

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО
МАТЕМАТИКЕ

10 класс

БИЛЕТ 3

ШИФР

5-020

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 2x^2 - 5x + 1$ пересекает прямые $y = -1$, $y = 4$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить прямоугольный треугольник?
2. Найдите количество 16-значных чисел, содержащих только цифры “3”, “4” и “9” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “9” ровно четыре, и они идут подряд.
3. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1 , ω_2 и ω_3 , причём ω_1 касается сторон AD и DC , ω_2 касается сторон DC и CB , а ω_3 касается сторон CB , BA и AD .
 - а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 24$.
 - б) Найдите угол AOB , где O – центр окружности ω_3 .
4. При каких значениях параметра a решением неравенства $|ax - 2a| \leq \sqrt{x - 1}$ является отрезок длины 3?
5. Несколько рабочих выполняют работу за 28 дней. Если бы их было на 2 человека больше и каждый работал бы на 1 час в день дольше, то они выполнили бы эту работу за 21 день. Если бы их было ещё на 4 человека больше и они работали бы ещё на 1 час в день дольше, они выполнили бы эту же работу за 15 дней. Сколько было рабочих? (Производительность всех рабочих одинакова.)
6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 7 : 3$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q ; площади треугольников BQL и BAC относятся как $7 : 36$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC , если расстояние от точки Q до прямой AC равно 3.
7. Пиноккио выбрал по 6 целых чисел из каждого промежутка $[1; 30]$, $[31; 60]$, $[61; 90]$, $[91; 120]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 30. Какое **наибольшее** значение может принимать сумма двадцати четырёх выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$y = 2x^2 - 5x + 1$ пересекает прямые $y = -1$, $y = 4$ и $y = a$.

Найдём точки пересечения параболы с прямой $y = -1$.

$$-1 = 2x^2 - 5x + 1; \quad 2x^2 - 5x + 2 = 0; \quad D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$$

$x_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2$ Длина отрезка высеченного параболой из прямой $y = -1$ равна $x_2 - x_1$

$$x_2 - x_1 = 2 - \frac{1}{2} = 1,5$$

Найдём точки пересечения параболы с прямой

$$y = 4. \quad y = 2x^2 - 5x + 1; \quad 2x^2 - 5x - 3 = 0; \quad D = 25 + 2 \cdot 3 \cdot 4 = 25 + 24 = 49 = 7^2$$

$x_3 = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2}$; $x_4 = \frac{5+7}{4} = \frac{12}{4} = 3$; Длина отрезка высеченного параболой из прямой $y = 4$ равна $x_4 - x_3 = 3 + \frac{1}{2} = 3,5$

Найдём точки пересечения параболы с прямой

$$y = a. \quad a = 2x^2 - 5x + 1; \quad 2x^2 - 5x - a + 1 = 0; \quad D = 25 - 8(1-a) = 17 + 8a$$

$x_5 = \frac{5 + \sqrt{17+8a}}{4}$; $x_6 = \frac{5 - \sqrt{17+8a}}{4}$; Длина отрезка высеченного параболой из прямой $y = a$ равна $x_6 - x_5 = \frac{5 + \sqrt{17+8a} - 5 - \sqrt{17+8a}}{4} = \frac{\sqrt{17+8a}}{2}$

По условию задачи из этих трех отрезков можно составить прямоугольный треугольник.

Поэтому по теореме Пифагора $3,5^2 + 1,5^2 = \left(\frac{\sqrt{17+8a}}{2}\right)^2$
или $3,5^2 = \left(\frac{\sqrt{17+8a}}{2}\right)^2 + 1,5^2$ (Так как мы не знаем длины отрезка $\frac{\sqrt{17+8a}}{2}$, а $3,5 > 1,5$, то возможны

