

ОЛИМПИАДА ФИЗТЕХ-ИНТЕРНЕШНЛ ПО
МАТЕМАТИКЕ

10 класс

БИЛЕТ 4

ШИФР

14-005

Заполняется ответственным секретарем

1. Парабола $y = 3x^2 - 4x + 2$ пересекает прямые $y = 17$, $y = 1$ и $y = a$, высекая на каждой из прямых отрезок. При каких значениях параметра a из этих трёх отрезков можно составить прямоугольный треугольник?
2. Найдите количество 20-значных чисел, содержащих только цифры “1”, “5” и “6” (при этом каждая цифра встречается хотя бы один раз) таких, что цифр “5” ровно десять, и они идут подряд.
3. Дан четырёхугольник $ABCD$. Внутри него расположены три попарно касающиеся окружности одинакового радиуса ω_1 , ω_2 и ω_3 , причём ω_1 касается сторон AD и DC , ω_2 касается сторон DC и CB , а ω_3 касается сторон CB , BA и AD .
 - а) Найдите радиусы окружностей, если известно, что $AD + BC - AB - CD = 38$.
 - б) Найдите угол AOB , где O – центр окружности ω_3 .
4. При каких значениях параметра a решением неравенства $|ax - a| \leq \sqrt{x - 2}$ является отрезок длины 1?
5. Несколько рабочих выполняют работу за 21 день. Если бы их было на 2 человека больше и каждый работал бы на 1 час в день дольше, то они выполнили бы эту работу за 15 дней. Если бы их было ещё на 4 человека больше и они работали бы ещё на 1 час в день дольше, они выполнили бы эту же работу за 10 дней. Сколько было рабочих? (Производительность всех рабочих одинакова.)
6. Точки F и L лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причём $AF : FC = 2 : 7$. Отрезки BF и AL пересекаются в точке Q ; площади треугольников BQL и BAC относятся как $8 : 21$. Найдите расстояние от точки L до прямой AC , если расстояние от точки Q до прямой AC равно 13.
7. Пиноккио выбрал по 7 целых чисел из каждого промежутка $[1; 50]$, $[51; 100]$, $[101; 150]$, $[151; 200]$. Оказалось, что разность никаких двух выбранных чисел не делится на 50. Какое наибольшее значение может принимать сумма двадцати восьми выбранных Пиноккио чисел?

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$$1) \quad 3x^2 - 4x + 2 = 14; \quad 3x^2 - 4x - 12 = 0;$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-12) = 16 + 144 = 160$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{160}}{6} = \frac{4 \pm 4\sqrt{10}}{6}; \quad x_1 = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

$$2) \quad 3x^2 - 4x + 2 = 1; \quad 3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4$$

$$x'_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{4 \pm 2}{6}; \quad x'_1 = -\frac{1}{3}, \quad x'_2 = 1$$

$$3) \quad |x_2 - x_1| = \left| 3 - \left(-\frac{1}{3}\right) \right| = \left| 3 + \frac{1}{3} \right| = \left| \frac{10}{3} \right| = \frac{10}{3}$$

$$|x'_2 - x'_1| = \left| 1 - \left(-\frac{1}{3}\right) \right| = \left| \frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3}$$

$$4) \quad \left(\frac{10}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + (x''_2 - x''_1)^2; \quad (x''_2 - x''_1)^2 = \frac{10^2 - 4^2}{3^2} = \frac{192}{9}$$

$$3x^2 - 4x + 2 = a; \quad 3x^2 - 4x + (2-a) = 0$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (2-a) = 16 - 24 + 12a = 12a - 8 = 4(3a - 2)$$

$$x''_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4(3a-2)}}{6} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3a-2}}{6}; \quad x''_1 = \frac{2 - \sqrt{3a-2}}{3}, \quad x''_2 =$$

$$= \frac{2 + \sqrt{3a-2}}{3}; \quad |x''_2 - x''_1| = \frac{2 + \sqrt{3a-2}}{3} - \frac{2 - \sqrt{3a-2}}{3} =$$

$$= \frac{2\sqrt{3a-2}}{3}; \quad \frac{2\sqrt{3a-2}}{3} = \frac{2\sqrt{3a-2}}{3} = |x''_1 - x''_2|$$

$$5) \quad 6\sqrt{3a-2} = 192; \quad \sqrt{3a-2} = 32; \quad 3a-2 = 2^{10}; \quad a = \frac{1024}{3}$$

