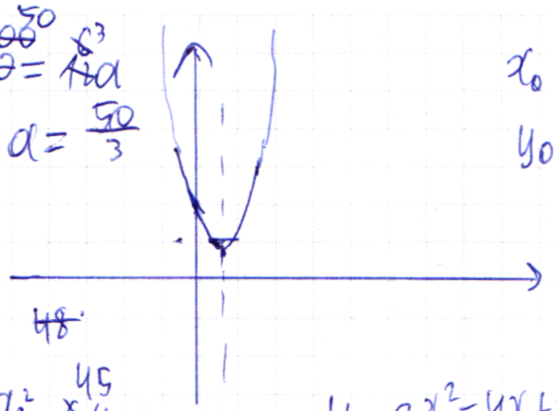
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

16×16: 96, 16, 256

$\cancel{200} = 12a$

$a = \frac{50}{3}$



48

$x_0 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$y_0 = 3 \cdot \frac{4}{9} - 4 \cdot \frac{2}{3} + 2 = \frac{4}{3} - \frac{8}{3} + 2 = \frac{4-8+6}{3} = \frac{2}{3}$.

$16 \times 16 = 256$; $14 \times 14 = 196$; $45 \times 4 = 180$; $180 + 16 = 196$

$a_1^2 + a_2^2 \neq a_3^2$ $\quad 45 \times 4 = 180$

$y = 3x^2 - 4x + 2 = 1$;

$3x^2 - 4x + 1 = 0$,

$x = 1$ или $x = \frac{1}{3}$.

$a_1 = \frac{2}{3}$

$3x^2 - 4x + 2 = 17$;

$3x^2 - 4x - 15 = 0$;

$D = 16 + 4 \cdot 3 \cdot 15 = 196 = 14^2$

$x_1 = \frac{4 \pm 14}{6}$; $\frac{4+14}{6} = 3$; $\frac{4-14}{6} = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$

$x_1 = 3$; $x_2 = -\frac{10}{3}$.

$a_2 = 3 + \frac{10}{3} = \frac{19}{3}$.

$49 \times 4 = 196$

$15 \times 3 = 45$

1,5,6

12

1 3 6 10 15 21 28 36 45

$3x^2 - 4x + 2 - a = 0$,

$D = 16 - 4 \cdot 3(2-a) \geq 0$

$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12(2-a)}}{6} = \frac{4 \pm 2\sqrt{4-3(2-a)}}{6}$

$a_3 = |x_2 - x_1| = \left|\frac{2\sqrt{4-3(2-a)}}{6}\right| = \frac{2}{3}\sqrt{4-3(2-a)} = \frac{2}{3}\sqrt{-2+3a}$

$\frac{4}{9}$ – $\frac{2}{3}$; $\frac{19}{3}$; $\frac{2}{3}\sqrt{4-3(2-a)}$;

$2^2 + 2^2(4 - 3(2-a)) = 19^2$;

19×19: 171, 19, 361

465

5555… 1111111116

1111111166

1111

$4 + 16 - 12(2-a) = 19^2$;

$20 - 24 + 12a = 19^2$;

$12a - 4 = 19^2$;

$a = \frac{19^2 + 4}{12} = \frac{465}{12}$.

$\frac{9+1}{2} \cdot 9 = 45$

~~9+8+7+6+~~

~~5555… 1… 6~~

$45 \times 8 = 160$

5… 1… 6

5… 1… 66 } 9 чисел + 9 чисел

…

5… 16…

11… 16

11… 61

11… 611

$160 \times 7 = 1120$

555… 10 чисел

1,6

1111111166

6 одна – 10 чисел

6 две – 45 чисел

6 три – $45 \times 8 = 160$

6 четыре – $160 \cdot 7 = 1120$

$52 - 2 = 50$

$\frac{2}{3}\sqrt{50} > \frac{14}{3}$.