2 варианта: либо $3,5$ -гипотенуза, либо $\frac{\sqrt{17+8a}}{2}$ -гипотенуза) 1) $12,25 + 2,25 = \frac{17+8a}{4}$; $14,5 \cdot 4 = 17 + 8a$

$$58 - 17 = 8a = 41 ; a = 5,125$$

$$2) 12,25 = \frac{17+8a}{4} + 2,25 ; \frac{17+8a}{4} = 10 ; 17+8a=40 ; 8a=23$$

$$a = \frac{23}{8} = 2,875$$

Получаем, что прямоугольный треугольник можно составить при $a=5,125$ и $a=2,875$

Ответ: При $a=5,125$ и при $a=2,875$

№2

По условию в 16-значном числе должно содержаться четыре подряд идущих цифр "9". Поскольку уже известно, что девятки должны идти подряд, то часть 16-значного числа "9999" можно обозначить за X . Тогда мы получим, что число X можно вставить в эти 12-значное число ($16 - 4 = 12$) 13 различными способами (поскольку X не начинается с 0, то его можно поставить в начало числа). Получаем, что у нас осталось 12 позиций, которые нужно заполнить цифрами "3" и "4". Поскольку всего есть 2 числа, то способов заполнить оставшиеся позиции 2^{12} . Но есть 2 варианта, когда все позиции будут заполнены только "3" или только "4", что противоречит условию, так как число должно содержать каждую из данных цифр, хотя бы 1 раз. Тогда всего количество 16-значных чисел, удовлетворяющих условию равно $13 \cdot (2^{12} - 2) = 13 \cdot (4^6 - 2) = 13(16^3 - 2) = 13(256 \cdot 16 - 2) = 13(4096 - 2) = 13 \cdot 4094 = 53222$

Ответ: 53222 числа.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

По условию $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$.

Обозначим $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 2r$.