$$= 342$$

Ответ. $a = 342, 14, 12, 2$; $\frac{200}{9}$; $\left(\frac{2 - \sqrt{3a-2}}{3}\right)^2 = \frac{200}{9}$

$$6) \quad (x''_2 - x''_1)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{192}{9} = \frac{200}{9}; \quad \left(\frac{2 - \sqrt{3a-2}}{3}\right)^2 = \frac{200}{9}$$

$$\frac{2 - \sqrt{3a-2}}{3} = \frac{\sqrt{200}}{3}; \quad 2 - \sqrt{3a-2} = \sqrt{200}; \quad 4(3a-2) = \frac{200}{9}; \quad 12a - 8 = 200; \quad a = \frac{208}{12} =$$

$$\frac{104}{3} = \frac{342}{3}$$

$$4(3a-2) = \frac{192}{9}; \quad 12a - 8 = 192; \quad a = \frac{200}{12} = \frac{50}{3}$$

Ответ. $a = \frac{208}{12}, \frac{200}{12}$; Ответ. $a = \frac{52}{3}, \frac{50}{3}$

$$N = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 \dots a_{10} a_{20}}$$

1) существует 11 вариантов расположения ряда чисел 5 в кал. 10, машина которые могут быть:

$$\overbrace{5 \dots 5}^{i_1} a_{10} a_{11} \dots a_{20} = a_{10} \overbrace{5 \dots 5}^{i_2} a_{12} a_{13} \dots a_{20} \text{ и т.д.}$$

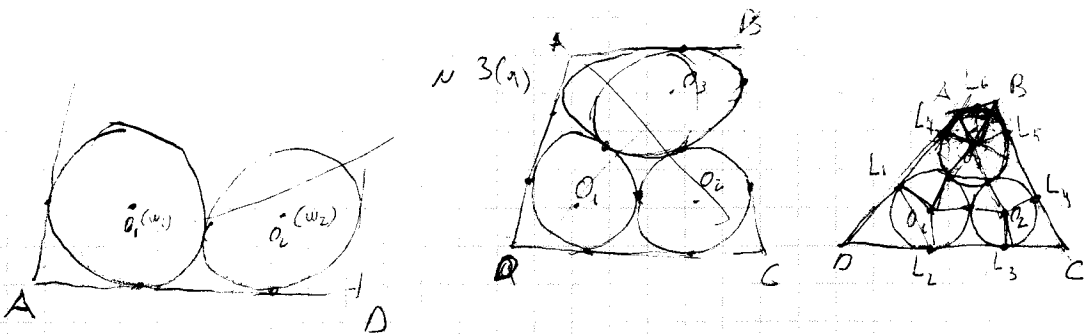
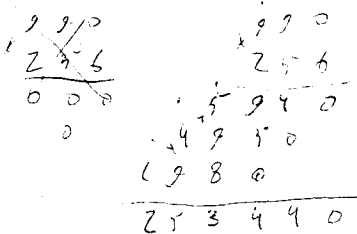
проблема. рассмотрим последовательность цифр 5 в ряду $\overbrace{5 \dots 5}^i$, которая

на она стоит на 3 разряде a_{10} , на 10 месте, когда i или ставлен на 20 место, но дальше цифр нет, ряд не получается, тогда $20 = 10 + (2-1) \cdot i$; отсюда $n = 11$

2) покажем 1 и 6 разности представленные хотя бы раз в числе N, но как варианты расположения 1 и 6 на оставшихся 10 мест будет: $10 \cdot 9 = 90$,

далее на 6 мест можно поставить либо 1, либо 6: 2^6 - как вариант, тогда всего чисел удовлетворяющих условиям будет:

$$90 \cdot 2^6 \cdot 11 = 990 \cdot 256 = 253440; \text{ Ответ: } 253440$$



a) $AD + BC - AB - CD = 3r$; $AL_1 = DL_2$; $CL_3 = CL_4$, $BL_5 = BL_6$; $AL_7 = AL_6$;
 $L_1 L_7 = 2r$; $L_2 L_3 = 2r$; $L_4 L_5 = 2r$
 $AL_7 + L_1 L_7 + L_1 D - BL_5 + L_5 L_4 + L_4 C - AL_6 - BL_6 - DL_2 - L_2 L_3 - L_3 C = 3r$
 $4r - 2r = 3r$; $2r = 3r$; $r = 19$

12

$$N = \overbrace{a_1 a_2 a_3 a_4 \dots a_{20}}$$

1) цифра 11 вариантов расположения ряда чисел в этом ряду

цифры и будем 10 ; $\underbrace{5 \dots 5}_{10} a_1 \dots a_{20}$ и т.д.