$50 : 3 = 16$, -48

$\frac{2}{3}\sqrt{48}$ $\quad \frac{14}{3}$

$\frac{8\sqrt{3}}{3}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

4-003

$5n^2-46n+15=0;$

$D=2116-4\cdot5\cdot15=$

$=2116-290=$

$=1826$

$46\cdot46=2116$

$75\cdot4=290$

$44\cdot44=2046$

$9+8+7+6+5+4=39$

$45-3=42$

$46\cdot46=2116$

$120\cdot5=600$; $600\cdot4=2400$

$2990+132=3122$

$600-460=140$

$2116-1440=676$

$24\cdot24=676$

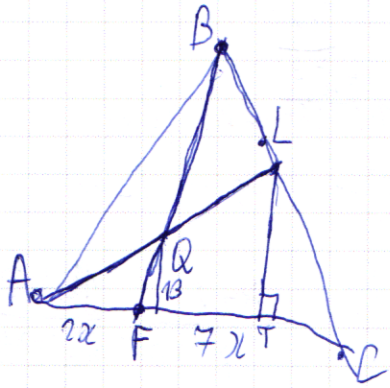
$54+16=70$

$79+56=165$

$n=\frac{46+24}{6}$

$n=\frac{70}{6}; n=3.$

$27-138+120$



$56+28=74$; $74+36=110$

$730+252=982$

$74+56=130$; $130+35=165$; $165+20=185$

$126+70+35$

195

$21+35=56$

$126+126=252$

$56+70=126$

$24\cdot24$

$2116-1440=676$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$p = \frac{A}{6}$

$A = \cancel{21np}\, 21knp$

$A = \cancel{15}(n+2)\,15(k+1)p$

$A = (n+6)\,10(k+2)p$

$\cancel{21}^{7}knp = (n+2)\cancel{15}^{5}(k+1)p;$

$\frac{7}{5} = \frac{n+2}{n}\cdot\frac{k+1}{k} = \left(1+\frac{2}{n}\right)\left(1+\frac{1}{k}\right) = 1{,}4$

$(n+6)\cdot 10(k+2)p = 21knp;$

$\frac{n+6}{n}\cdot\frac{k+2}{k} = \frac{21}{10};$

$\left(1+\frac{6}{n}\right)\left(1+\frac{2}{k}\right) = 2{,}1$

$\frac{1}{k} = 1 - \frac{1{,}4}{1+\frac{2}{n}}$

$k = \frac{1}{1-\frac{1{,}4}{1+\frac{2}{n}}}$

$\left(1+\frac{6}{n}\right)\left(1+2\left(1-\frac{1{,}4}{1+\frac{2}{n}}\right)\right)$

$\frac{\frac{5n+10+4n-20}{\cancel{2n-10}}}{\frac{55n+110-40n+200}{\cancel{2n-10}}} = \frac{9n-10}{15n+310} =$

$15n^2+210n+6 = 9n-10;$

$15n^2+201n+10=0;$

$7nk = \cancel{15nk+}\,5(nk+2k+n+2)$

$5nk+10k+5n+10$

$\cancel{21}^{7}knk = \cancel{15}^{5}(n+2)(k+1);$

$7nk = 5nk+10k+5n+10;$

$2nk-5n = 10k+10$

$k = \frac{10+5n}{2n-10}$

$21\,pnk = 10p(n+6)(k+2);$

$21nk = 10nk+60k+20n+120$

$11nk = 60k+20n+120;$

$n = 60\,\frac{k+2}{-20+11k}$

$\frac{k+2}{11k-20} = \frac{10+5n+4n-20}{110+55n-40n-10}\ldots =$

$= \frac{10+5n+4n-20}{110+55n-40n+200} =$

$= \frac{9n-10}{15n+310}$

$15n^2+310n = 60\cdot 9n-600$

$15n^2-230n+60=0;$

$5n^2-46n+15=0;$

$D = 2116-300 = 1816$

$n =$

$p =$

600 | 5
-5 | 12
10

230 | 5
-20 | 46
30

46 · 46 = 276, 184, 2116

540 − 310 = 230

60 · 9 = 540

20 · 15 = 300

6 · 9 = 54

2004 − 300 = 1704

46 · 46: 254, 184, 1094

540 − 310 = 130

44 · 44: 176, 176, 184

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)