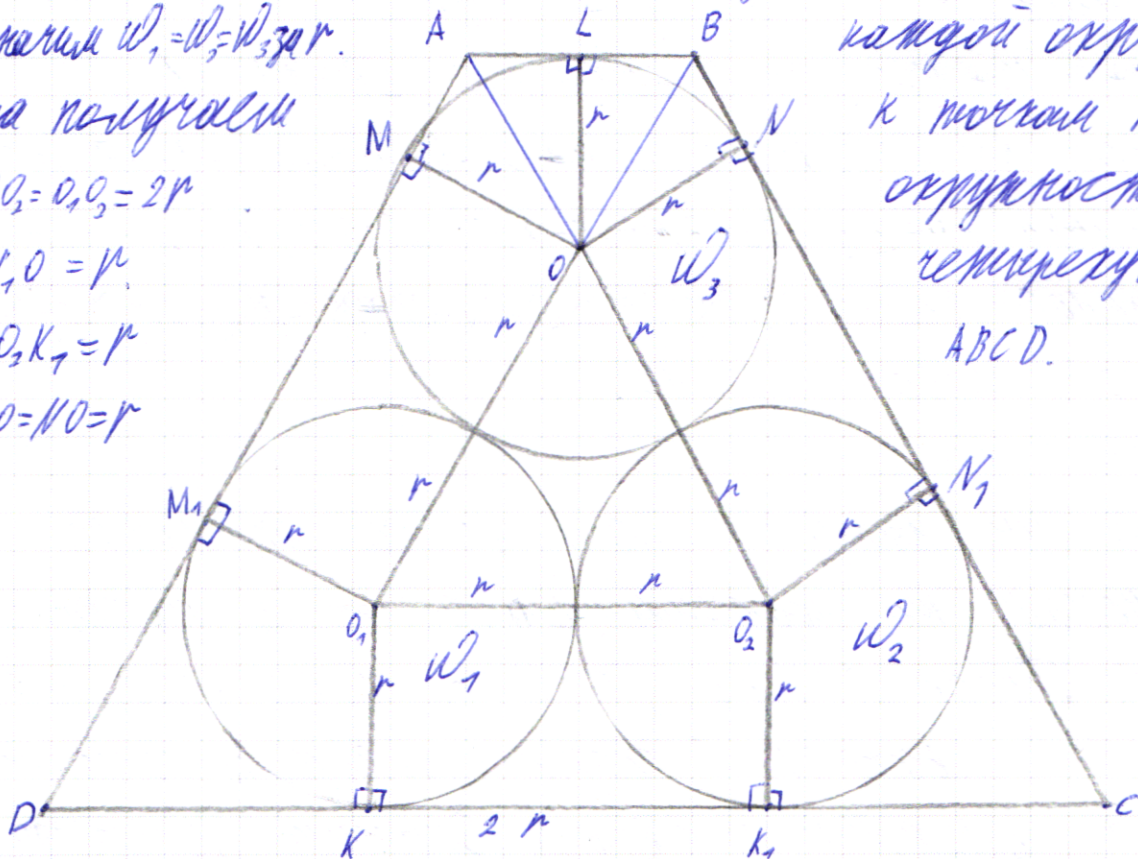
Тогда получаем

$$OO_1 = OO_2 = O_1O_2 = 2r$$

$$MO = NO = r$$

$$O_1K = O_2K_1 = r$$

$$OM = LO = NO = r$$



каждой окружности
к точкам касания
окружностей и сторон
треугольника
ABCD.

Поскольку DC касается окружностей ω_1 и ω_2 , то радиусы проведённые из центров окружностей к касательной будут параллельны и (по условию) равны. Поскольку окружности равны, а радиусы проведённые из центра к касательной параллельны, то $\angle KO_1O_2 = \angle O_1O_2K_1 = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$. Тогда получаем $KO_1O_2K_1$ - прямоугольник и $KK_1 = O_1O_2 = 2r$.

Аналогично рассмотрим MM_1O_1O и NN_1O_2O мы получим, что MM_1O_1O и NN_1O_2O - прямоугольники и что $KK_1 = MM_1 = NN_1 = 2r$.

Поскольку AM и AL - касательные, проведенные к окружности из одной точки A , то они равны ($AM=AL$). Аналогично получим, что $BL=BK$, $K_1C=K_1C_1$ и $M_1D=KD$ (так как это касательные, проведенные из одной точки).

д) По условию $AD+BC-AB-CD=24$, а $AD=AM+MM_1+M_1D$, $BC=BK+KN_1+N_1C$, $DC=DK+KK_1+K_1C$; $AB=AL+BL$.

Получаем $AM+MM_1+M_1D+BK+KN_1+N_1C-(DK+KK_1+K_1C+AL+BL)=24$

Поскольку $AM=AL$, $BL=BK$, $N_1C=K_1C$, $M_1D=KD$, а $K_1K=MM_1=NN_1=2r$ то сделаем замену: $AM+2r+M_1D+BK+2r+K_1C-~~DK~~-~~2r~~-~~K_1C~~-~~AM~~-~~BK~~=24$
 $4r-2r=24$; $2r=24$; $r=12$.

Ответ: $r=12$

в) Если мы продлим AD и BC до их точки пересечения, то получим $\triangle DCE$ (где E , точка пересечения AD и BC). Тогда $DE \parallel O_1O_2$, $EC \parallel O_1O_2$ и $DC \perp O_1O_2$ (так как DC, EC и DE входят в состав треугольников $KO_1O_2K_1$, $O_1O_2N_1N_1$ и $MO_1O_2M_1$). Значит $\triangle DO_1O_2 \approx \triangle DCE$.

$\triangle DO_1O_2$ - равносторонний, так как $O_1O_2=O_1O_1=O_2O_2$.

$\triangle DCE$ - равносторонний, так как подобен $\triangle DO_1O_2$.

Поскольку в равносторонний $\triangle DCE$ вписаны 3 окружности, то $N_1C=K_1C=DK=DM_1=ME=NE$.

Поскольку $NE=ME$, то из вершины E можно провести высоту EN , которая пройдет через L .