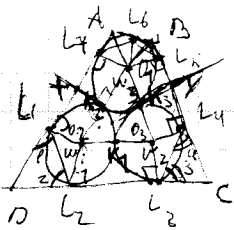
проверка: рассмотрим соседнего цифру 5 в ряду $\underbrace{5 \dots 5}_{10}$, она там она стоит в на месте a_{10} , на 10 месте ; тогда она ¹⁰ встанет на a_{20} , будем $20 = 10 + (n-1)$, где $n=11$.

2) покажите ли 6 диаметров прямоугольника хотя бы раз в π , но радиусов один 1, а потом 6 (или наоборот) будет $10 \cdot 9 = 90$,

если на 8 мест ставим или 1, или 6 ; 2^8 , тогда всего вариантов $11 \cdot 90 \cdot 2^8 = 2^5 3^4 4^4 0$

Ответ: $2^5 3^4 4^4 0$

13



Дано: а) $AD + BC - AB - CD = 3B$; $ABCD$ - четырехугольник
 w_1, w_2, w_3 - окружности и $r_1 = r_2 = r_3$ - радиусы соответствующих окружностей.

Найти: а) $r_1 = r_2 = r_3 = r$; б) $\angle AOB$

Решение:

а) 1) $DL_1 = DL_2$, т.к. $\angle 1 = \angle 2$ и $\triangle DL_1L_2$ - равнобедр.,

$L_3C = CL_4$, т.к. $\angle 3 = \angle 4$ и $\triangle L_3CL_4$ - равнобедр.,

$L_5B = BL_6$, т.к. $\angle BL_5L_6 = \angle BL_6L_5$ и $\triangle L_5BL_6$ - равнобедр.,

$L_6A = AL_4$, т.к. $\angle AL_4L_6 = \angle AL_6L_4$ и $\triangle L_4AL_6$ - равнобедр.,

тогда $AL_4 + L_4L_1 + L_1D + BL_5 + L_5L_4 + L_4C = DL_2 + L_2L_3 + L_3C = AL_6 + L_6B = 3B$

$L_4L_1 = L_5L_4 = L_2L_3 = 3B$, $O_2O_1 = L_4L_1$, т.к. $O_2L_1 \perp L_4L_1$ и $L_4O_1 \perp L_4L_1$

и $L_1L_4O_1O_2$ - прямоугольник; $O_1L_5 \perp L_5L_4$ и $O_3L_4 \perp L_5L_4$, тогда $L_5L_4O_3O_1$ - прямоугольник.

$O_2L_2 \perp L_2L_3$ и $O_3L_3 \perp L_2L_3$, $O_2O_3L_3L_2$ - прямоугольник, т.д.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten mathematical work on grid paper. The work includes several algebraic equations and calculations:

- Initial calculations: $240 \div 24 = 10$, $480 \div 24 = 20$, $720 \div 24 = 30$, $960 \div 24 = 40$.
- Equation 1: $xy + 2x + 2y = 1$ (with $x, y > 0$)
- Equation 2: $xy + 2x + 2y = 15$
- Equation 3: $xy + 2x + 2y = 10$
- Equation 4: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 5: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 6: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 7: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 8: $xy + 2x + 2y = 15$
- Equation 9: $xy + 2x + 2y = 10$
- Equation 10: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 11: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 12: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 13: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 14: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 15: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 16: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 17: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 18: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 19: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 20: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 21: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 22: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 23: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 24: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 25: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 26: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 27: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 28: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 29: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 30: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 31: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 32: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 33: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 34: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 35: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 36: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 37: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 38: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 39: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 40: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 41: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 42: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 43: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 44: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 45: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 46: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 47: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 48: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 49: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 50: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 51: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 52: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 53: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 54: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 55: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 56: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 57: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 58: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 59: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 60: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 61: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 62: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 63: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 64: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 65: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 66: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 67: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 68: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 69: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 70: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 71: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 72: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 73: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 74: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 75: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 76: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 77: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 78: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 79: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 80: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 81: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 82: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 83: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 84: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 85: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 86: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 87: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 88: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 89: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 90: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 91: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 92: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 93: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 94: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 95: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 96: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 97: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 98: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 99: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 100: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 101: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 102: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 103: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 104: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 105: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 106: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 107: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 108: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 109: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 110: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 111: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 112: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 113: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 114: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 115: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 116: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 117: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 118: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 119: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 120: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 121: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 122: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 123: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 124: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 125: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 126: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 127: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 128: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 129: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 130: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 131: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 132: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 133: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 134: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 135: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 136: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 137: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 138: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 139: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 140: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 141: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 142: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 143: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 144: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 145: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 146: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 147: $xy = \frac{1}{10}$
- Equation 148: $xy = \frac{1}{21}$
- Equation 149: $xy = \frac{1}{15}$
- Equation 150: $xy = \frac{1}{10}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3 (продолжение)