Поскольку $\angle LND=\angle NLB=90^\circ$, то $AB \parallel CD$. Так как $AL \parallel DN$, а $BL \parallel CN$, а $DN=CN$ (так как высота в равностор. \triangle является медианой), то $AL=BL$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Поскольку $\angle O_1 O O_2 = 60^\circ$, $\angle M O O_1 = 90^\circ$, $\angle O_2 O N = 90^\circ$, то
 $\angle M O N = 180^\circ - (90^\circ \cdot 2) - 60^\circ = 120^\circ$; $\triangle M O A = \triangle A O L$ ($A O$ - биссектриса
 $M O = L O = r$, $A L = M A$), аналогично $\triangle L B O = \triangle B M O$, $M A L = B L$,
 то $\triangle A M O = \triangle A L O = \triangle B O L = \triangle B M O$, то $\angle M O A = \angle A O L = \angle L O B = \angle B O M =$
 $= \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$. $\angle A O B = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$
 Ответ: 60°

NY

$$|ax - 2a| \leq \sqrt{x-1}$$

$$\sqrt{x-1} \geq 0$$

$$|a(x-2)| \geq 0$$

$$(|a(x-2)|)^2 \leq x-1$$

$$a^2 \geq 0; a \neq 0$$

$$a^2(x^2 - 4x + 4) - x + 1 \leq 0$$

$$\text{Пусть } t = 4 + \frac{1}{a^2} > 0$$

$$a^2(x^2 - 4x + 4 - \frac{x}{a^2} + \frac{1}{a^2}) \leq 0$$

$$x^2 - xt + t \leq 0$$

$$D = t^2 - 4t$$

$$x_1 = \frac{t - \sqrt{t^2 - 4t}}{2}; x_2 = \frac{t + \sqrt{t^2 - 4t}}{2}; x_2 - x_1 = 3 = \sqrt{t^2 - 4t}$$

$$t^2 - 4t = 9$$

$$t^2 - 4t - 9 = 0$$

$$a^2 = \frac{1}{\sqrt{13}-2}; a = + \sqrt{\frac{\sqrt{13}-2}{11}}$$

$$D = 16 + 4 \cdot 9 = (2\sqrt{13})^2$$

$$t_1 = \frac{4 + \sqrt{13}}{2}; t_2 = \frac{4 - \sqrt{13}}{2}$$

$$a = - \sqrt{\frac{\sqrt{13}-2}{11}}$$

$$t_1 = 2 + \sqrt{13}$$

$$t_2 = 2 - \sqrt{13} < 0$$

$$\frac{1}{a^2} + 4 = 2\sqrt{13}$$

нет корней

$$\frac{1}{a^2} = \sqrt{13} - 2$$

$$\text{Ответ: } a = \sqrt{\frac{\sqrt{13}-2}{11}} \text{ и } a = -\sqrt{\frac{\sqrt{13}-2}{11}}$$

№7

Обозначим все числа на кресте от $[91; 120]$
 $[30 \cdot 3 + 1; 30 \cdot 4]$, на кресте $[30 \cdot 2 + 1; 30 \cdot 3]$, на кресте $[30 + 1; 30 + 2]$
на кресте $[1; 30]$ так и останется. Поскольку
разность любых двух чисел не делится на 30,
но все они должны иметь разные
остатки при делении на 30. Поскольку
сумма должна быть максимальной, мы
будем брать числа от большего к меньшему
по убыванию; $(30 \cdot 4) + (30 \cdot 3 + 29) + (30 \cdot 3 + 28) + (30 \cdot 3 + 27) + (30 \cdot 3 + 26) +$
 $+ (30 \cdot 3 + 25) + (30 \cdot 2 + 24) \dots + 10 + 9 + 8 + 7 = 6 \cdot 254 = 1524$
 Ответ: 1524

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y = 2x^2 - 5x + 1$$

$$x_0 = -\frac{(-5)}{2 \cdot 2} = \frac{5}{4} = 1,25$$

$$y_0 = 2 \cdot \frac{25}{16} - \frac{25}{4} + 1 = \frac{25}{8} - \frac{25}{4} + 1 = 1 - \frac{25}{8} = \frac{8-25}{8} = -\frac{17}{8} = -2,125$$

$$1) -1 = 2x^2 - 5x + 1$$

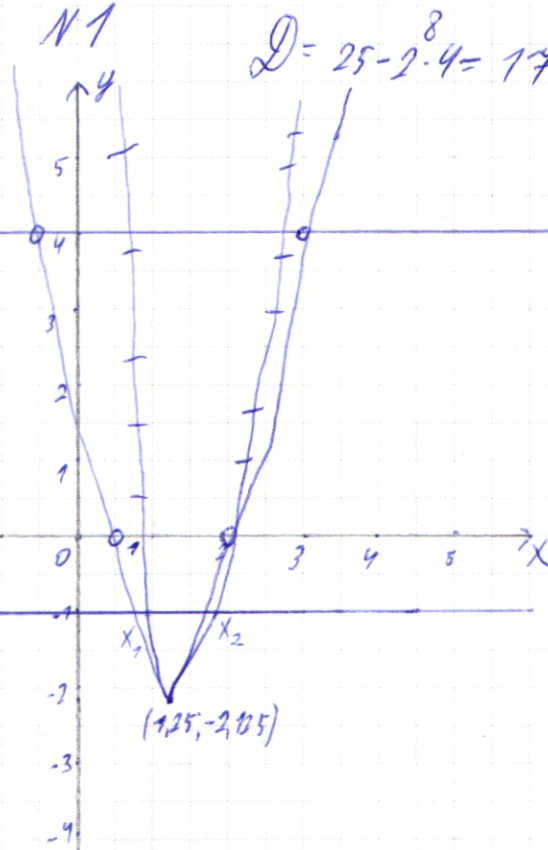
$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 - 2 \cdot 2 \cdot 4 = 9 = 3^2$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} = \frac{2}{4} \text{ и } \frac{8}{4} = 0,5 \text{ и } 2$$

$$= \frac{1}{2} \text{ и } 2$$

$$AB = 2 - \frac{1}{2} = 1,5$$



$$D = 25 - 2 \cdot 4 = 17, x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$2) y = 2x^2 - 5x + 1$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$D = 25 + 2 \cdot 3 \cdot 4 = 49 = 7^2$$

$$x_{3,4} = \frac{5 \pm 7}{4} = -\frac{2}{4} \text{ и } \frac{12}{4} = -\frac{1}{2} \text{ и } 3$$

$$= -\frac{1}{2} \text{ и } 3$$

$$BC = 3 - (-\frac{1}{2}) = 3,5$$

I) Если BC-гипотенуза, то $(3,5)^2 = (1,5)^2 + (AC)^2$; $(AC)^2 = (3,5 - 1,5)(3,5 + 1,5) = 10$
 $AC = \sqrt{10}$

$$2x^2 - 5x + 1 - a = 0$$

$$x_2 - x_1 = \sqrt{10}$$

$$x_2 + x_1 = \frac{1-a}{2}$$

$$2x_2 = \sqrt{10} + \frac{1-a}{2}$$

$$x_2 = \sqrt{5} + \frac{1-a}{4} = \frac{2\sqrt{5} + 1 - a}{4}$$

$$x_1 = \frac{1-a}{2} - \frac{2\sqrt{5} + 1 - a}{4} = \frac{2-2a-2\sqrt{5}-1+a}{4} = \frac{-a-1-2\sqrt{5}}{4}$$

$$2x^2 - 5x + 1 - a = 0$$

$$2x^2 - 5x - 4\sqrt{5} = 0$$

$$D = 25 + 32\sqrt{5}$$

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 10$$

$$x_1x_2 = +\frac{5}{2}; 2x_1x_2 = 5$$

$$(x_1 + x_2)^2 = \left(\frac{1-a}{2}\right)^2 = \frac{1-2a+a^2}{4}$$

$$x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 20 = \frac{1-2a+a^2}{4}$$

$$80 = 1 - 2a + a^2$$

$$a^2 - 2a - 79 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 79 = 4 \cdot 80 = 20 \cdot 4 = 2^2 \cdot 4^2 \cdot 5 = 8^2 \cdot 5$$