тогда $L_1 L_4 = O_2 O_1$, $L_1 L_4 = O_1 O_3$, $L_2 L_3 = O_2 O_3$, но $O_2 O_1 = O_1 O_3 = O_2 O_3 = 2r$,

тогда $2r + 2r = 2r = 3r$ и $r = \frac{3r}{2} = 1.5r$

ответ: $r_1 = r_2 = r_3 = r = 1.5r$

б) проведем касат. $K_2 X$ и др. $L_1 O_2 K_2 X$ - четырёхугольник,

$\angle X O_2 = \angle X K_2 O_2 = 90^\circ$, $\angle L_1 O_2 K_2 = \angle L_1 K_2 O_2 = 90^\circ$, также $K_2 O_1 K_2$ -

четырёхугольник, где $\angle L_2 O_1 K_2 = \angle L_4 K_2 O_2 = 90^\circ$ по той же причине, но $\angle L_4 O_1 =$

$= 90^\circ$ т.ч. $(180^\circ - O_1 L_4 X = (180^\circ - 90^\circ) = 90^\circ$, значит $\angle L_4 O_1 B = 90^\circ$, тогда

$\angle K_2 O_1 B = \angle K_2 O_1 L_4 + \angle L_4 O_1 B = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ и $K_2 B$ - прямая,

также рассматриваем $K_3 Y$ (это касательная к W_3), получим, что

и $A K_3$ - прямая. Далее рассмотрим $\Delta O_1 O_2 O_3$ (он равносторонний, тогда

$\angle O_2 O_1 O_3 = 60^\circ$) и $\Delta A O_1 B$, в них углы $O_2 O_1 O_3$ и $A O_1 B$ вертикаль-

ные, значит $\angle O_2 O_1 O_3 = \angle A O_1 B = 60^\circ$

ответ: $\angle A O_1 B = 60^\circ$

№ 7

$$|a(x-1)| \leq \sqrt{x-2}, \quad |a(x-1)| \leq \sqrt{x-2}$$

$$x-2 \geq 0, \quad x \geq 2$$

$|a(x-1)| \geq 0$ и $\sqrt{x-2} \geq 0$, тогда возм. вкл. без смены

знака неравенства:

$$|a(x-1)|^2 \leq x-2, \quad |a(x-1)|^2 = (a(x-1))^2$$

$$a^2(x-1)^2 \leq x-2; \quad a^2 x^2 - 2x a^2 + a^2 \leq x-2$$

$$x^2 a^2 - x(2a^2 + 1) + (a^2 + 2) \leq 0$$

№ 4 (продолжить)

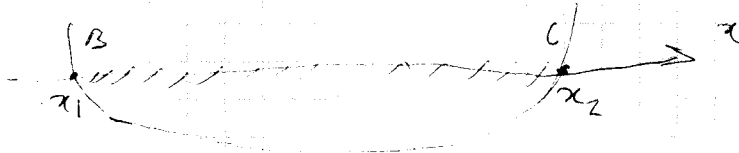
1) $(x-a)^2 - x(2a^2+1) + (a^2-2) \leq 0$

$(x-a)^2 - x(2a^2+1) + (a^2-2) = 0$

$D = (2a^2+1)^2 - 4(a^2-2) = 4a^4 + 4a^2 + 1 - 4a^2 + 8 =$

$= 4a^2 + 9$; $x_{1,2} = \frac{-(2a^2+1) \pm \sqrt{4a^2+9}}{2a^2}$; $x_1 = \frac{-2a^2-1-\sqrt{4a^2+9}}{2a^2}$; $x_2 = \frac{-2a^2-1+\sqrt{4a^2+9}}{2a^2}$

$x_2 > x_1$



при этом точка A (с координатной прямой) лежит между точками B, C, и в промежутках B, C и между B и C и правее B, C, тогда A правее B, C или лежит на C, решением не является, рассмотрим др. 2 случ.

2) когда $2 < x_1 < x_2$, то нужно, чтобы $x_2 - x_1 = 1$, тогда

$\sqrt{4a^2+9} = a^2$; $12a^2+1 = a^4$; $b = a^2$; $12b+1 = b^2$

$b^2 - 12b + 1 = 0$; $D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 144 + 4 = 148$

$b_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2}$; $\text{т.к. } a^2 = \frac{12 + \sqrt{148}}{2}$ и $a^2 = \frac{12 - \sqrt{148}}{2}$ - второе

невозможно т.к. $\sqrt{148} < \sqrt{148}$ и $12 < \sqrt{148}$, а тогда

$a^2 = \frac{12 + \sqrt{148}}{2}$; $a = \pm \sqrt{\frac{12 + \sqrt{148}}{2}} = \pm \sqrt{6 + \sqrt{37}}$

3) $2 = x_1 \leq x_2$ и $x_1 < 2 < x_2$, в обоих случаях нужно

$x_2 - 2 = 1$; $x_2 = 3$

$-2a^2 + 1 + \sqrt{4a^2+9} = 6a^2$; $\sqrt{4a^2+9} = 8a^2 + 1$;

$(2a^2+1)^2 = 64a^4 + 16a^2 + 1$; $a^2 = b$; $12b+1 = 64b^2 + 16b + 1$

$64b^2 + 12b + 16 = 0$; $16b^2 + 3b + 4 = 0$

$D = 3^2 - 4 \cdot 16 = -4$

$64b^2 + 4b = 0$; $16b^2 + b = 0$; $b(16b+1) = 0$

$b = 0$ или $16b+1 = 0$

$a^2 = 0$; $a^2 = -\frac{1}{16}$ - невозможное

ответ: $a = 0$, здесь будем $|0| \leq \sqrt{x-2}$, и решение x не отрезок 1

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) $|ax - a| \leq \sqrt{x-2}$; $|a(x-1)| \leq \sqrt{x-1}$

$x \geq 2$; $a^2(x-1)^2 \leq (x-1)^2$

$a^2x^2 - 2a^2x + a^2 \leq x^2 - 4x + 4$

$x^2/a^2 - 1 + x(4 - 2a^2) - 4 \leq 0$

$D = (4 - 2a^2)^2 - 4(a^2 - 1)(a^2 - 4) = 16 - 16a^2 + 4a^4 - 4a^4 + 16a^2 + 4a^2 - 16 = 4a^2$

$x_{1,2} = \frac{-4 + 2a^2 \pm 2a}{2(a^2 - 1)}$; $x_1 = \frac{2a^2 - 2a - 4}{2(a^2 - 1)}$; $x_2 = \frac{2a^2 + 2a - 4}{2(a^2 - 1)}$

$|x_2 - x_1| = 1 \Rightarrow \frac{4a}{2(a^2 - 1)} = 1 \Rightarrow 2a = a^2 - 1 ; a^2 - 2a - 1 = 0$

$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 8$

$a_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$; $a_1 = 1 + \sqrt{2}$; $a_2 = 1 - \sqrt{2}$

$(1 + \sqrt{2})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 = 3 + 2\sqrt{2}$;

$x_1 = \frac{a^2 - a - 2}{a^2 - 1}$; $x_2 = \frac{a^2 + a - 2}{a^2 - 1}$; $x_1 = \frac{3 + 2\sqrt{2} - (1 + \sqrt{2}) - 2}{2(1 + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}}{2(1 + \sqrt{2})}$

$x_2 = \frac{3 + 2\sqrt{2} + (1 + \sqrt{2}) - 2}{2(1 + \sqrt{2})} = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{2(1 + \sqrt{2})}$

$\frac{2a^2 + 2a - 4}{2(a^2 - 1)} - 2 = 1 \Rightarrow \frac{2a^2 + 2a - 4 - 4a^2 + 4}{2(a^2 - 1)} = 1 \Rightarrow \frac{-2a^2 + 2a}{2(a^2 - 1)} = 1$

$-2a^2 + 2a = 2(a^2 - 1) \Rightarrow -4a^2 + 2a = -2 \Rightarrow 2a^2 - a - 1 = 0$; $2a^2 - 2a - 1 = 0$

$D = 4 + 8 = 12$

$a_1 = \frac{2 - \sqrt{12}}{4} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$; $a_2 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