$$a_{1,2} = \frac{2 \pm 8\sqrt{5}}{2} = 1 \pm 4\sqrt{5}$$

$$x_{1,2} = 5$$

N5

$$\frac{1}{x} = 28; \quad 28 \cdot x = a = 1; \quad (x+4)(a+2) = 15 \neq 1$$

$$(x+2)(a+1) = 27 = 1$$

$$28ax = 27(x+2)(a+1)$$

$$4ax = 3(ax+x+2a+2)$$

$$\cancel{4ax} = \cancel{3ax} + 3x + 6a + 6$$

$$ax = 3x + 6a + 6$$

$$(ax+x+2a+2) \cdot 27 = 15(ax+4a+2x+8)$$

$$27ax + 27x + 42a + 42 = 15ax + 60a + 30x + 120$$

$$6ax = 7x + 18a + 78$$

$$6ax = 7x + 36a + 36$$

$$18x + 36a + 36 = 7x + 18a + 78$$

$$71x + 18a = 42$$

$$3x + 6a = 14$$

$$6a + 3x = 14$$

$$x = \frac{20}{a}; \quad a = \frac{20}{x}$$

$$\frac{120}{x} + 3x = 14$$

$$3x^2 + 120 = 14x$$

$$3x^2 - 14x + 120 = 0$$

$$D = 1$$

$$(ax+4a+2x+8) \cdot 15 = 28ax$$

$$60a + 30x + 120 = 13ax$$

$$39x + 48a + 78 = 13ax$$

$$60a + 30x + 120 = 39x + 48a + 78$$

$$120 - 78 = 9x + 18a$$

$$42 = 9x + 18a$$

$$3 \cdot 14 = 3(3x + 6a)$$

$$14 = 3x + 6a$$

$$28ax = (x+2)(a+1) \cdot 27 = 15(x+4)(a+2)$$

$$4ax = 3(x+2)(a+1); \quad 7(ax+2a+x+2) = 5(ax+4a+2x+8)$$

$$4ax = 3(ax+2a+x+2); \quad 4ax + 14a + 7x + 14 = 5ax + 20a + 10x + 40$$

$$ax = 6a + 3x + 6$$

$$2ax = 12a + 6x + 12$$

$$2ax = 6a + 3x + 26$$

$$12a + 6x + 12 = 6a + 3x + 26$$

$$6a + 3x = 14$$

$$ax = 20$$

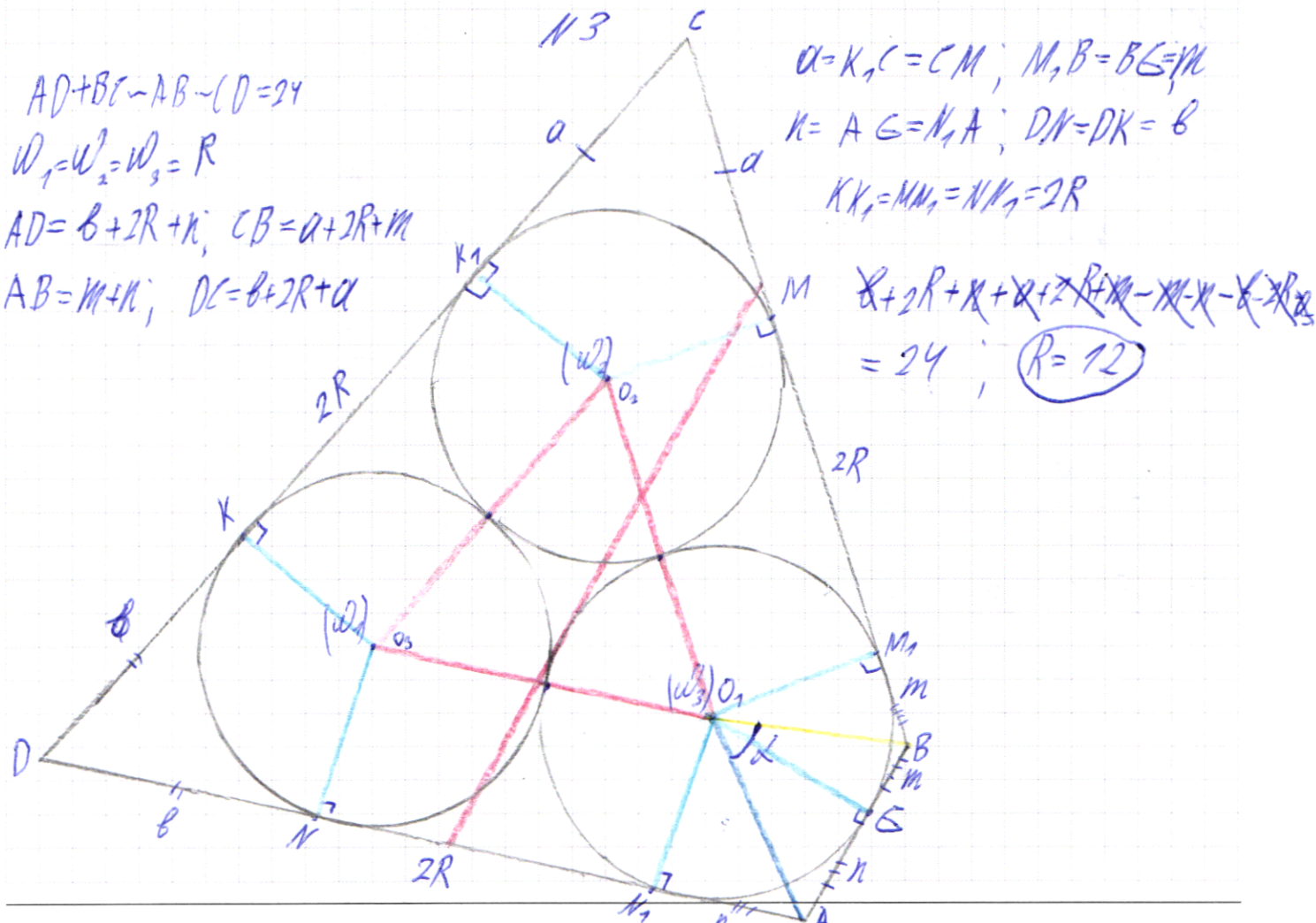
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2

$9999 \dots = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 - 2$
 $\cdot 9999 \dots = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 - 2$
 $13 \cdot (4096 - 2) = 13 \cdot 4094 = 16 \cdot 16 \cdot 16 - 2$
 $= 4094$
 $\times 13$
 \hline
 12282
 4094
 \hline
 53222
 Ответ: 53222

16
 $\times 16$
 \hline
 36
 60
 160
 \hline
 256

256
 $\times 16$
 \hline
 36
 300
 1200
 2560
 \hline
 $4096 - 2$



N4

$$|ax-2a| \leq \sqrt{x-1}$$

$$x-1 \geq 0; |a(x-2)| \geq 0$$

$$(a(x-2))^2 \leq x-1$$

$$a^2 \geq 0 \quad a \neq 0$$

$$a^2(x^2 - 4x + 4) - x + 1 \leq 0$$

$$x^2 - x\left(4 + \frac{1}{a^2}\right) + 4 + \frac{1}{a^2} \leq 0$$

$$a^2\left(x^2 - 4x + 4 - \frac{x}{a^2} + \frac{1}{a^2}\right) \leq 0$$

$$4 + \frac{1}{a^2} = t > 0$$

$$x^2 - xt + t \leq 0$$

$$D_{x,2} = t^2 - 4t$$

$$x_{1,2} = \frac{t \pm \sqrt{t^2 - 4t}}{2}$$

$$\frac{t - \sqrt{t^2 - 4t}}{2}$$

$$\frac{t + \sqrt{t^2 - 4t}}{2}$$

$$\frac{t + \sqrt{t^2 - 4t}}{2} - \frac{t - \sqrt{t^2 - 4t}}{2} = 3 = \frac{t + \sqrt{t^2 - 4t} - t}{2} = 3$$

$$\sqrt{t^2 - 4t} = 3;$$

$$t^2 - 4t \geq 0$$

$$t^2 - 4t = 0$$

$$2 + \sqrt{13} = 4 + \frac{1}{a^2}$$

$$t^2 - 4t - 9 = 0$$

$$\sqrt{13} - 2 = \frac{1}{a^2}$$

$$D = 16 + 4 \cdot 9 = 4 \cdot 13 = 52 = (2\sqrt{13})^2$$

$$t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{52}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 2 \pm \sqrt{13}$$

$$a^2 = \frac{1}{\sqrt{13} - 2}; \quad a = \pm \sqrt{\frac{1}{\sqrt{13} - 2}} =$$