1) $x_1, x_2 \geq 2$; $|x_2 - x_1| = 1$; $\frac{\sqrt{2}}{2(1 + \sqrt{2})} < 2$

2) $x_1 < 2$; $x_2 \geq 2$; $\frac{1}{504} + \frac{1}{120} - 4 - 4 = \frac{1}{252} + 6 + 12 = 210$

x - к-ва. радиуса

$$\frac{x}{r} = \pi$$

$$\frac{2x}{r}$$

$\frac{1}{2} \cdot t_1 = 1$ - радиус радиуса

~~2~~

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 24 \\ \hline 48 \\ + 42 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$\frac{S_{AQB}}{S_{QBC}} = \frac{AQ}{QC}$$

$$\frac{S_{AQB} + S_{AQC}}{S_{QBC}} = \frac{S_{AQC} + S_{AQB}}{S_{QBC}}$$

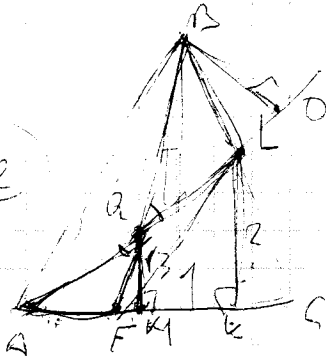
$$\frac{S_{AQB}}{S_{QBC}} = k^2 = \frac{3}{21}$$

$$\frac{AQ}{QC}$$

$$k = \sqrt{\frac{3}{21}}$$

$$\frac{AQ}{AC} = \frac{1.5 \cdot 2}{21}$$

$$S_{AQB} + S_{AQC} = S_{AQC} + S_{AQB}$$



AF:FC = 2:4

$S_{AQB} : S_{AQC} = 3 : 21$

AC = 9 AF

$x_2, x_1 = \dots$

x_1 mo $x_2 \neq x_1 + 50$

$x_3 \neq x_1 + 50$

$S_{AQB} + S_{AQC} = S_{AQC} + S_{AQB}$

$\frac{BQ}{AL} \cdot \frac{AL \cdot BD}{2} \cdot \frac{LQ \cdot AC}{2}$

$\frac{AL \cdot BD}{2} \cdot \frac{LQ \cdot AC}{2}$

$$\frac{AL \cdot LQ \cdot AC}{2 \cdot QL} = \frac{21}{84}$$

$$\frac{AL \cdot BD}{2} \cdot \frac{AC \cdot LQ}{2} = \frac{BD \cdot QL}{2}$$

$$= \frac{21}{8} = \frac{AL \cdot BD + AC \cdot LQ}{BD \cdot QL}$$

$$S_{AQB} \sim S_{AQC} = \frac{AQ}{LQ} = \frac{AQ}{AL} = \frac{AK}{AK}$$

$$\frac{AQ_1 \cdot AF}{2} \cdot \frac{LQ \cdot AC}{2} = \frac{AQ_1 \cdot AF}{LQ \cdot AC} = \frac{13 \cdot 2}{LQ \cdot 9} = x$$

$$S_{BAC} - \frac{LQ \cdot AC}{2} = S_{AQB}$$

$$\frac{8}{21} \cdot \frac{\sqrt{13} \cdot 2}{\sqrt{LQ \cdot 9}} + \frac{4}{21}$$

$$\frac{S_{AQB}}{S_{BAC}} = \frac{8}{21} \cdot \frac{13 \cdot 2}{LQ \cdot 9}$$

$$\frac{8}{21} \left(\frac{\sqrt{13} \cdot 2}{\sqrt{LQ \cdot 9}} + 1 \right) = \frac{S_{AQB}}{S_{AQC}}$$

$$S_{AQC} = \frac{LQ \cdot AC}{2}$$

$$\frac{QM \cdot AF}{2} \cdot \frac{LQ \cdot AC}{2} = \frac{8}{21} \left(\frac{\sqrt{13} \cdot 2}{\sqrt{LQ \cdot 9}} + 1 \right)$$

$\frac{a-b}{50}$

$$\frac{QM}{LQ} = \frac{2}{9} \cdot \frac{8}{21} \left(\frac{\sqrt{13} \cdot 2}{\sqrt{LQ \cdot 9}} + 1 \right) + 1$$

x_2, x_1

$[1; 19], [5; 99], [10; 149], [15; 199]$

$a-b \neq 20, 100$

$a-b = 50, a-b = 100, a-b = 150$



14-005
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

π - кол. раб. t - вр. за кот. они сделаны кол. раб. $\frac{1 \text{ раб.}}{t} = \frac{1 \text{ раб.}}{t}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)