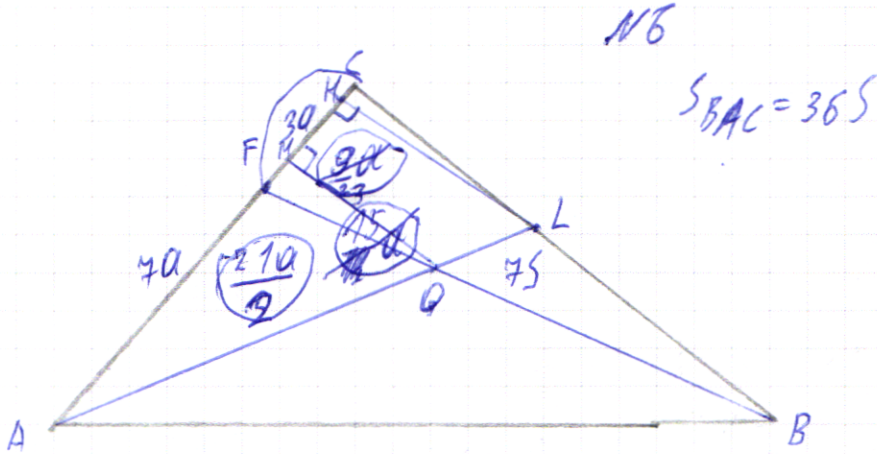
$$\frac{1}{a^2} + 4 = 2 - \sqrt{13}; \quad \frac{1}{a^2} = -2 - \sqrt{13}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{\sqrt{13} + 2}{11}}$$

$$a^2 = -\frac{1}{2 + \sqrt{13}} \text{ нет корней.}$$

$$\text{ответ: } a = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{13} + 2}{11}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N 7

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{120 + 119 + 118 + 117 + 116 + 115 + 84 + 83 + 82 + 81 + 80 + 79}_{120 \cdot 6} + \underbrace{48 + 47 + 46 + 45 + 44}_{55 \cdot 6} \\
 & + \underbrace{12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7}_{24 \cdot 6} = (49 + 120) \cdot 6 + (48 + 7) \cdot 6 = 6(199 + 55) = 254 \cdot 6 = \\
 & = 1200 + 300 + 24 = \boxed{1524}
 \end{aligned}$$

N 1

$$\begin{array}{r}
 17 \\
 \times 16 \\
 \hline
 102 \\
 112 \\
 \hline
 272
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 17 \\
 \times 16 \\
 \hline
 102 \\
 112 \\
 \hline
 272
 \end{array}$$

$$AC = \sqrt{10}$$

$$(17 + 8a)^2 = 10;$$

$$2x^2 - 5x + 1 - a = 0$$

$$D = 25 - 8(1 - a) = 25 - 8 + 8a = 17 + 8a = \sqrt{10}; \quad 279 + 2720 + 64a^2 = 10$$

$$a = \frac{\sqrt{10} - 17}{8}$$

$$\begin{array}{r}
 3,5 \\
 \times 3,5 \\
 \hline
 25 \\
 150 \\
 150 \\
 000 \\
 \hline
 12,25
 \end{array}$$

$$12,25 + 2,95 = \boxed{15,2}$$

$$AC^2 = 3,5^2 + 7,5^2$$

$$AC = \sqrt{14,5} = \sqrt{\frac{29}{2}}$$

$$17 + 8a = \sqrt{\frac{29}{2}};$$

$$\frac{17 + \sqrt{29}}{8} = a$$

$$\begin{aligned}
 14,5 \cdot 4 &= 29 \cdot 2 = 58 \\
 58 - 17 &= 41
 \end{aligned}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

5-020

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)